

文章编号: 0529-6579 (2000) 06-0157-04

室内声脉冲响应函数的有限元计算模型及实验研究*

赵越喆¹, 吴硕贤¹, 李宁荣²

(1. 华南理工大学 建筑学系, 广东 广州 510640; 2. 南京大学近代声学国家重点实验室)

摘 要: 给出了房间内声脉冲响应函数的有限元计算模型. 对于刚性界面的情况, 并且给出了有限元计算结果与模型实验结果的比较, 两者吻合很好. 有限元素法(FEM)可用于分析复杂形状房间内声场的低频特性, 它可以真实地反映房间内声场的波动特征.

关键词: 有限元素法; 室内声脉冲响应

中图分类号: TU112 **文献标识码:** A

厅堂脉冲响应的精确计算是厅堂音质设计可听化模拟技术的核心问题. 现有的可听化软件完全根据几何声学原理, 采用声线跟踪法、虚声源法以及两者相结合的方法计算脉冲响应, 只适用于中、高频情况, 无法对低频声的干涉、衍射作出解释. 在声频的低频段, 必须从波动声学的角度出发分析室内声场问题.

60年代中, 有限元素法开始进入工程声学领域. 有限元素法在建筑声学中的应用在很长一段时间内仅局限于分析不规则形状小空间内声场的简正方式^[1]. 直到近年来, 随着高速大容量计算机的问世, 使得应用有限元素法研究广泛的建筑声学问题成为可能. FEM以声波动方程为基础, 通过数值计算求解, 是研究室内声场低频特性的有效手段.

1 室内空间声脉冲响应函数的有限元计算模型

在体积为 V , 表面积为 S 的封闭空间中, 假定声源为简谐振动, 则室内声场的有源波动方程为

$$\nabla^2 p + k^2 p + j\rho_0 \omega q(r) = 0 \quad (1)$$

吸声边界条件为

$$\zeta \frac{\partial p}{\partial n} + jkp = 0 \quad (2)$$

式中, p 为声压, $q(r)$ 是声源的密度函数. ρ_0 为空气密度, k 为波数, $k = \omega/c$, c 为声速, ζ 为界面的比声阻抗, n 为边界表面的外法线方向. 则房间内稳态声场的 FEM 计算方程为

$$[M]\{\ddot{p}\} + [D]\{\dot{p}\} + [K]\{p\} = \{F\} \quad (3)$$

其中 $[M]$ 、 $[D]$ 、 $[K]$ 分别为声质量矩阵、声阻尼矩阵和声刚度矩阵, $\{F\}$ 表示等效总体载荷

* 基金项目: 广东省自然科学基金资助项目; 南京大学近代声学国家重点实验室基金资助项目; 华南理工大学自然科学基金资助项目

收稿日期: 2000-09-18; 作者简介: 赵越喆(1972~), 女, 博士后; 研究方向: 建筑声学.

列阵, $\{p\}$ 为室内节点声压列阵.

现假设房间在 $t = 0$ 时刻受脉冲声源激励, 则(3)式可写为

$$[M]\{\dot{p}\} + [D]\{p\} + [K]\{p\} = \rho_0\{Q_i\}\delta(t) \quad (4)$$

$\{Q_i\}$ 中除第 i 个元素为 1 外, 其余元素均为 0, i 为脉冲声源所在节点, $\delta(t)$ 为狄拉克函数.

脉冲响应等价于在下列初始条件下, 方程(4)所对应的齐次方程的解

$$\{p\}_{(t=0)} = \{0\} \quad \{\dot{p}\}_{t=0} = \rho_0\{Q_i\} \quad (5)$$

因此, 方程(4)的求解就成为常微分方程组的初值问题, 可采用如 Runge-Kutta 法、Wilson θ 法等求解.

在刚性边界界面条件下, 方程(4)可以解耦. 相应地, 脉冲响应函数的计算格式也得以简化.

2 刚性房间内声脉冲响应的 FEM 计算模型

在刚性边界条件下, 方程(4)中阻尼矩阵 $[D]$ 为 0. 所以, 刚性房间在脉冲声激励下的声有限元方程为

$$[M]\{\dot{p}\} + [K]\{p\} = \rho_0\{Q_i\}\delta(t) \quad (6)$$

采用振型叠加法求解该动力学平衡方程. 对(6)式作正则坐标变换, 令

$$p(t) = [X]\xi(t) \quad (7)$$

其中 $[X]$ 为系统的正则振型矩阵, 则

$$[X]^T[M][X] = [I] \quad [X]^T[K][X] = \Lambda^2 \quad (8)$$

式中, Λ^2 为对角矩阵, 对角元素为各阶简正频率 ω_r 的平方. 将(7)式代入(6)式并用 $[X]^T$ 左乘方程的两边得到 n 个(n 为离散后房间自由度数)解耦的方程

$$\ddot{\xi}_r(t) + \omega_r^2\xi_r(t) = \rho_0[X_r]^T\{Q_i\}\delta(t) \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

方程(9)的解等价于在下列初始条件下的自由振动

$$\xi_r(0) = 0 \quad \dot{\xi}_r(0) = \rho_0[X_r]^T\{Q_i\} \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

求解(10)式中 n 个独立的方程, 有

$$\xi_r(t) = \frac{\rho_0[X_r]^T\{Q_i\}}{\omega_r} \sin(\omega_r t) \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

将(11)式代入(7)式, 得到原广义坐标的脉冲响应为

$$p(t) = \rho_0 \sum_r \frac{[X_r][X_r]^T\{Q_i\}}{\omega_r} \sin(\omega_r t) \quad (12)$$

(12)式即为刚性房间内声脉冲响应函数的 FEM 计算模型. 它在时间域描述房间的声学特性.

3 计算结果与实验结果比较

作者在南京大学近代声学国家重点实验室通过模型实验验证了上面所给出的房间内声脉冲响应函数的 FEM 计算模型的正确性. 实验所用模型如图 1 所示, 为 $0.5 \text{ m} \times 1.0 \text{ m} \times 2.0 \text{ m}$ 的矩形空间, 由 50 mm 厚的多层板制成. 模型的上盖可以移动, 以便于布置扬声器和测点. 实验系统工作原理如图 2 所示. 实验所用的脉冲信号, 是采用傅立叶反变换法将一功率谱宽平的人为构造信号压缩构成^[2]. 扬声器指向性实验结果表明, 六面体扬声器

在 2 000 Hz 以下没有指向性。

图 1 所示的模型空间被离散为 512 个空间六面体等参数单元, 共有 765 个节点, 单元尺寸为 $0.125\text{ m} \times 0.125\text{ m} \times 0.125\text{ m}$ 。模型内当声源位于 $(0.375, 0.25, 0.25)$ 时, 测点 $(1.625, 0.75, 0.25)$ 的 250 Hz 倍频程脉冲响应如图 3 所示。图中给出了延时长度为 42 ms 的 FEM 计算结果与实测结果的比较。FEM 计算时间间隔 Δt 与模型内实测时 A/D 采样时间间隔一致, 均为 0.012 ms, 样本总数为 3 500。可以看出, 实测脉冲响应与 FEM 计算结果符合很好。模型内当声源位于 $(0.375, 0.5, 0.25)$ 时, 测点 $(1.625,$

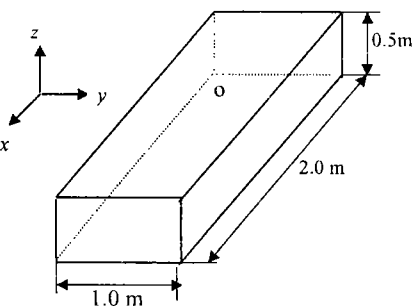


图 1 实验所用模型

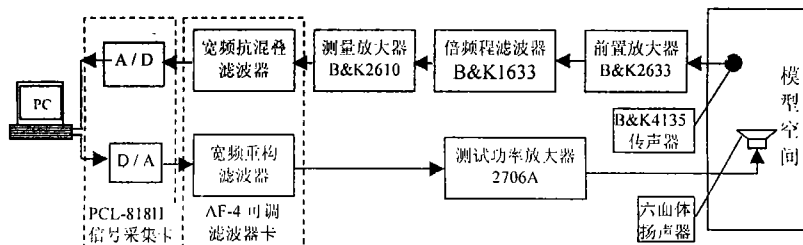


图 2 实验系统工作原理图

$0.75, 0.25)$ 的 500 Hz 倍频程脉冲响应如图 4 所示。图中给出了延时长度为 98ms 的 FEM 计算结果与实测结果的比较。样本总数为 8 192。从脉冲响应图形的形状来看, 两者基本是一致的。图 4 中, 脉冲响应表现出明显的成组现象, 并且有周期性, FEM 计算结果真实地反映了这一现象。

FEM 分析中没有考虑界面和空气的吸声, 所以脉冲响应没有衰减, 而实际模型空间不可能是理想刚性的, 空气吸声也确实存在, 所以从整个脉冲响应过程的趋势来说, FEM 计算结果与实测有一定的差异。

本文给出了室内声脉冲响应函数的有限元计算模型。刚性界面情况下室内声脉冲响应的有限元计算结果与实验结果的对照表明, 本文所给出的室内空间声脉冲响应函数的有限元计算模型可以真实地反映房间内声场的波动特征。当房间体积较大时, 有限元法需要的计算机容量很大, 计算时间也很长。在实现厅堂音质设计可听化的过程中, 可以将有限元素法与其他方法相结合以保证脉冲响应的计算精度。具体做法是: 分频带计算房间的脉冲响应, 在低频部分利用有限元素法来计算, 高频部分则用基于几何声学的方法来计算。

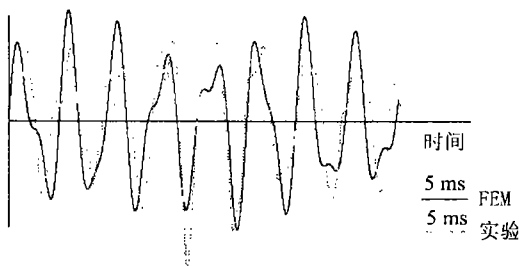


图 3 250 Hz 倍频程脉冲响应 FEM 计算结果与实测结果的比较 (纵轴为声压)
声源 $(0.375, 0.25, 0.25)$,
测点 $(1.625, 0.75, 0.25)$

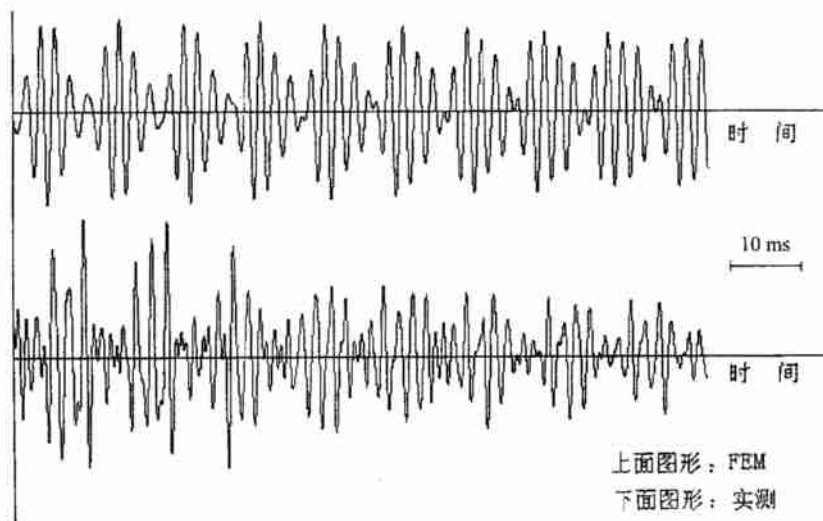


图 4 500 Hz 倍频程脉冲响应 FEM 计算结果与实测结果的比较(纵轴为声压)
声源 (0.375, 0.5, 0.25), 测点 (1.625, 0.75, 0.25)

参考文献:

- [1] FILIPPI P. CISM 277 theoretical acoustics and numerical techniques[M]. New York: Springer-Verlag Wine, 1983.
- [2] 张继萍. 考虑声能散射的室内脉冲响应仿真及可听化技术[D]. 杭州: 浙江大学, 1999. 4.

A Finite Element Model for Calculating Room Impulse Response and Experimental Study

ZHAO Yue-zhe^{*}, WU Shuo-xian, LI Ning-rong

Abstract: Acoustic Finite Element Method (FEM) is a useful tool in the analysis of low-frequency room acoustics where the true wave nature of sound must be accurately modeled. Herein FEM is being used to predict room impulse response. An agreement between computer solutions and measurements in a rigid room shows the accuracy and applicability of the FEM models. In conjunction with geometrical acoustics model for high frequencies, a wide frequency range auralization can be realized in real rooms of large volume.

Keywords: finite element method; room impulse response

^{*} Department of Architecture, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China