

恒频电流模控制的变换器闭环系统的简化符号分析法*

陈艳峰¹, 丘水生², 张光昭¹

(1. 中山大学无线电电子学系, 广东 广州 510275;

2. 华南理工大学电子与通信工程系, 广东 广州 510640)

摘 要: 基于波形线性及小纹波假设, 提出了确定恒频电流模控制变换器闭环系统占空比的简化法, 从而将等效小参量符号分析法推广到该类变换器闭环系统的稳态分析中, 得到了用符号表示的变换器闭环系统状态变量及占空比的纹波解析解, 易于理解电路的工作机理。

关键词: 电流模控制; 功率变换器, 闭环系统; 符号分析

中图分类号: TN711.4 **文献标识码:** A

电流模控制技术因具有动态响应快, 自动过流保护, 适于多变换器并联运行^[1,2]等优点而在实际中得到广泛应用, 但由于电流模控制通常存在双闭环(电压环和电流环)反馈, 而且占空比一般不能显式求出, 增加了其建模分析的困难^[2]。目前对电流模控制变换器基本上是基于电感电流波形分析的平均建模方法^[1~3], 但这种平均建模法不再含有原电路状态变量的纹波信息。本文将等效小参量符号分析法^[4,5]推广到电流模控制的变换器闭环系统的稳态分析中, 得到了变换器闭环系统状态变量及占空比的纹波解析解, 易于理解电路的工作机理。

1 电流模控制的基本原理

图1是一典型双环电流模控制的 Boost 调节器及其开关波形。 m_1, m_2, m_c 分别表征电感电流上升、下降及补偿斜坡 v_p 的斜率。 v_k 为电流基准信号, v_i 为电流取样信号。电流模控制的变换器中, 开关晶体管的导通由恒定频率的时钟信号控制, 关断则由电感电流信号到达控制信号的時刻决定。设 T 为开关周期, 电路的工作过程是: 当 $t = nT$, 时钟信号使触发器 FF 置位, 主开关导通, 电感电流上升; 当 $t = nT + dT$, 电感电流检测值与控制信号的值相等, 比较器翻转, 触发器 FF 复位, 主开关关断, 电感电流下降, 直至 $t = (n+1)T$, 时钟信号使触发器置位, 变换器进入下一开关周期。典型的开关波形如图1(b)。

2 电流模控制的变换器闭环系统占空比方程的建立

类似 PWM 电压模反馈控制的变换器闭环系统等效小参量符号分析法^[6], 我们联合系统的功率级及反馈补偿电路的状态变量来建立整个闭环系统的状态微分方程描述。

在占空比的简化分析当中, 利用了如下3个假设: ①电感电流波形线性; ②控制电压

* 收稿日期: 2000-09-18; 作者简介: 陈艳峰(1970~), 女, 博士后; 研究方向: 非线性电路与功率电子学及电信产品的热插拔技术。

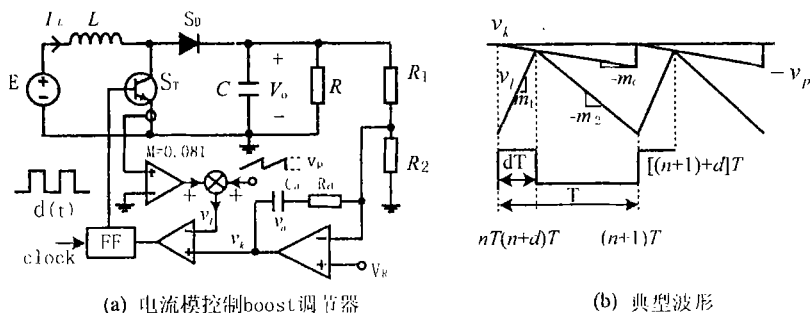


图 1 电流模控制的 Boost 调节器及其典型波形

在一个开关周期内变化很缓慢,即 $v_k(t) = \bar{v}_k$; ③输出电压纹波同稳态值相比很小. 它们也是状态空间平均法所作的基本假设^[1]. 在这 3 个假设满足的条件下, 占空比可采用简化方法来确定, 即, 由图 1 (b) 波形图, 有:

$$\bar{v}_1 = \bar{v}_k - m_1 dT/2 - m_2 dT \quad (1)$$

式中: $\bar{v}_1 = M \cdot \bar{i}_L$, M 为电流检测器的增益. $v_k(t)$ 由线性反馈网络所确定, 一般可表示为整个系统状态变量的线性函数. 在前述假设下, m_1 一般可表示成电源电压 E 及功率级电路输出电压平均值 $\bar{v}_0$ 的函数, 即: $m_1 = g'(E, \bar{v}_0)$

这样, 假定 E 恒定, 则占空比可表示成状态变量的平均值的函数: $d = g(\bar{x})$ (2)

设稳态周期解 $x = [x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}]'$ 为 n 维矢量, 由于开关变换器系统具有低通或带通滤波特性, 因而稳态周期解 x 可展开为^[5,6]

$$x = x_0 + \epsilon x_1 + \epsilon^2 x_2 + \dots + \epsilon^i x_i + \dots \quad (3)$$

式中, x_0 包含 x 的主振荡分量. 小量标记 ϵ^i 用于指明 $|x_i| \ll x_0$, 即 x_i 为 x_0 的 i 阶小量. 当需给定具体数值时, 令 $\epsilon = 1$. 同样 d 也展开成: $d = d_0 + \epsilon d_1 + \epsilon^2 d_2 + \dots$ (4)

其中, $d_0 = g(\bar{x}_0)$; 根据多维函数的泰勒级数展开式的线性化近似, 同时根据迭代求解, 认为求 d_i 时, $d_0, d_1, \dots, d_{i-1}$ 均已知, 即是由 $\bar{x}_i$ 引起的 d 的增量可近似为

$$\Delta d = d_i = \left(\frac{\partial g}{\partial \bar{x}^{(1)}} \bigg|_{\bar{x} = x_0 + \epsilon \bar{x}_1 + \dots + \epsilon^{i-1} \bar{x}_{i-1}} \right) \cdot x_i^{(1)} + \dots + \left(\frac{\partial g}{\partial \bar{x}^{(n)}} \bigg|_{\bar{x} = x_0 + \epsilon \bar{x}_1 + \dots + \epsilon^{i-1} \bar{x}_{i-1}} \right) \cdot x_i^{(n)}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (5)$$

3 电流模控制的变换器闭环方程的求解

类似电压模控制的开关功率变换器^[7], 电流模控制的变换器闭环系统的状态方程仍可描述为

$$G_0(p)x + G_1(p)f = u \quad f = \delta(t)(x + e) \quad (6)$$

式中, x 表示整个闭环系统的状态变量. 开关函数 $\delta(t) = 1(0)$ 分别表示电路中主开关的通(断)状态. 假如电路具有两个开关状态, 则

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq d(t)T \\ 0 & d(t)T < t \leq T \end{cases} \quad (7)$$

T 为开关周期, $d(t)$ 为占空比. 在电流模控制下, 由(2) 式确定.

由上分析可知, 电流模控制的变换器闭环系统方程的求解过程同电压模 PWM 变换器闭环系统的求解一样^[7]. 在此给出文献 [7] 的分析结果, 详细推导过程见文 [7].

对于开关功率变换器闭环系统, 分析的关键仍在于对开关函数 $\delta(t)$ 的处理, 我们将其展开为傅氏级数

$$\delta = b_0 + \sum_{m=1}^{\infty} [b_m \exp(jm\tau) + \bar{b}_m \exp(-jm\tau)] \quad (8)$$

式中, $b_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \delta(t) dt = d(t)$, $b_m = \frac{1}{2}(\alpha_m - j\beta_m)$, $m = 1, 2, \dots$;

$$\alpha_m = \frac{2}{T} \int_0^T \delta(t) \cos(m\omega t) dt, \beta_m = \frac{2}{T} \int_0^T \delta(t) \sin(m\omega t) dt.$$

令 $\tau = \omega t$, 其中, $\omega = 2\pi/T$, 根据占空比的级数展开式(4), 对式(8) 中的有效积分区间进行划分, 并且, 因 $d_0 < 1$, 故有 $d_i \ll 1$, 同时, 由于采用等效小参量法, 当 m 取值较大时, 则相应的 d_i 的阶数也较高. 于是可利用如下近似:

$$\sin(\varepsilon m \pi d_1) \approx \varepsilon m \pi d_1 (m = 1), \sin(\varepsilon^2 m \pi d_2) \approx \varepsilon^2 m \pi d_2 (m \leq 3), \dots$$

$$\varepsilon^i d_i / 2 \ll (d_0 + \varepsilon d_1 + \varepsilon^2 d_2 + \dots + \varepsilon^{i-1} d_{i-1})$$

则开关函数可展开成如下级数形式

$$\delta = \delta_0 + \varepsilon \delta_1 + \varepsilon^2 \delta_2 + \dots \quad (9)$$

式中, $\delta_0 = d_0 + b_{10}e^{j\tau} + c. c$, $\delta_1 = d_1 + b_{11}e^{j\tau} + b_{20}e^{j2\tau} + b_{30}e^{j3\tau} + c. c$, $\delta_2 = d_2 + b_{12}e^{j\tau} + b_{21}e^{j2\tau} + b_{31}e^{j3\tau} + b_{40}e^{j4\tau} + b_{50}e^{j5\tau} + c. c, \dots$. 其中, $b_{mi} = \frac{1}{2}(\alpha_{mi} - j\beta_{mi}) (m = 1, 2, \dots, j = 0, 1, 2, \dots)$; $\alpha_{m0} = \frac{\sin 2m\pi d_0}{m\pi}$; $\beta_{m0} = \frac{1 - \cos 2m\pi d_0}{m\pi}$; $\alpha_{mi} \approx 2d_i \cos 2m\pi(d_0 + \varepsilon d_1 + \dots + \varepsilon^{i-1} d_{i-1})$, ($i = 1, 2, \dots$); $\beta_{mi} \approx 2d_i \sin 2m\pi(d_0 + \varepsilon d_1 + \dots + \varepsilon^{i-1} d_{i-1})$, ($i = 1, 2, \dots$)

稳态周期解 x 和非线性函数 f 展开为^[5,6]

$$x = x_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i x_i, f = f_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i f_i,$$

式中, i 为近似阶数; ε 的含义见前文说明. x_0 和 f_0 分别为 x 和 f 的主分量, x_i 和 f_i 分别为 x 和 f 的第 i 阶分量. x_0 和 x_i 可用傅氏级数表示(参见文献 [5,6]). 为简便起见, 考虑式(6) 中 $e = 0$ 的情况, 则有: $f_0 = \delta_0 x_0$, $f_1 = \delta_0 x_1 + \delta_1 x_0$, $f_2 = \delta_0 x_2 + \delta_1 x_1 + \delta_2 x_0 + \dots$ 将 $f_i (i = 0, 1, 2, \dots)$ 分解成主项与余项之和: $f_i = f_{in} + \varepsilon R_{i+1} (i = 0, 1, 2, \dots)$ 主项 f_{in} 由 f_i 中与 x_i 具有相同频率集的项组成, 各项的定义及其频率集的确定方法同开环时一样, 可参见文献 [4 ~ 6]. 根据等效小参量法求解, 最后可得如下迭代方程组

$$\begin{cases} G_1(p)x_0 + G_2(p)f_{0n} = u \\ G_1(p)x_1 + G_2(p)f_{1n} = -G_2(p)R_1 \\ G_1(p)x_2 + G_2(p)f_{2n} = -G_2(p)R_2 \end{cases} \quad (10)$$

利用谐波平衡法逐次求解(10) 各式, 可得系统状态变量 x 的主振荡分量及其各阶谐波分量.

4 求解实例

图 1 电流模控制的 Boost 调节器的电路参数为:

主电路: $E = 28 \text{ V}$, $L = 195 \mu\text{H}$, $C = 2\,000 \mu\text{F}$, $R = 11.2 \Omega$

控制电路: $V_R = 1.8 \text{ V}$, $R_1 = 47.5 \Omega$, $R_2 = 2.5 \text{ k}\Omega$, $R_a = 72.2 \text{ k}\Omega$, $C_a = 0.23 \mu\text{F}$, $f_s = 10 \text{ kHz}$ ($T = 1/f_s$), $V_p = 0.25 \text{ V}$, $M = 0.081$

描述系统的状态微分方程如(6)式. 其中

$$G_1(p) = \begin{bmatrix} p & 1/L & 0 \\ -1/C & p + 1/(RC) & 0 \\ 0 & -1/(R_1 C_a) & p \end{bmatrix}, G_2(p) = \begin{bmatrix} 1 & -1/L & 0 \\ -1/C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \\ v_a \end{bmatrix}, f = \delta x,$$

$$u = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} & 0 & -\frac{1}{C_a} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_R \end{bmatrix}', v_k(t) = \left(1 + \frac{R_a}{R_1} + \frac{R_a}{R_2} \right) V_R - \frac{R_a}{R_1} v_o - v_a$$

经分析可知,在简化分析中占空比可表示为: $d = K_0 + K_1 \bar{x}$,

$$\text{其中, } K_0 = \frac{1}{F_m} \left(1 + \frac{R_a}{R_1} + \frac{R_a}{R_2} \right) V_R, K_1 = [K_{11} \quad K_{12} \quad K_{13}] = \begin{bmatrix} -\frac{M}{F_m} & -\frac{R_a}{R_1 F_m} & -\frac{1}{F_m} \end{bmatrix}$$

式中, $F_m = (m_1/2 + m_c)T$, $m_1 = E/L$, $m_c = V_p/T$.

根据(5)有 $d_0 = K_0 + K_1 \bar{x}_0$, $d_1 = K_1 \bar{x}_1$, $d_2 = K_1 \bar{x}_2, \dots$

根据等效小参量求解法可得状态变量的主振荡分量及各阶修正量如下:

(1) 主振荡分量 $x_0 = a_{00} = [I_{00} \quad V_{00} \quad V_{a00}]'$, 其中, $d_0 = 1 - E/V_{00}$

$$V_{00} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot V_R, I_{00} = \frac{V_{00}}{R(1-d_0)}, V_{a00} = F_m K_0 - \frac{R_a}{R_1} V_{00} - M \cdot I_{00}$$

(2) 一阶分量 $x_1 = a_{11} e^{j\tau} + c.c.$, $a_{11} = [I_{11} \quad V_{11} \quad V_{a11}]'$, 由于 $\bar{x}_1 = 0$, $d_1 = 0$, 其中,

$$V_{11} = \frac{b_{10} [j\omega L \cdot I_{00} - (1-d_0) \cdot V_{00}]}{\omega^2 LC - (1-d_0)^2 - j\omega L/R}, I_{11} = \frac{b_{10} \cdot V_{00} - (1-d_0) \cdot V_{11}}{j\omega L}, V_{a11} = \frac{V_{11}}{j\omega R_1 C_a}$$

(3) 二阶分量 $x_2 = a_{02} + a_{22} e^{j2\tau} + a_{32} e^{j3\tau} + c.c.$, 由于 $\bar{x}_2 = a_{02}$, $d = K_1 a_{02}$, 因此可得:

$$V_{22} \approx \frac{j2\omega L \cdot \Delta I_{22} - (1-d_0) \cdot \Delta V_{22}}{4\omega^2 LC - (1-d_0)^2}, I_{22} = \frac{\Delta V_{22} - (1-d_0) \cdot V_{22}}{j2\omega L}, V_{a22} = \frac{V_{22}}{j2\omega R_1 C_a}$$

$$V_{32} \approx \frac{j3\omega L \cdot \Delta I_{32} - (1-d_0) \cdot \Delta V_{32}}{9\omega^2 LC - (1-d_0)^2}, I_{32} = \frac{\Delta V_{32} - (1-d_0) \cdot V_{32}}{j3\omega L}, V_{a32} = \frac{V_{32}}{j3\omega R_1 C_a}$$

$$V_{02} \approx 0, I_{02} \approx \frac{\Delta V_{02} + \Delta I_{02}}{1-d_0}, V_{a32} = \frac{\Delta V_{02} - K_{11} I_{02}}{K_{13}}$$

其中, $\Delta I_{22} = b_{20} I_{00} + b_{11} I_{11} + b_{30} \bar{I}_{11}$, $\Delta V_{22} = b_{20} V_{00} + b_{11} V_{11} + b_{30} \bar{V}_{11}$, $\Delta I_{32} = b_{30} I_{00} + b_{20} I_{11} + b_{10} I_{22}$, $\Delta V_{32} = b_{30} V_{00} + b_{20} V_{11} + b_{10} V_{22}$, $\Delta I_{02} = b_{10} \bar{I}_{11} + \bar{b}_{10} I_{11}$, $\Delta V_{02} = b_{10} \bar{V}_{11} + \bar{b}_{10} V_{11}$.

用本文符号算法所得的主电路状态变量直流分量及占空比与 Pspice5 仿真比较如下:

$$I_{dc} = 4.132\,7, V_{dc} = 36.000\,0, d = 0.222\,6 (\text{符号算法})$$

$$I_{dc} = 4.276\,8, V_{dc} = 36.186\,2, d = 0.250\,0 (\text{Pspice5 仿真})$$

稳态一周期内主电路状态变量的纹波同 Pspice5 仿真结果 (实线) 比较如图 2, 其中虚线为本文符号算法所得状态变量前 3 次谐波分量之和.

本文提出了利用等效小参量法分析电流模控制的变换器的符号分析法, 所得的结果都是符号表达式, 有助于理解电路的工作机理. 文中实例及仿真结果证实所提出的方法具有较高的准确性.

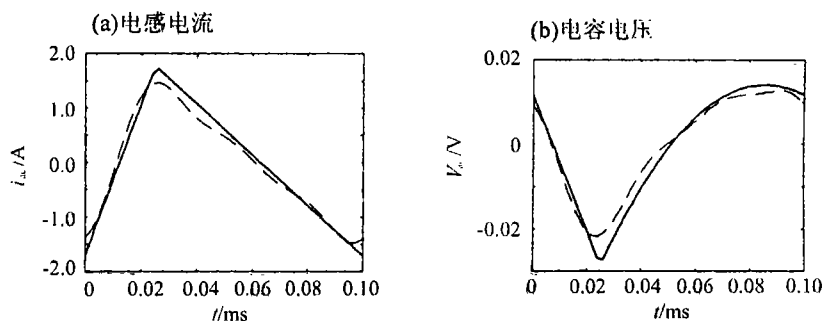


图 2 符号算法(虚线)与 Pspice5 仿真结果(实线)纹波比较

参考文献:

- [1] HSU S P, BROWN A, RENSINK L, et al. Modelling and analysis of switching DC-to-DC converters in constant-frequency current-programmed mode[J]. IEEE PESC Rec, 1979;284 ~ 301.
- [2] TAN F D, MIDDLEBROOK R D. A unified model for current-programmed converters[J]. IEEE Trans on PE, 1995, 10(4):397 ~ 408.
- [3] LIU Y F, SEN P C. A general unified large signal model for current programmed DC-to-DC converters[J]. IEEE Trans on PE, 1994, 9(4):414 ~ 424.
- [4] QIU S S, FILANOVSKY I M, STROMSMOE K A. On one combination of the harmonic balance method and perturbation techniques[J]. Control-Theory and Advanced Technology, 1987(3):189 ~ 195.
- [5] 丘水生. 开关功率变换器符号分析方法原理[J]. 电子学报, 1997, 25(1):5 ~ 10.
- [6] QIU S S, FILANOVSKY I M, LIN B T. A new method of analysis for PWM switching power converters[J]. Int J Electronics, 1999, 86(11):1395 ~ 1410.
- [7] 陈艳峰, 丘水生. 用符号法分析 PWM 开关功率变换器闭环系统的稳态[J]. 电子学报, 2000, 28(7):130 ~ 134.

Simplified Symbolic Analysis of Closed-Loop Constant Current-Mode Controlled Converter Systems

CHEN Yan-feng^{*}, QIU Shui-sheng, ZHANG Guang-zhao

Abstract: Based on the assumptions of linear inductor current waveform and small output ripples, a simple method of determining the duty-ratio of constant frequency current-mode controlled converters is presented in this paper. And then an extension of the equivalent small parameter symbolic analysis method to the steady-state closed-loop systems is put forward. The resulted analytical expressions of the systems state variables and duty-ratio are helpful to understand the mechanism of the circuit.

Keywords: current-mode control; power converter; closed-loop systems; symbolic analysis

^{*} Department of Radio and Electronics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China