

一类新的 Turbo 码交织器设计^{*}

刘星成, 张光昭

(中山大学电子与通信工程系, 广东 广州 510275)

摘 要: 提出了一种新型交织器, 对其完备性从数学上作了证明, 进行了计算机仿真, 分析了仿真结果, 并与其它交织方案的性能作了比较. 结果表明, 该交织器实现简单, 性能要好于复杂度类似的其它交织器. 文章还对进一步改进本交织方案提出了建议.

关键词: Turbo 码; 交织器; 误码率; 迭代译码; 软输入/软输出

中图分类号: TN911.22 **文献标识码:** A

Turbo 码自 1993 年由 Berrou 等^[1]提出以来, 一直受到编码理论界研究人员的重视. 其理论研究工作主要在于: turbo 码和交织器的设计, turbo 码的数学基础, 差错性能限和距离谱^[2]等方面的分析和研究. 对交织器的研究也是一个热点^[3]. Barbulescu、Andersen 等^[4,5]讨论了不同的交织器设计对 turbo 码性能的影响, 初步提出了交织器设计的基本原则. Yuan 等^[5,6]则讨论了对不同的子码选择相应的交织器问题. 本文旨在提出一种易于实现的算法, 使交织器有良好的构造和性能. 对所提出的交织算法作了严格的数学证明, 并给出了计算机仿真结果.

1 Turbo 码与交织器

概括地讲, turbo 码能取得如此优越的性能, 主要有以下几个原因:

(1) Turbo 码中使用的是软输入/软输出信息. 软信息相对于硬比特信息而言, 能更准确地传递信息. 由前者不仅可得到硬判决结果, 而且可以反映该结果的可靠程度.

(2) 迭代译码. 这是 turbo 码译码中至关重要的组成部分. 有了软信息后, 组成 turbo 码的各个子译码器之间才能互相传递信息. 假定 turbo 方案中只有两个子译码器, 则可画出典型的 turbo 码编译码器原理框图, 如图 1 所示. 第一个子译码器根据输入的信息进行译码, 译码得到软输出信息 L_1 和 L_{e1} , 其中的外部信息 L_{e1} 送至下一级子译码器. 下一级子译码器则参照前一个子译码器的结果 L_{e1} 进行译码, 得出更准确的输出 L_2 和 L_{e2} . 至此才算是一次完整的译码过程. 紧接着进行第 2 次迭代译码, 将 L_{e2} 作为外部信息反馈至第一个子译码器的输入端, 重复上述过程. 每一次迭代, 都将输出一个更可靠的结果. 最后, 根据 L_2 进行判决, 得到译码输出 d_k . 这种迭代, 充分利用了码元符号内含的信息.

(3) 交织器. 在低 SNR 时, 交织器的大小将影响着 turbo 码的差错性能. 在高 SNR 时, 是 turbo 码的最小汉明距离或距离谱决定着它可以达到的 BER 性能. 交织的目的是将低重量输入序列产生低重量码字序列的关系打破, 使性能得以提高. 编码器中的交织器使

^{*} 基金项目: 广东省自然科学基金资助项目 (960031)

收稿日期: 2000-04-01; 作者简介: 刘星成 (1964~), 男, 副教授, 博士生.

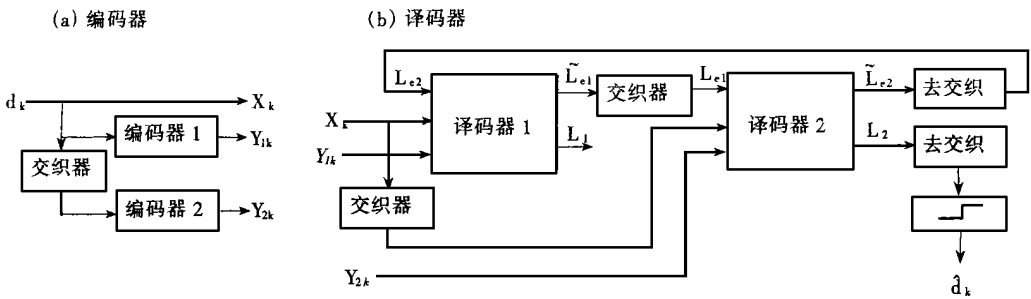


图 1 Turbo 码编译码原理图

Fig. 1 Schematic of Turbo coding and decoding

信息序列被“置乱”，使突发错误随机化，因此，其性能象其它使用交织器的情况一样会有所改善。但是，在 turbo 码中，交织器的这种使输入码元符号的顺序尽可能随机分布的作用，将使码元符号之间的相关性减弱，使进入各个子译码器的信息序列之间不相关。这种去相关的结果使得各个子译码器可以彼此独立地工作。彼此独立地进行译码的结果是，软判决信息可以相互利用，判决结果也因此逐渐准确。从而，使 turbo 码译码器的性能远远好于其它类型的译码器。

交织器的研究成为 turbo 码研究中的一个热点是因为，实际的交织器构造对 turbo 码的性能有很大影响。因此，寻找最佳交织器是极为重要的。许多研究人员^[6,7]对 turbo 码交织器作了专门的研究，但都是从特定目标出发构造的。Hokfelt^[3]试图得出 turbo 码交织器设计的系统方法，Daneshgaran 等也为此作出了努力，但未能圆梦。直到最近，文献 [8] 提出了一种根据群论和有限状态置换器（FSP）构造出的交织器，算是一种较为系统的设计方法。但这种方法也是针对于特定的子码来构造的，而且，实现的复杂性较高。

本文提出的交织器就是要克服这些缺点，同时保证性能不会降低。另一个优点是对一定的交织长度，交织位置是确定的，不像文献 [8] 那样，需要进行费时的搜索，且搜索的次数和时间不确定。

2 一种新 turbo 码交织器的设计

文献 [8] 提出了一种交织器设计方法，该设计的中心工作是要进行一系列搜索：先要识别重要的差错图案，再对交织器生成过程初始化，最后是对生成交织器的过程进行迭代处理，直到达到所需要的交织长度为止。

我们提出的交织器生成算法则不同，只需要经过几步映射变换，就可以得到所需的交织结果，算法特别简单。下面给出该算法。

设 k 为信息比特的位置，位置从 0 算起。交织器长度为 N ，且满足 $N = 2^m$ ， $m \geq 2$ 。先定义一组映射如下：

- (1) 映射 $f: k \mapsto k(k+1)/2 \pmod N$
- (2) 循环映射 $g: f(k) \mapsto f(k+1)$
- (3) 对换映射 $h: g(f) \longleftrightarrow g((f+N/2) \pmod N) \quad \text{for } f \in [0, N-1]$

由以上映射我们得到如下定理：

定理. 设 N, m 为正整数， $N = 2^m$ ， k 为整数，且 $k \in [0, N-1]$ 。作映射 f, g 和 h ，则 k 到

$h(\circ)$ 上的映射是单满映射.

在证明该定理之前,我们说明一下其意义.我们在设计交织器的过程中,无论信息比特的位置怎样变化,都要保证所有位置上的原始信息在变换后有一个唯一的位置与之对应,这样才能保证信息在变换过程中不会重复也不会被丢失.对于求模这样的运算更是如此.如果在这一点上得不到满足,则交织器的设计就一定是失败的.本定理证明如下.

证明 由定义知道,映射 g 、 h 都是单满映射,因此,证明的中心问题转换为证明映射 f 也是单满映射.为此,设整数 $s, t \in [0, N-1]$, 且 $s \neq t$. 不妨设 $s > t$, 现在要证明 $f(s) \neq f(t)$. 用反证法.

设 $f(s) = f(t)$, 则存在整数 $n > 0$, 使下式成立

$$s(s+1)/2 = t(t+1)/2 + 2^m \circ n \quad (1)$$

$$\text{由上式得 } (s-t)(s+t+1) = 2^m \circ n \quad (2)$$

令 $s = t + x$, 显然, $x \geq 1$, 由(2)式可得

$$x(2t+x+1)/n = 2^{m+1} \quad (3)$$

设 $n = n_1 \circ n_2$, 显然, $n_1, n_2 \geq 1$, 代入(3)式得

$$(x/n_1) \circ [(2t+x+1)/n_2] = 2^{m+1} \quad (4)$$

$$\text{显然有 } x/n_1 = 2^{m_1} \quad (5)$$

$$(2t+x+1)/n_2 = 2^{m_2} \quad (6)$$

式中, $m_1, m_2 \geq 0$, 且 $m_1 + m_2 = m + 1$. 由(5), (6)式可得

$$2t+1 = 2^{m_2} \circ n_2 - 2^{m_1-1} \circ n_1 \quad (7)$$

当 m_1 和 m_2 均不为0时, (7)式右边 = 偶数, 而左边 = 奇数, 出现矛盾. 因此, 原假设不成立. 故得 $f(s) \neq f(t)$.

当 m_1 和 m_2 其中只有一个为0时, 可分两种情况讨论(注意, m_1 和 m_2 不可能同时为0).

(1) 若 $m_1 = 0$, 则 $m_2 = m + 1$, 由(5), (6)式得

$$s - t = n_1 \quad (8)$$

$$s + t + 1 = 2^{m+1} \circ n_2 \quad (9)$$

因为 t 或 $s \leq 2^m - 1$,

$$\text{所以 } t + s + 1 \leq 2^{m+1} - 1 \quad (10)$$

又因为 $n_2 \geq 1$, 由(9)式得到

$$s + t + 1 \geq 2^{m+1} \quad (11)$$

显然, (10) 与 (11) 式矛盾.

(2) 若 $m_2 = 0$, 则 $m_1 = m + 1$, (5), (6) 变为

$$(s-t)/n_1 = 2^{m+1} \quad (12)$$

$$(s+t+1)/n_2 = 1 \quad (13)$$

$$\text{由(12)式得 } s-t = 2^{m+1} \circ n_1 \geq 2^{m+1} \quad (14)$$

$$\text{由(1)知 } s-t \leq 2^{m+1} - 1 \quad (15)$$

因此, (14) 式不可能成立.

综上所述, $f(s) \neq f(t)$. 这就证明了所提出的定理. 当 $m \leq 15$ 时, 我们的实验也证实了该定理.

此定理是我们进行交织器设计的基础. 下面我们以 $N = 16$ 为例加以说明. $N = 16$ 时, k 的取值为 $[0, 15]$. 映射变换过程如下:

$$\begin{aligned} (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15) &\mapsto (0, 1, 3, 6, 10, 15, 5, 12, 4, 13, 7, 2, 14, 11, 9, 8) \\ (1, 3, 14, 6, 13, 12, 10, 2, 0, 8, 15, 9, 4, 7, 11, 5) &\mapsto (0, 8, 15, 9, 4, 7, 11, 5, 1, 3, 14, 6, 13, 12, 10, 2) \end{aligned}$$

我们知道, 形如 1001000000001001 的信息块, 若交织不当, 将对系统性能有很大影响. 例如, 采用 4×4 的块交织器时, 交织后的输出与原输入完全相同, 达不到交织目的. 但若采用我们提出的交织方案, 则输出为 1010000001000100, 从而将原信息序列“置乱”了. 对于文献 [7] 提出的重量为 2 的输入模式 $u_2 = (010000000010000)$, 这种输入序列对于 turbo 码来说是最成问题的^[2]. 此输入序列经本方案交织后, 成为 (0000001010000000), 打破了原来的那种序列顺序, 有助于增大 turbo 码的有效自由距离. 对于 u_2 的复合输入模式 u_4 和 u_6 等, 同样能起到有效的交织作用. 本交织方案的实现方法如下:

- (1) 选择适当的交织长度 N , 使之满足 $N = 2^m$;
- (2) 将由 $0 \sim (N - 1)$ 这 N 个数组成的集合 S_1 依规律 f 映射成序列 S_2 ;
- (3) 将 $0 \sim (N - 1)$ 依序列 S_2 进行循环映射, 得到序列 S_3 ;
- (4) 将 S_3 的前 $N/2$ 和后 $N/2$ 个数对换, 得到序列 S_4 , 交织结束.

3 仿真结果

Turbo 码方案采用并行级联卷积码组成: $(23, 35, 1/2)$, 交织器长度分别为 $N = 128$ 、256 和 1 024. 采用 SOVA 算法, 仿真结果如图 2~4 所示.

图 2 示出的是在不同交织长度时的误比特率曲线图. 由图可见, 当 $N = 1\ 024$ 、SNR 大于 1.2 dB 时, 误比特率小于 10^{-3} ; 当 SNR = 2.1 dB 时, 误比特率达到 10^{-5} .

图 3 示出的是交织长度为 1 024 时, 采用本文提出的交织方案和伪随机交织器^[7]得到的性能曲线对照图. 从图可知, 在 BER 为 10^{-3} 时, 本文的交织效果与用伪随机交织器相比, SNR 有 1 dB 的改善.

在图 4 中, 不同的曲线是在小交织器时使用不同的交织方案得到的. 其中, 交织长度为 128 时分别采用本文提出的交织器和伪随机交织器^[7]; 交织长度为 169 时采用的是逆分组交织器 $(H_{169})^{[8]}$. 从图可知, 对于小交织器, 本文的交织效果与用伪随机交织器相比, SNR 有 1 dB 的改善. 原因是, 后者所采用交织长度稍大. 另外, 文 [8] 中的交织器是通过逐个位置的搜索找出的, 交织要比本文方案好些. 但它完成交织的时间长、实现复杂. 但也需指出, 本文中的交织方案对交织长度施加了较强的限制. 由于本交织器在数学构造上的规律性使得它特别适合于变长帧的数据传输, 也有得于在软件无线电系统中实现该交织方案.

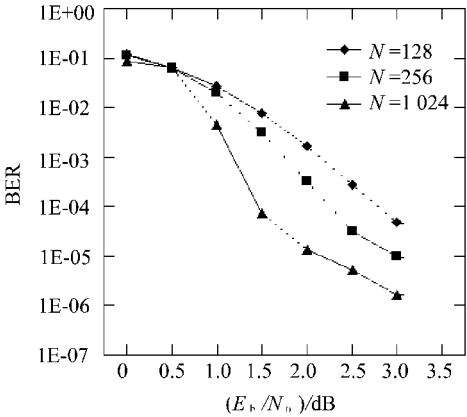


图 2 子码 $(23, 35, 1/2)$ 组成的 turbo 码, 在不同交织长度时误码率仿真结果

Fig 2 Simulation results of BER vs SNR with different interleaving length for turbo codes consisted of component codes $(23, 35, 1/2)$

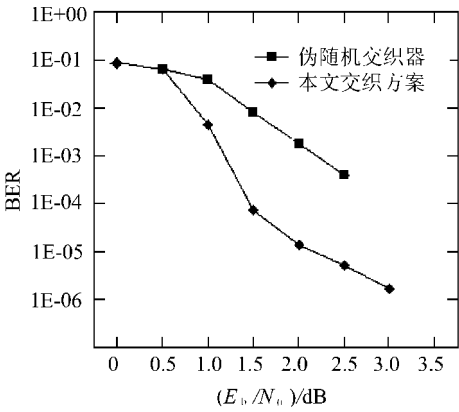


图 3 $N=1024$ 时不同交织方案性能的比较

Fig. 3 Performance comparison between different interleaving schemes with $N=1024$

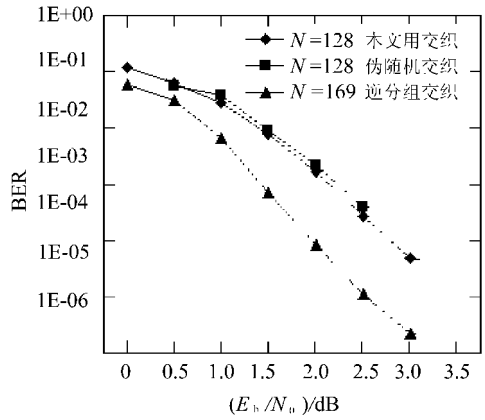


图 4 不同交织方案性能的比较

Fig. 4 Performance comparison between different interleaving schemes with short blocks

参考文献:

[1] BERROU C, GLAVIEUX A, THITIMASJSHIMA P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes[J] . Proc IEEE Int Conf on Commun, 1993, 1064 ~ 1070.

[2] BENEDETTO S, MONTORSI G. Unveiling turbo codes: Some results on parallel concatenated coding schemes[J] . IEEE Trans on Inform Theory, 1996, 42(2): 409 ~ 428.

[3] HOKFELT J, MASENG T. Methodical interleaver design for turbo codes[J] . Proc Int Symp on Turbo Codes and Related Topics (Brest, France), 1997, 212 ~ 215.

[4] BARBULESCU S A, PIETROBON S S. Interleaver design for three dimensional turbo codes[J] . IEEE Int Symp Inform Theory, Whistler, British Columbia, Canada, 1995: 37.

[5] ANDERSEN J D. Selection of code and interleaver for turbo coding[M] . The Netherlands: ESTEC, 1998

[6] YUAN J H, VUCETIC B, FENG W. Combined turbo codes and interleaver design[J] . IEEE Trans on Commun, 1999, 47(4): 484 ~ 487.

[7] 刘东华, 唐朝京, 张权, 等. 伪随机交织器设计的改进[J] . 无线电工程, 1999, 29(6): 52 ~ 54.

[8] DANESHGARAN F, MONDIN M. Design of interleavers for turbo codes: iterative interleaver growth algorithms of polynomial complexity[J] . IEEE Trans on Inform Theory, 1999, 45(6): 1845 ~ 1859.

The Design of a New Interleaver for Turbo Codes

LIU Xing-cheng, ZHANG Guang-zhao^{*}

Abstract: A new interleaving scheme for turbo codes was devised and a mathematical proof to its completeness was given. Through computer simulation in MATLAB, its performance was shown and analysed. Compared with other types of interleavers, the interleaver proposed here was implemented easily and its performance outperformed others with the roughly same complexity in structure and implementation. Suggestions were given to further improve the interleaving scheme.

Keywords: turbo codes; interleaver; symbol error rate; iterative decoding; soft input and soft output

^{*} Department of Electronics and Communications Engineering, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China
?1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www