

对杂波环境中目标跟踪的研究^{*}

杨春玲, 余英林

(华南理工大学电子与通信工程系, 广东 广州 510640)

摘 要: 探讨了在杂波环境中对目标跟踪时, 目标航迹丢失的概念, 推导出了 Rogers R S 提出的目标航迹丢失概念中的阈值 d 的计算公式, 给出了在一维、二维及三维空间的目标跟踪中判断目标是否丢失的阈值 d 的计算公式.

关键词: 杂波; 目标跟踪; 阈值

中图分类号: TN 911 **文献标识码:** A

在杂波环境中, 目标跟踪的困难在于回波与目标航迹关联的不确定性. 为了解决这一问题, 已有多数数据关联方法被提出来, 但这些算法也能引起错误的关联, 而错误的关联会引起目标的丢失. 衡量杂波环境中跟踪性能最主要的指标之一就是目标的丢失概率. 目标丢失的定义有多种, Bar-Shalom 等^[1]把“目标回波在至少连续 20 次采样中落在跟踪门限以外”定义为目标丢失, 分析了杂波密度增加时目标丢失的百分率; 周宏仁^[2]认为在出现下列情况之一时目标丢失: ① 在连续 2 个以上采样周期内 (≥ 3), 正确回波不位于关联区域内; ② 在一次 Monte Carlo 仿真中, 目标位置估计的相对均方根误差大于 10%. Rogers^[3]将预测估计误差超过某一阈值定义为目标丢失, 讨论了在最近邻 (NN) 关联准则下目标航迹的丢失机理. 目前, Rogers 提出的目标丢失概念常被引用, 但在各文献中^[4]都没有给出误差定义中的阈值应如何求取. 本文推导出此定义中阈值的求取方法.

1 目标丢失定义中阈值的求取方法

在此引用 Rogers^[3]提出的目标丢失的定义, 即: 当预测误差 $e(k)$ 落在区域 D 以外, 定义为目标丢失, D 表示为

$$\{D: |e(k)| \leq d\sigma_x\} \quad (1)$$

其中 d 为阈值, σ_x 为传感器在每一坐标轴上的测量误差方差.

从式 (1) 可知, 若 d 太小, 在无杂波的环境中, 用标准卡尔曼滤波算法对目标进行跟踪时, 在稳态情况下也会存在目标丢失的现象; 若 d 太大, 则可能在出现杂波环境中目标已丢失但却不能判断为目标丢失的情况. 本节根据标准卡尔曼滤波的基本原理给出了计算阈值的一种方法, 使其在实际的应用中较合理.

1.1 一维目标跟踪情况

设目标的动态方程为

$$X(k) = FX(k-1) + \Gamma W(k-1) \quad (2)$$

^{*} 收稿日期: 2000-09-18; 作者简介: 杨春玲 (1970~), 女, 博士后; 研究方向: 目标跟踪、数据融合、图像处理.

其中 F 为状态转移矩阵, $X(k)$ 为目标在 k 时刻的状态矢量, $W(k-1)$ 为 $k-1$ 时刻的过程噪声, 是零均值的白高斯噪声, 方差为 σ_x^2 .

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} \quad (3)$$

传感器的测量方程为

$$z(k) = HX(k) + v(k) \quad (4)$$

H 为测量矩阵, $H = [1 \ 0]$. $v(k)$ 为测量噪声, 为零均值的白高斯噪声, 方差为 σ_q^2 .

当采样周期 $T = 1$ s 时, 在一维的目标跟踪中, 达到稳定状态时, 对目标跟踪误差方差矩阵为 $P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix}$, 则位置误差方差为 (详细推导见文献 [5] 中附录 A)

$$P_{11} = \frac{1}{8} [(\sigma_q 4\sigma_x) \sqrt{\sigma_q^2 + 8\sigma_x\sigma_q} - (\sigma_q^2 + 8\sigma_x\sigma_q)] \quad (5)$$

利用滤波的预测误差方差的推导公式, 可得卡尔曼滤波器达到稳定状态时, 对目标的状态

预测误差方差矩阵为 $P = \begin{bmatrix} P'_{11} & P'_{12} \\ P'_{12} & P'_{22} \end{bmatrix}$, 则预测位置误差方差 (详细推导过程见文献 [5]

附录 D) 为

$$P'_{11} = 2\sigma_x^2 \left/ \left(\frac{\sigma_q + 4\sigma_x}{\sqrt{\sigma_q^2 + 8\sigma_x\sigma_q}} - 1 \right) \right. \quad (6)$$

在卡尔曼滤波算法中, 当目标的动态噪声、传感器的测量噪声、及滤波初始值的选取误差为互不相关的白高斯噪声时, 滤波达到稳定状态时, 预测误差为零均值的高斯噪声. 则卡尔曼滤波算法中, 对位置的预测误差的概率分布密度为

$$f(\bar{x}) = \exp(-\bar{x}^2/2\sigma^2)/\sqrt{2\pi\sigma} \quad (7)$$

其中 $\bar{x}$ 为对目标的位置预测误差, σ 为位置预测误差标准差, $\sigma^2 = P'_{11}$. 由高斯分布的知识可知

$$\int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\bar{x}) d\bar{x} > 99\% \quad (8)$$

即当取区域 D 为 $\{D; |e(k)| \leq 3\sigma\}$ 时, 在无杂波环境中用标准卡尔曼滤波算法对目标进行跟踪时, 当滤波器达到稳定状态时, 对目标的位置预测误差落在区域 D 内的概率大于 99%, 所以取:

$$d\sigma_x = 3\sigma = 3\sqrt{P'_{11}} \quad (9)$$

把式 (6) 代入式 (9) 可得:

$$d = 3 \left[2 \left/ \left(\frac{\sigma_q + 4\sigma_x}{(\sigma_q^2 + 8\sigma_x\sigma_q)^{1/2}} - 1 \right) \right. \right]^{1/2} \quad (10)$$

$$\text{设} \quad \sigma_q/\sigma_x = n \quad (11)$$

把式 (11) 代入式 (10) 得

$$d = 3 \left[2 \left/ \left(\frac{n+1}{(n^2+8n)^{1/2}} - 1 \right) \right. \right]^{1/2} \quad (12)$$

式 (12) 就是在一维的目标跟踪中, 求取阈值 d 的公式, 用上述公式, 可保证在无杂波环境中, 用标准卡尔曼滤波算法对目标跟踪时, 对位置的预测误差落入给定区域内的

概率大于 99%, 而在有杂波的区域, 以此区域来定义目标航迹的丢失概率是合理的.

1.2 二维平面上的情况

在二维平面上目标的运动方程由式 (2) 示出, 目标的状态表示为

$$\mathbf{X} = [x \quad y \quad \dot{x} \quad \dot{y}]^T \quad (13)$$

式中参数为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (14)$$

传感器的测量方程由式 (4) 表示, $\mathbf{H}$ 为测量矩阵, 表示为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

假设目标的动态噪声在各坐标轴方向上相同, 方差都为 σ_q^2 , 传感器在两个坐标轴上的测量误差也相同, 方差都为 σ_x^2 , 设传感器在两坐标轴上的测量误差不相关, 则用卡尔曼滤波算法对目标的预测误差在两个坐标轴方向上也相等, 且当达到稳定状态时, 在各坐标轴方向上的位置预测误差方差表示为式 (6). 因为用卡尔曼滤波算法对目标的位置预测误差为联合高斯分布的, 则 $\frac{\tilde{x}}{\sigma^2} + \frac{\tilde{y}}{\sigma^2}$ (其中: σ^2 为对目标的位置估计的误差在各坐标轴方向上的方差) 为自由度 2 的 χ^2 分布, 由 χ^2 分布表可查得, $\frac{\tilde{x}}{\sigma^2} + \frac{\tilde{y}}{\sigma^2} \leq 13.816$ 的概率为 99.9%. 即当取区域 $D: \{D: |e(k)| \leq \sqrt{13.816} \cdot \sigma = 3.717\sigma\}$ 时, 无杂波的环境中用标准卡尔曼滤波算法进行滤波时, 对目标的位置预测估计误差落入此区域内的概率大于 99.9%, 所以取

$$d\sigma_x = 13.816^{1/2} \sigma = 3.717\sigma = 3.717P_{11}'^{1/2} \quad (16)$$

把式 (6) 代入上式可得

$$d = 3.717 \left[2 / \left(\frac{n+4}{(n^2+8n)^{1/2}} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

其中 n 由式 (11) 给出.

式 (17) 示出了在二维平面上目标跟踪中, 判定目标航迹是否丢失的阈值 d 的公式, 用此公式所得的阈值来判定目标是否丢失是较合理的, 当在无杂波的环境中, 用标准卡尔曼滤波算法对目标进行跟踪时, 对目标的位置预测估计误差落入此区域内的概率大于 99.9%.

1.3 三维空间中的目标跟踪

三维空间中目标的动态方程由式 (2) 示出, 状态矢量的表示方法和二维中的相似, 目标的动态噪声是白高斯噪声, 在各坐标轴方向上相同, 方差为 σ_q^2 . 设传感器对目标的测量为目标的三维坐标, 测量方程由式 (4) 示出, 测量误差是白高斯噪声, 且在各个坐标轴方向上测量精度相同, 方差都为 σ_x^2 . 和二维平面上的情况相同, 可推导出定义目标航迹丢失的阈值 d .

由于动态噪声和测量误差是不相关的白高斯噪声, 所以当卡尔曼滤波算法达到稳定状态时预测位置误差是联合高斯分布的. 由于传感器的测量误差在各坐标轴上不相关, 所以

对目标的位置估计的误差的各分量上的方差可由式(6)表示, 即各坐标轴方向上的位置预测误差相同. 所以 $\frac{\tilde{x}^2}{\sigma^2} + \frac{\tilde{y}^2}{\sigma^2} + \frac{\tilde{z}^2}{\sigma^2}$ (其中 $\tilde{x}$ 、 $\tilde{y}$ 、 $\tilde{z}$ 分别为在 x 、 y 、 z 轴上的位置预测误差, σ^2 为在各坐标轴上的位置预测误差方差, $\sigma^2 = P'_{11}$) 附合自由度 3 的 χ^2 分布. 由 χ^2 分布表可查得, $\frac{\tilde{x}^2}{\sigma^2} + \frac{\tilde{y}^2}{\sigma^2} + \frac{\tilde{z}^2}{\sigma^2} \leq 16.266$ 的概率为 99.9%. 和二维平面上的方法相似, 可得三维空间中定义目标航迹丢失的阈值 d 为

$$d = 4.033 \left[2 / \left(\frac{n+4}{(n^2+8n)^{1/2}} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

其中 n 由(11)式定义.

利用上式中的阈值可保证在三维空间中, 用标准卡尔曼滤波算法对目标进行跟踪时, 目标的丢失概率小于 0.1%.

在杂波区域对目标进行跟踪是较复杂的问题, 又是一个非常现实的问题, 如何提高对目标的跟踪精度, 降低目标航迹的丢失概率是很受人们重视的. 当然要解决这一问题, 目标航迹丢失的概念很重要. 本文中, 从标准的卡尔曼滤波算法的理论推导得出了 Rogers.R.S 提出的目标航迹丢失的概念中的阈值 d 的计算公式, 给出了在一维、二维及三维空间的目标跟踪中阈值 d 的计算公式. 从而使 Rogers 提出的目标航迹丢失概念更合理更全面.

参考文献:

- [1] BAR-SHALOM Y, TSE E. Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association[J]. Automatica, 1975, 11(9): 451 ~ 460.
- [2] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991. 267 ~ 277.
- [3] ROGERS R A. Diffusion analysis of track loss in clutter, IEEE Trans. On AES, 1991, 27(2): 380 ~ 387.
- [4] 崔宁周. 多传感器数据融合——信号检测与目标跟踪[D]. 西安: 电子科技大学, 1997.
- [5] 杨春玲. 多传感器数据融合的远距离目标跟踪[D]. 南京: 南京理工大学, 1999

Research on Target Tracking in Clutters

YANG Chun-ling^{*}, YU Ying-lin

Abstract: The concept of target track loss in clutters is carefully analyzed, the equation calculating the threshold in the concept of track loss is deduced, and the threshold is given in 1D, 2D and 3D space respectively.

Keywords: Clutters; target tracking; the threshold

^{*} Department of Electronic and Communication Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China