

肌肉运动的动力学模型^{*}

艾保全¹, 王先菊¹, 刘国涛¹, 刘良钢¹, 郑 华²

(1. 中山大学物理学系, 广东 广州 510275; 2. 湖北大学物理学系, 湖北 武汉 430062)

摘 要: 在 SIRM (stochastic inclined rods model) 模型的基础上, 建立一个与时间、空间、温度等因素有关的符合肌肉运动的基本生理过程的理论模型. 从微观相互作用的角度来研究肌肉的运动, 并给出运动方程的数值解.

关键词: 随机共振; 肌动肌球蛋白系统; 随机噪声

中图分类号: Q274 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2001) 06-0027-04

自从 1954 年 Huxley 等^[1] 首次用“旋转交连桥”模型研究肌肉收缩以来, 特别是对分子马达系统的实验观察取得了重大进展, 使得对分子马达系统的理论研究已成为现代生物物理学家的研究热点. 分子马达系统的理论模型中最典型的有: 涨落理论模型, 相变理论模型, 共振理论模型.

涨落理论的典型模型是“棘齿模型”, 这类模型把马达分子系统抽象为重的潮湿布朗粒子, 通过研究布朗粒子来反映单个马达分子的运动. 如 Magnasco^[2] 提出的“热力棘齿”模型. 相变理论的典型模型有 Julicher^[3] 等人提出的“两态”模型以及 Parmeggiani^[4] 等人提出的恒温棘齿模型. 共振模型的典型代表是 Matsuura 等^[5, 6] 建立的倾斜棒模型 (SIRM), 该模型采用对称的球形势来研究肌球蛋白马达分子系统. 模型是从微观相互作用入手建立系统运动的动力学方程, 通过求解运动方程来研究分子马达的运转. 但是该模型忽略了真正产生平移滑动的肌动蛋白部分, 与肌肉运动的基本生理过程相悖.

本文的目的是在 SIRM 模型的基础上, 建立一个符合肌肉运动基本生理过程的理论模型, 我们的模型考虑肌动蛋白的运动, 以及时间、空间、温度对肌肉运动的影响. 并在运动方程数值解的基础上讨论倾斜棒, 相互作用势, 噪声在模型中作用.

1 模型和运动的方程

模型由四部分组成 (图 1): 肌球蛋白头、

肌球蛋白 (spring)、肌球蛋白束和肌动蛋白. 分子马达运动机制为: 首先, ATP 水解放出能量, 加剧水分子的热运动即噪声, 噪声作用在肌球蛋白头上, 肌球蛋白头获得噪声传给的能量后与肌球蛋白一起振动, 由于肌球蛋白束是固定的和肌球蛋白是倾斜的, 当肌球蛋白头振动时, 碰到肌动蛋白, 并斜向后踢肌动蛋白, 于是肌动蛋白获得一个水平方向的分量不为零的合力, 因此肌动蛋白在肌球蛋白头的不断振动中始终向一个方向运动.

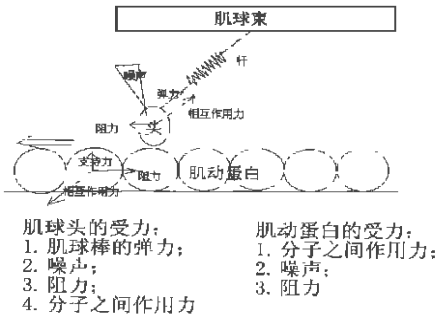


图 1 SIRM 模型

Fig. 1 SIRM model

在上面的基础上建立系统运动的动力学方程. 肌球蛋白头的运动方程是二维的朗之万方程:

$$m\ddot{x} = \frac{\partial}{\partial x}(U_a + U_s) + F_x(t) - \alpha\dot{x} \tag{1}$$

$$m\ddot{y} = \frac{\partial}{\partial y}(U_a + U_s) + F_y(t) - \beta\dot{y} \tag{2}$$

同理可建立肌动蛋白的运动方程

^{*} 收稿日期: 2001-02-21; 作者简介: 艾保全 (1976—), 男, 博士生; 通讯联系人: 刘良钢.

$$M\ddot{x}_2 = \frac{\partial}{\partial x_2} U_a + F_{x2}(t) - \eta \dot{x}_2 \quad (3)$$

其中, m , M 分别是肌球头和肌动蛋白的质量, U_a 是肌球蛋白和肌动蛋白之间相互作用势

$$U_a = \frac{U_a^0}{r^2} \quad (4)$$

r 是肌球头到肌动蛋白质心的距离, U_a^0 是相互作用势的强度系数. 肌球头和肌球束之间的弹性势能取为

$$U_s = U_{I\exp}(-\sqrt{(x-x_2)^2}+L) + U_{I\exp}(\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}-L) + \frac{1}{2}K_\theta(\theta-\theta_0)^2 \quad (5)$$

其中, K_θ 是棒切向的倔强系数, U_I 是棒径向的倔强系数, L 是倾斜棒的原长, $\theta = \frac{(x_2-x)}{y}$, θ_0 是倾斜棒与水平轴的初始夹角, (x, y) 是肌球头的坐标, (x_2, y_2) 是肌动蛋白质心的坐标, 是固定的.

在方程中 $\alpha\dot{x}$, $\beta\dot{y}$, $\eta\dot{x}$ 分别是肌球头, 肌动蛋白所受的阻力. $F_x(t)$, $F_y(t)$, $F_{x2}(t)$ 是由水分子热运动产生的白噪声^[7], 噪声是由 ATP 水解放出能量, 加剧水分子热运产生的, 是维持系统运动的能量来源. 根据涨落耗散理论它们应满足

$$\langle F_a(t) \rangle = 0 \quad (6)$$

$$\langle F_a(t)F_b(s) \rangle = 2k_B T \zeta_{\alpha, \beta, \eta} \delta(t-s) \quad (7)$$

这里 $a, b=x, y, x_2$, $\zeta=\alpha, \beta, \eta$, k_B 是波尔兹曼常数, T 是系统所处的温度, t, s 是时间.

2 数值计算与分析

由于上面的方程(1)~(3)是二阶的朗之万方程, 比较复杂, 很难解出精确的解析解, 因此采用数值计算的方法在条件(4)~(7)式下求解方程(1)~(3). 在计算过程中采用单位质量 $= 2.5 \times 10^{-21}$ kg, 单位长度 $= 10^{-9}$ m, 单位时间 $= 10^{-11}$ s. 在此基础上取方程及公式中的参数如下: $L=100$, $\alpha=\beta=\eta=100$, $K_\theta=10\,000$, $U_I=5\,000$, $U_a^0=2\,000\,000$, $m=1000$, $M=10\,000$, $\vartheta=45^\circ$, $\langle F_{x,y,x_2}(t) \rangle = 0$, $\langle F_{x,y,x_2}^2(t) \rangle = 1\,000$. 在计算过程中近似取温度 $T \approx \langle F_{x,y,x_2}^2(t) \rangle = 1\,000$, 肌球束的坐标为 $(x_2, y_2) = (0, 0)$, 时间间隔 $\Delta t = 0.3$. 数值计算

的结果用图 2~7 给出.

图 2 是描述肌球头的运动. 其中虚线是代表 x 方向上的运动, 实线则代表 y 方向上的运动, 从图中可以知道肌球头是作无规则的振动, 由于噪声不断与肌球头碰撞, 使肌球头在碰撞中不断吸收能量来保持肌球头能够不断振动, 而肌动蛋白正是在肌球头的不断振动中获得水平方向的单向运动.

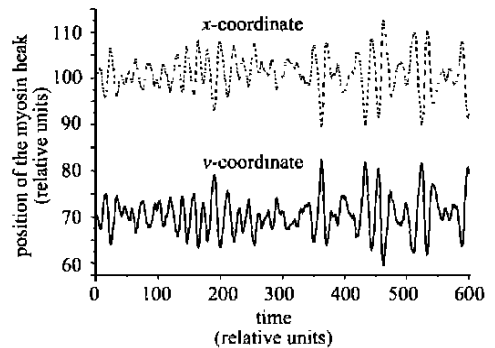


图 2 肌球的运动

Fig 2 Motion of myosin head

图 3 是描述肌球棒的运动. 其中实线是不加噪声棒的径向运动, 虚线是加噪声 ($T=1\,000$) 棒径向的运动. 从图中可知当不加噪声时, 棒很快停止运动, 而有了噪声之后, 棒能够保持不断的振动, 这说明了噪声是维持系统运转的能量来源.

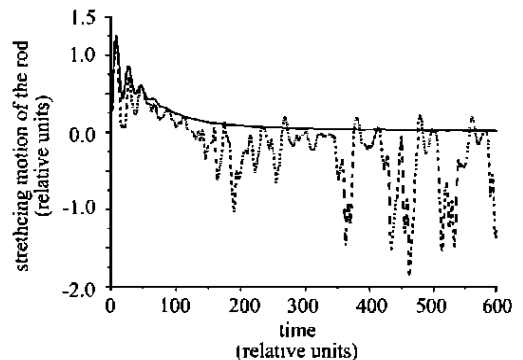


图 3 肌球棒的伸展运动

Fig 3 Stretching motion of the bundle

图 4 是肌动蛋白的单向运动. 从图中可知肌动蛋白始终向一个方向运动. 由于我们把肌球束看成固定的, 所以这一单向运动正好反映了肌肉的平移滑动, 与肌肉运动的基本生理过程一致.

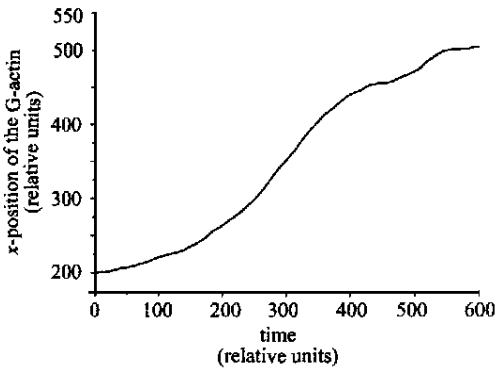


图 4 肌球蛋白的单向运动

Fig. 4 The one directional of myosin

图 5 是描述倾斜角 θ_0 对肌动蛋白运动影响, 即不同的 θ_0 在相同的时间内 ($t=600\text{ s}$) 时肌动蛋白的位移. 从图中我们可以知道不同的倾斜角, 肌动蛋白的运动速度不一样. 这说明倾斜棒所处的角度不同则系统把噪声转化为单向运动的能力不同. 从图中可以知道在 $\theta_0=45^\circ$ 附近时转化能力最强, 靠近两侧, 转化能力逐渐减小. 因此系统的构像变化将导致肌肉活力发生改变.

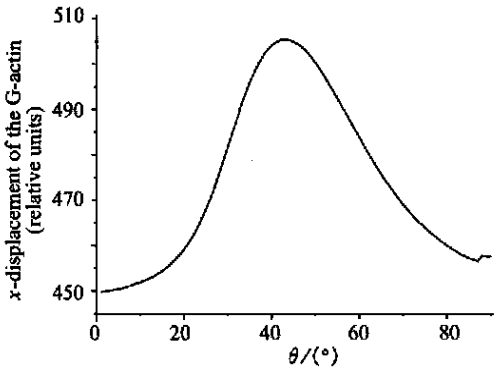


图 5 倾斜角对肌肉运动的影响

Fig. 5 The effect of the inclined angle on the muscle motion

图 6 描述肌球头和肌动蛋白相互作用势与肌动蛋白位移的关系. 改变 U_a^0 的值计算肌动蛋白在相同时间 ($t=600\text{ s}$) 内的位移. 从图中可以知道相互作用势越强, 肌动蛋白将运动得越快, 这说明相互作用势在运动中具有重要地位.

图 7 反映了温度对肌动蛋白运动的影响. 从图中可以知道当温度升高时, 肌动蛋白的运动加快, 肌肉的活力加强, 由于温度直接反映了噪声的强弱, 因此从图中我们也可以知道当系统从外界吸收的能量增多时, 肌肉的运动能力增强.

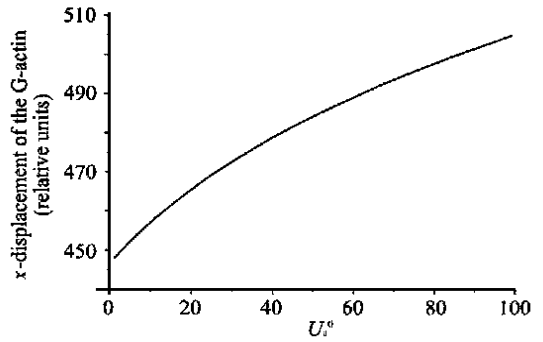


图 6 相互作用势对肌运动的影响

Fig. 6 The effect of the potential on the muscle motion

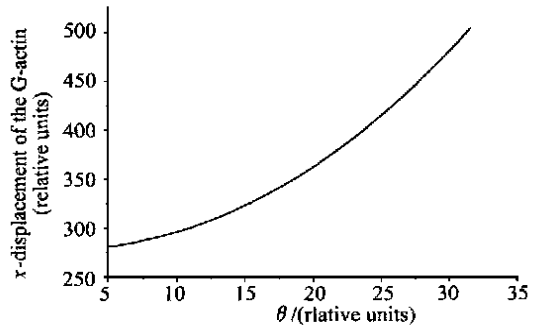


图 7 温度对肌肉运动的影响

Fig. 7 The effect of temperature on the muscle motion

3 结 论

我们在 SIRM 的基础上, 建立一个更符合肌肉运动生理过程的理论模型. 在模型中我们更正了 SIRM 中忽略肌动蛋白运动的不合理性, 从微观相互作用入手, 建立肌球头和肌动蛋白运动的动力学方程, 并给出运动方程的数值解.

计算结果表明: 当外界噪声作用在肌球头上引起肌球头与肌球棒一起不断振动, 肌球头在振动过程中, 碰到肌动蛋白, 并给肌动蛋白一个水平的推力, 肌动蛋白就是在同肌球头的不断碰撞中始终向一个方向运动. 在这一过程中, 倾斜棒的倾斜结构和肌球头与肌动蛋白之间的相互作用势起着至关重要的作用. 当我们加强相互作用势和升高温度时, 肌肉运动将加快. 我们的模型能够从生理学的角度反映了肌肉运动的过程, 即肌肉运动时, 肌球头与肌动蛋白相互作用, 产生扭动, 以此来拖动肌动蛋白滑动.

一般都认为噪声 (水分子热运动) 是作为阻力来破坏系统的运动, 但我们的模型和 SIRM 却能够把噪声转化为单向运动, 那么我们能否把宏观世界中的噪声转化为我们所需的运动? 以及如

何把这一微观机制应用在宏观机器上将是极具诱惑的研究课题. 另一方面, 我们发现马达系统把噪声转化为单向运动的能力与系统的构像（如倾斜角）和相互作用势的强度有关, 因此我们可以通过倾斜棒所处的状况以及相互作用势的强弱来预测肌肉的状态, 是充满活力还是疲劳? 当然, 这些都只是从理论上提供一种可能, 还需要大量相关的试验来进行验证.

参考文献:

[1] HUXLEY A F, SIMMONS R M. Proposed mechanism of force generation in striated muscle [J] . Nature, 1971, 233: 533— 538.

[2] MAGNASCO M O. Forced Thermal Ratchets[J] . Phys Rev Lett, 1993, 71: 1477— 1481.

[3] JULICHER F, ARMAND A, PROST J. Modeling

Molecular Motors[J] . Rev Mod Phys, 1997, 69: 1269— 1281.

[4] PARMEGGIANI A, JULICHER F, AJDARI A. Energy transduction of isothermal ratchets: Generic aspects and specific examples close to and far from equilibrium [J] . Phys Rev, 1999, E60: 2127— 2140.

[5] MATSUURA H, NAKANO M. Theoretical actin Myosin systems based on the stochastic resonance[J] . Biomedical Fuzzy and Human Science, 1998, 4(1): 23— 31.

[6] MATSUURA H, NAKANO M. Theoretical approach to Actin-Myosin system as an example of complex system [J] . Biomedical Fuzzy and Human sciences, 1997, 3 (1): 47— 52.

[7] AI B Q, WANG X J, LIU L G. Muscle's motion in an overdamped regime[J] . Communication in Theoretical Physics (to be published), 2001.

Dynamic Model for Muscle's Motion

AI Bao quan¹, WANG Xian ju¹, LIU Liang gang¹, ZHENG Hua²

(1. Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China;
2. Department of Physics, Hubei University, Wuhan 430062, China)

Abstract: Based on SIRM, a myosin actin model that is dependent on time, space and temperature is set up. Based on the microscopic interaction, the muscle's motion and its numerical solution is showed.

Keywords: stochastic resonance; actin myosin system; random noise