

MIMO 有限拍无振荡数字控制器设计与实现^{*}

吕志民, 周茂林

(中山大学电子与通信工程系, 广东 广州 510275)

摘 要: 针对 MIMO 有限拍无振荡数字控制器设计表述各异的情况, 提出一种切实可行的设计方法, 给出一个 MIMO 系统设计实例. 仿真结果表明, 所提出的设计方法是正确的.

关键词: 有限拍; 无振荡; MIMO; 数字控制器

中图分类号: TP217.82 TP273.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2001) 02-0039-03

多输入多输出 (MIMO) 有限拍无振荡数字控制器设计不少文献都有涉及, 但表述各异. 对于 m 维输入、 p 维输出系统, 文献 [1] 结论是 $m \times m$ 控制矩阵, 文献 [2] 的结果是两个 $m \times m$ 矩阵相除, 而文献 [3] 是两个 $m \times 1$ 向量相除, 本文提出应是 m 个互不相关的独立控制器. 文章就文献 [1] 给出的例子重新设计, 并借助控制系统计算机辅助设计 (CACSD) [4] 对例子进行仿真, 得出的结果和理论分析完全一致, 说明本文提出的设计方法是正确的.

1 MIMO 有限拍无振荡数字控制器设计

设连续对象状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{F}x(t) + \mathbf{G}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}x(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x(t)$ 、 $u(t)$ 、 $y(t)$ 分别为 n 维状态向量、 m 维控制向量、 p 维输出向量.

设采样周期为 T , m 路输入均为单位阶跃信号 r_0 , 在零阶保持作用下离散状态空间表达式为

$$\begin{cases} x(k+1) = \mathbf{A}x(k) + \mathbf{B}u(k) \\ y(k) = \mathbf{C}x(k) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{A} = \exp(\mathbf{F}T)$, $\mathbf{B} = \int_0^T \exp(\mathbf{F}T) dt \cdot \mathbf{G}$

在 $k \geq N$ 后, 据有限拍、无振荡的要求, 有

$$\begin{cases} y(N) = r_0 \\ \dot{y}(N) = 0 \end{cases} \quad k \geq N \quad (3)$$

据上述要求, 可导出控制器输出序列矩阵方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{A}^{N-1}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N-2}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{C}\mathbf{B} \\ \mathbf{F}\mathbf{A}^{N-1}\mathbf{B} & \mathbf{F}\mathbf{A}^{N-2}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{F}\mathbf{B} \end{bmatrix} \mathbf{G}.$$

$$\begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \cdots \\ u(N-1) \\ u(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

在线性系统中

$$u(k) = \mathbf{P}(k)r_0, \quad (k = 0, 1, \cdots, N) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{P}(k)$ 为控制系数矩阵, r_0 为 $m \times 1$ 列向量.

从式 (4) 和式 (5) 可求出 $u(k)$ 和 $\mathbf{P}(k)$, 其中 $k = 0, 1, \cdots, N$.

取 $u(k)$ 的 z 变换

$$U(z) = \left[\sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{P}(k)z^{-k} + \sum_{k=N}^{\infty} \mathbf{P}(k)z^{-k} \right] r_0 \quad (6)$$

在 $k \geq N$ 后

$$U(z) = \begin{bmatrix} U_1(z) \\ U_2(z) \\ \cdots \\ U_m(z) \end{bmatrix} = \left[\sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{P}(k)z^{-k} + \mathbf{P}(N) \frac{z^{-N}}{1-z^{-1}} \right] r_0 \quad (7)$$

系统误差 $e(k)$ 的 Z 变换为

$$E(z) = \begin{bmatrix} E_1(z) \\ E_2(z) \\ \cdots \\ E_m(z) \end{bmatrix} = \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left[\mathbf{I} - \sum_{j=0}^{k-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{k-j-1}\mathbf{B}\mathbf{P}(j) \right] z^{-k} \right\} r_0 \quad (8)$$

按控制器 $D(z)$ 定义, 有

$$D_i(z) = \frac{U_i(z)}{E_i(z)}, \quad (i = 1, 2, \cdots, m) \quad (9)$$

^{*} 收稿日期: 2000-07-03; 作者简介: 吕志民 (1946—), 男, 副教授.

至此, m 路控制器的 z 传递函数全部确定.

2 MIMO 有限拍无振荡数字控制器仿真

设连续对象状态空间表达式为式 (1), 其中

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -6 & -1 \\ -2 & -1 & 2 & -3 \end{bmatrix},$$
$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

采样周期 $T=0.1\text{ s}$, 离散状态空间表达式为式 (2), 其中

$$A = \begin{bmatrix} 1.0689 & 0.0779 & -0.3985 & -0.0705 \\ 0 & 0.8187 & 0 & 0 \\ 0.1640 & 0.0779 & 0.5063 & -0.0705 \\ -0.1640 & -0.0779 & 0.1640 & 0.7408 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0.1039 & 0.0734 \\ 0 & 0.1813 \\ 0.0088 & 0.1685 \\ -0.0088 & -0.0861 \end{bmatrix}$$

从式 (5) 得

$$P(0) = \begin{bmatrix} 24.0115 & 1.5751 \\ -1.9686 & 9.8432 \end{bmatrix}$$
$$P(1) = \begin{bmatrix} -15.7455 & 0.1949 \\ 0.9628 & -4.8138 \end{bmatrix}$$
$$P(2) = \begin{bmatrix} 0.5294 & 0.3529 \\ -0.1176 & 0.5882 \end{bmatrix}$$
$$N = 2$$

从式 (7) 得

$$U(z) = \frac{1}{z^2 - z} \begin{bmatrix} 25.5866z^2 - 41.4373z + 16.433 \\ 7.8745z^2 - 11.7255z + 4.3216 \end{bmatrix}$$

从式 (8) 得

$$E(z) = \frac{1}{z} \begin{bmatrix} z - 5.1072 \\ z - 3.9377 \end{bmatrix}$$

据式 (9) 有

$$D_1(z) = \frac{U_1(z)}{E_1(z)} = \frac{25.5866z^2 - 41.1373z + 16.4330}{z^2 - 6.1072z + 5.1072}$$
$$D_2(z) = \frac{U_2(z)}{E_2(z)} =$$

$$\frac{7.8745z^2 - 11.7255z + 4.3216}{z^2 - 4.9377z + 3.9377}$$

系统结构如图 1.

系统仿真输出特性曲线如图 2.

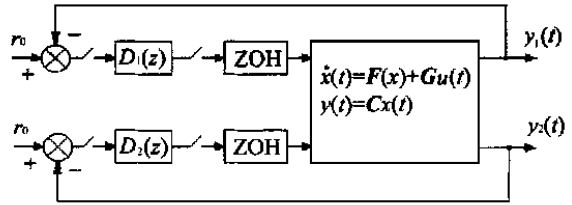


图 1 系统结构方框图

Fig 1 The block schematic diagram of system structure

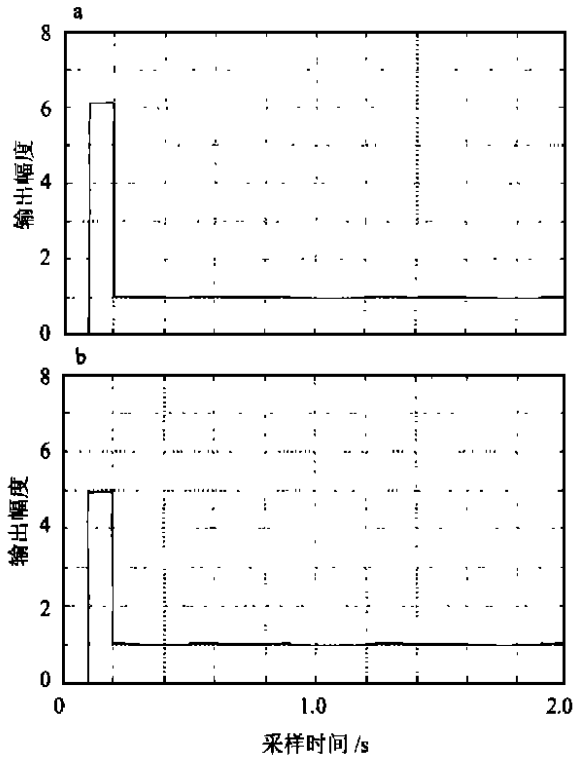


图 2 $y_1(k)$ (a) 与 $y_2(k)$ (b) 输出特性曲线

Fig 2 The characteristic curves of output $y_1(k)$ (a) and $y_2(k)$ (b)

3 结果比较

对于上述条件下有限拍无振荡数字控制器, 文献 [1] 表述为

$$D(z) = \left[\sum_{k=0}^{N-1} P(k) z^{-k} + P(N) \frac{z^{-N}}{1 - z^{-1}} \right] \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left[I - \sum_{j=0}^{k-1} CA^{k-j-1} BP(j) \right] z^{-k} \right\}^{-1} \quad (10)$$

$D(z)$ 为 $m \times m$ 方阵, 控制环节共有 m^2 个.

文献 [2] 描述为

$$D(z) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} P(k)z^{-k} + P(N) \frac{z^{-N}}{1-z^{-1}}}{\sum_{k=0}^{N-1} \left[I - \sum_{j=0}^{k-1} CA^{k-j-1}BP(j) \right] z^{-k}} \quad (11)$$

$D(z)$ 以 2 个 $m \times m$ 矩阵相除形式出现, 矩阵运算规则中没有这种表达形式.

文献 [3] 描述为

$$D(z) = \frac{\left[\sum_{k=0}^{N-1} P(k)z^{-k} + P(N) \frac{z^{-N}}{1-z^{-1}} \right] r_0}{\left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left[I - \sum_{j=0}^{k-1} CA^{k-j-1}BP(j) \right] z^{-k} \right\} r_0} \quad (12)$$

$D(z)$ 成为 2 个 $m \times 1$ 向量相除形式.

可见, 不同文献对 MIMO 有限拍无振荡数字控制器的描述差异较大, 谁是谁非, 唯有通过仿真试验结果才能分晓.

4 结 论

单位阶跃输入信号作用下, m 阶输入、 p 阶

输出的 MIMO 系统, 其有限拍无振荡数字控制器只需要 m 个控制环节, p 路输出在 N 节拍后, 均能实现输出跟踪到输入, 而且采样点间无振荡.

参考文献:

[1] 刘植桢, 郭木河, 何克忠. 计算机控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 1981.
[2] 徐丽娜. 数字控制[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1994.
[3] 于海生, 潘松峰, 于培仁, 等. 微型计算机控制技术[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.
[4] RIMVALL C M. Computer-aided control system design [J]. IEEE Control Systems Magazine (Special issue on CACSD), 1993, 13: 14- 16.

The Design and Realization of Digital Controller for MIMO Deadbeat and Non hidden Oscillation Systems

LÜZhi-mìn, ZHOU Mao-lin

(Department of Electronics and Communication Engineering, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The design methods of digital controller for MIMO deadbeat and non hidden oscillation systems have different representations. A practical design process is presented and an example on it is given in this paper. The simulation result showed that the practical design method is correct.

Keywords: deadbeat; non hidden oscillation; MIMO; digital controller