

Hilbert 空间上带跳倒向 随机发展方程的适应解 (II)^{*}

司徒荣, 许浣耀
(中山大学数学系, 广东 广州 510275)

摘 要: 证明算子半群与算子群情形下 Hilbert 空间上关于柱体布朗运动及 Poisson 鞅测度的一般半线性倒向随机发展方程适应解的存在惟一性定理, 及其相应解的收敛定理.

关键词: 带跳半线性倒向随机发展方程; 适应解; 收敛定理

中图分类号: O241.8 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2001) 02-0001-05

1 带跳半线性倒向随机发展方程的适应解

讨论如下的方程, 其中所有记号沿用文 [1]

$$x_t + \int_t^T e^{A(s-t)} f(s, x_s, q_s, p_s) ds + \int_t^T e^{A(s-t)} (g(s, x_s) + q_s) dW(s) + \int_t^T \int_Z e^{A(s-t)} (h(s, x_s, z) + p_s(z)) N_k(ds, dz) = e^{A(T-t)} X \quad (1)$$

其中, $f: \Omega \times [0, T] \times H \times \mathcal{L}(K, H) \times L^2_{\mathbb{H}(\cdot)}(H) \rightarrow H$,

$g: \Omega \times [0, T] \times H \rightarrow \mathcal{L}(K, H); h: \Omega \times [0, T] \times H \times Z \rightarrow H$

假设: f 是关于 $\mathcal{P} \otimes \mathcal{A}(H) \otimes \mathcal{A}(\mathcal{L}(K, H)) \otimes \mathcal{A}(L^2_{\mathbb{H}(\cdot)}(H)) / \mathcal{A}(H)$ -可测, g 关于 $\mathcal{P} \otimes \mathcal{A}(H) / \mathcal{A}(\mathcal{L}(K, H))$ -可测, h 关于 $\mathcal{P} \otimes \mathcal{A}(H) \otimes \mathcal{A}(Z) / \mathcal{A}(H)$ -可测. 且满足性质 (A1):

(1) $f(\cdot, 0, 0, 0) \in L^2_{\mathcal{A}}(0, T; H)$, $g(\cdot, 0) \in L^2_{\mathcal{A}}(0, T; \mathcal{L}(K, H))$, $h(\cdot, 0, \cdot) \in F^2_{\mathcal{A}}(0, T; H)$;

(2) 对于 $\forall x^1, x^2 \in H, q^1, q^2 \in \mathcal{L}(K, H), p^1, p^2 \in L^2_{\mathbb{H}(\cdot)}(H)$ 下述条件之一成立:

① 当 $\{e^{At}, t \in \mathbf{R}\}$ 为一致有界 C_0 算子群, 有

$$\begin{aligned} & |f(t, x^1, q^1, p^1) - f(t, x^2, q^2, p^2)| \leq \\ & c_1(t) |x^1 - x^2| + c(t) \left[|q^1 - q^2|_{H.S.} + \left(\int_Z |p^1(z) - p^2(z)|^2 \Pi(dz) \right)^{1/2} \right], \\ & |g(t, x^1) - g(t, x^2)| + \left(\int_Z |h(t, x^1, z) - h(t, x^2, z)|^2 \Pi(dz) \right)^{1/2} \leq c(t) |x^1 - x^2| \end{aligned}$$

其中, $c_1(t), c(t) \geq 0$, 并且 $\int_0^T (c_1(t) + c^2(t)) dt < \infty$.

② 当 $\{e^{At}, t \geq 0\}$ 为一致有界 C_0 算子半群, ①中不等式仍成立, 但①中的 $c_1(t) = c(t) = k_0 \geq 0$ 是一个常数.

定理 1 在上述条件下, 若 $X \in L^2(\Omega, \mathcal{F}, P, H)$, 则存在唯一一组 $(x_\cdot, q_\cdot, p_\cdot) \in L^2_{\mathcal{A}}(0, T; H) \times L^2_{\mathcal{A}}(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2_{\mathcal{A}}(0, T; H)$ 满足方程 (1). 并且, $\forall t \in [0, T], E |x_t|^2 \leq k_0$, 其中 k_0 是一个常数. 特别地, 在假设①的情形, 解 $(x_\cdot, q_\cdot, p_\cdot) \in S^2_{\mathcal{A}}(0, T; H) \times L^2_{\mathcal{A}}(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2_{\mathcal{A}}(0, T; H)$, 且在此空间唯一.

证明 惟一性. 1); 设 $(x^i, q^i, p^i), i = 1, 2$, 是 $L^2_{\mathcal{A}}(0, T; H) \times L^2_{\mathcal{A}}(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2_{\mathcal{A}}(0, T; H)$ 中满足方程 (1) 的 2 组解. 由于 $\int_0^T c^2(t) dt \triangleq c_0 < \infty$, 故存在有限个分点:

* 基金项目: 国家自然科学基金重大资助项目 (79790130)

收稿日期: 2000-07-21; 作者简介: 司徒荣 (1935-), 男, 教授, 博士生导师.

$$0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_{n_0} = T$$

使得
$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} c^2(t) dt \leq \frac{1}{108M_0^4}$$

对 $t \in [t_{n_0-1}, T]$, 有

$$\begin{aligned} x_t^1 - x_t^2 + \int_t^T e^{A(s-t)} [f(s, x_s^1, q_s^1, p_s^1) - f(s, x_s^2, q_s^2, p_s^2)] ds + \\ \int_t^T e^{A(s-t)} (g(s, x_s^1) - g(s, x_s^2) + q_s^1 - q_s^2) dW(s) + \\ \int_t^T \int_Z e^{A(s-t)} [h(s, x_s^1, z) - h(s, x_s^2, z) + p_s^1(z) - p_s^2(z)] N_k(ds, dz) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

设条件①真, 则由文 [1] 之定理 2 可得

$$\begin{aligned} E |x_t^1 - x_t^2|^2 \leq \frac{1}{18} E \left[\int_t^T |q_s^1 - q_s^2|^2 ds + \right. \\ \left. \int_t^T \int_Z |p_s^1(z) - p_s^2(z)|^2 \Pi(dz) ds \right] + k_0 E \int_t^T c_1(s) |x_s^1 - x_s^2|^2 ds \end{aligned} \quad (3)$$

其中, 记 $k_0 = 6M_0^4 \int_0^T c_1(s) ds$. 又可得

$$\begin{aligned} E \left[\int_t^T |g(s, x_s^1) - g(s, x_s^2) + q_s^1 - q_s^2|^2 ds + \int_t^T \int_Z |h(s, x_s^1, z) - h(s, x_s^2, z) + \right. \\ \left. p_s^1(z) - p_s^2(z)|^2 \Pi(dz) ds \right] \leq \\ \frac{1}{4} E \left[\int_t^T |q_s^1 - q_s^2|^2 ds + \int_t^T \int_Z |p_s^1(z) - p_s^2(z)|^2 \Pi(dz) ds \right] + 5k_0 E \int_t^T c_1(s) |x_s^1 - x_s^2|^2 ds \end{aligned}$$

应用不等式 $|a+b|^2 \geq \frac{1}{2} |a|^2 - |b|^2$, 以及设 (A1) 中的条件 (2) 满足, 上式可以改写为:

$$E \left[\int_t^T |q_s^1 - q_s^2|^2 ds + \int_t^T \int_Z |p_s^1(z) - p_s^2(z)|^2 \Pi(dz) ds \right] \leq 24k_0 E \int_t^T c_1(s) |x_s^1 - x_s^2|^2 ds \quad (4)$$

由 (3) 和 (4) 式, 再用 Gronwall 不等式, 可得解在 $[t_{n_0-1}, T]$ 上惟一. 即: 对于 $\forall s \in [t_{n_0-1}, T]$, 有 $x_s^1 = x_s^2, q_s^1 = q_s^2, p_s^1(\cdot) = p_s^2(\cdot)$, P a.s. 将已证明惟一性结果应用于 $[t_{n_0-2}, t_{n_0-1}]$, 再经过有限步即得证惟一性在 $[0, T]$ 上成立. 当条件②成立, 则证明类似且更简单.

2) 现设条件①成立, 证解在 $S^2_{\mathcal{A}}(0, T; H) \times L^2_{\mathcal{A}}(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2_{\mathcal{A}}(0, T; H)$ 中的惟一. 由 1), 式 (2) 与鞅不等式, 和文 [1] 中定理 2 的 (8)' 即可得证.

注 由于在假设 (2) 中②的成立情形下, 其证明都是较简单且类似, 故以后只在假设 (2) 中的①成立情形下, 给出证明.

要证明解的存在性, 先要证明下面的命题 1 成立.

命题 1 在定理 1 中, 若 f 不依赖于 x , 即 $f = f(t, q, p)$, 且 g, h 不依赖于 x , 即 $g = g(s), h = h(s, z)$, 则定理 1 的结论成立.

证明 只需证明存在性. 1) 先证解在 $L^2_{\mathcal{A}}(0, T; H) \times L^2_{\mathcal{A}}(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2_{\mathcal{A}}(0, T; H)$ 中的存在性. 令 $q_t^0 = 0, p_t^0(\cdot) = 0$, 由文 [1] 之定理 2 有 (x^n, q^n, p^n) 是 $L^2_{\mathcal{A}}(0, T; H) \times L^2_{\mathcal{A}}(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2_{\mathcal{A}}(0, T; H)$ 中的一序列, 满足下式

$$\begin{aligned} x_t^n + \int_t^T e^{A(s-t)} f(s, q_s^{n-1}, p_s^{n-1}) ds + \int_t^T e^{A(s-t)} (g(s) + q_s^n) dW(s) + \\ \int_t^T \int_Z e^{A(s-t)} (h(s, z) + p_s^n(z)) N_k(ds, dz) = e^{A(T-t)} X, \quad \forall t \in [0, T] \end{aligned} \quad (5)$$

由 (5) 式与文 [1] 之定理 2, 可得对于 $\forall t \in [t_{n_0-1}, T]$, 其中 $\{t_1, t_2, \dots, t_{n_0}\}$ 已在惟一性的证明中确定, 有

$$\begin{aligned} E |x_t^{n+1} - x_t^n|^2 &\leq \frac{1}{8} E \left[\int_t^T |q_s^n - q_s^{n-1}|^2 ds + \int_t^T \int_Z |p_s^n(z) - p_s^{n-1}(z)|^2 \Pi(dz) ds \right], \\ v_t^{n+1} &= E \left[\int_t^T |q_s^{n+1} - q_s^n|^2 ds + \int_t^T \int_Z |p_s^{n+1}(z) - p_s^n(z)|^2 \Pi(dz) ds \right] \leq \\ &\frac{1}{2} E \left[\int_t^T |q_s^n - q_s^{n-1}|^2 ds + \int_t^T \int_Z |p_s^n(z) - p_s^{n-1}(z)|^2 \Pi(dz) ds \right] = v_t^n. \end{aligned}$$

从而可得

$$v_t^n \leq \frac{1}{2^{n-1}} v_t^1, \quad \forall t \in [t_{n_0-1}, T]$$

特别地, $E |x_t^{n+1} - x_t^n|^2 \leq \frac{1}{2^{n+2}} v_t^1, \quad \forall t \in [t_{n_0-1}, T]$. 根据 v_t^n 的定义有

$$v_t^1 = E \int_t^T |q_s^1|^2 ds + E \int_t^T \int_Z |p_s^1(z)|^2 \Pi(dz) ds < +\infty$$

因此 $(E |x_t^{n+1} - x_t^n|^2)^{1/2} \leq \sum_{i=n}^{n+1} \frac{1}{2^{(i+2)/2}} v_t^1, \quad \forall n, p$. 故 $\{x^n\}$ (相应地, $\{q^n\}, \{p^n\}$) 是 $D\mathcal{A}(t_{n_0-1}, T; L^2(\Omega, \mathcal{F}, P; H))$ (相应地, $L^2\mathcal{A}(t_{n_0-1}, T; \mathcal{L}(K, H)), F^2\mathcal{A}(t_{n_0-1}, T; H)$) 中的 Cauchy 序列, 这里 $D\mathcal{A}(t_{n_0-1}, T; L^2(\Omega, \mathcal{F}, P; H))$ 是指取值于 $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P; H)$ 中的定义在 $[t_{n_0-1}, T]$ 上的右连左极适应过程的全体. 分别记其极限为 $x = \lim_{n \rightarrow +\infty} x^n, q = \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n, p = \lim_{n \rightarrow +\infty} p^n$, 则由 (5) 式取极限, 便可得到方程 (1) 满足题设的简化形式在 $[t_{n_0-1}, T]$ 中有解. 由惟一性 (x, q, p) 是在 $[t_{n_0-1}, T]$ 中的惟一解. 将已证结果应用到 $[t_{n_0-2}, t_{n_0-1}]$ 上, 同样得到在 $[t_{n_0-2}, t_{n_0-1}]$ 上存在惟一解. 这样, 经过有限步便得到在 $[0, T]$ 上存在惟一解.

2) 现在, 在假设①之下讨论解在 $S^2\mathcal{A}(0, T; H) \times L^2\mathcal{A}(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2\mathcal{A}(0, T; H)$ 中的存在性. 由 1) 及文 [1] 之定理 2 中估计式 (8)' 易得结论真.

现在回到定理 1 中关于存在性的证明.

1) 由命题 1 可令 $x_t^0 = 0$ 及 $\{x^n, q^n, p^n\}_{n \geq 1}$ 是 $L^2\mathcal{A}(0, T; H) \times L^2\mathcal{A}(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2\mathcal{A}(0, T; H)$ 中的序列. 它们由下式递归地定义

$$\begin{aligned} x_t^n + \int_t^T e^{A(s-t)} f(s, x_s^{n-1}, q_s^n, p_s^n) ds + \int_t^T e^{A(s-t)} (g(s, x_s^{n-1}) + q_s^n) dW(s) + \\ \int_t^T \int_Z e^{A(s-t)} (h(s, x_s^{n-1}, z) + p_s^n(z)) N_k(ds, dz) = e^{A(T-t)} X \end{aligned} \quad (6)$$

类似地有 $\forall t \in [t_{n_0-1}, T]$

$$\begin{aligned} E |x_t^{n+1} - x_t^n|^2 &\leq \frac{1}{18} E \left[\int_t^T |q_s^{n+1} - q_s^n|^2 ds + \int_t^T \int_Z |p_s^{n+1}(z) - p_s^n(z)|^2 \Pi(dz) ds \right] + \\ &k_0 \int_t^T c_1(s) E |x_s^n - x_s^{n-1}|^2 ds \end{aligned} \quad (7)$$

$$E \left[\int_t^T |q_s^{n+1} - q_s^n|^2 ds + \int_t^T \int_Z |p_s^{n+1}(z) - p_s^n(z)|^2 \Pi(dz) ds \right] \leq 24k_0 E \int_t^T c_1(s) |x_s^n - x_s^{n-1}|^2 ds \quad (8)$$

由 (7), (8) 式可得 $\forall t \in [t_{n_0-1}, T]$,

$$E |x_t^{n+1} - x_t^n|^2 \leq E \int_t^T \left(\frac{24k_0}{18} + k_0 \right) c_1(s) |x_s^n - x_s^{n-1}|^2 ds \leq E \int_t^T |x_s^n - x_s^{n-1}|^2 dB(s)$$

其中, $B(s) = \int_0^s \left(\frac{24k_0}{18} + k_0 \right) c_1(t) dt$. 因此, $\forall t \in [t_{n_0-1}, T]$,

$$E |x_t^{n+1} - x_t^n|^2 \leq \frac{1}{(n-1)!} E \int_t^T (B(s) - B(t))^{n-1} |x_s^1|^2 dB(s) \leq \frac{k_0'}{n!} [B(T) - B(t)]^n \quad (9)$$

由 (9) 与 (8) 式可知 $\{x^n\}$ 是 $D\mathcal{A}(t_{n_0-1}, T; L^2(\Omega, \mathcal{F}, P; H))$ 中的 Cauchy 序列, $\{q^n, p^n(\cdot)\}$ 是 $L^2\mathcal{A}(t_{n_0-1}, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2\mathcal{A}(t_{n_0-1}, T; H)$ 中的 Cauchy 序列, 故在上述空间中存在极限. 易知该极限就是方程 (1) 在区间 $[t_{n_0-1}, T]$ 中的解. 由惟一性, 还可知道它是 (1) 在区间 $[t_{n_0-1}, T]$ 中的惟一解.

将所得结果应用于 $[t_{n_0-2}, t_{n_0-1}]$, 又得到方程 (1) 在 $[t_{n_0-2}, t_{n_0-1}]$ 中存在惟一解. 经有限步以后, 即得到方

程(1) 在 $[0, T]$ 中存在惟一解. 现在, 由已得结果与文 [1] 中的 (6) 式, 及 Gronwall 不等式, 可得 $\sup_{t \in [0, T]} E \|x_t\|^2 < \infty$.

2) 现在, 在假设①之下讨论解在 $S^2(0, T; H) \times L^2(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2(0, T; H)$ 中的存在性. 由 1) 及文 [1] 中的估计式 (8)' 易得结论真.

2 极限定理

定理 2 假设 $\forall n = 0, 1, 2, \dots$,

$$(1) \quad \|f^n(t, x, q, p)\| \leq c_1(t)(1 + \|x\|_H) + c(t) \left[\|q\|_{H.S.} + \left(\int_Z \|p(z)\|_H^2 \Pi(dz) \right)^{1/2} \right],$$

$$\|g^n(t, x)\|_H + \left(\int_Z \|h^n(t, x, z)\|_H^2 \Pi(dz) \right)^{1/2} \leq c(t)(1 + \|x\|_H),$$

其中, $c_1(t), c(t) \geq 0$ 是非随机的实值函数, $\int_0^T (c_1(t) + c^2(t)) dt < +\infty$;

(2) 下述条件之一成立

① 当 $\{e^{At}, t \in \mathbf{R}\}$ 为一致有界 C_0 -算子群, 有

$$\|f^0(t, x^1, q^1, p^1) - f^0(t, x^2, q^2, p^2)\| \leq$$

$$c_1(t) \|x^1 - x^2\|_H + c(t) \left[\|q^1 - q^2\|_{H.S.} + \left(\int_Z \|p^1(z) - p^2(z)\|_H^2 \Pi(dz) \right)^{1/2} \right],$$

$$\|g^0(t, x^1) - g^0(t, x^2)\|_{H.S.} + \left(\int_Z \|h^0(t, x^1, z) - h^0(t, x^2, z)\|_H^2 \Pi(dz) \right)^{1/2} \leq c(t) \|x^1 - x^2\|_H$$

其中, $c_1(t), c(t)$ 与条件(1) 的假设相同;

② 当 $\{e^{At}, t \geq 0\}$ 为一致有界 C_0 -算子半群时, ① 中式子仍为真, 但① 中的 $c_1(t) = c(t) = k_0 \geq 0$ 是一个常数;

(3) $X^n \in L^2(\Omega, \mathcal{F}_T, P; H)$, $\forall n = 0, 1, 2, \dots$, $E \|X^n - X^0\|^2 \rightarrow 0$, 当 $n \rightarrow +\infty$;

$$(4) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\int_0^T \sup_{x, q, p} \|f^n(s, x, q, p) - f^0(s, x, q, p)\|^2 ds + \int_0^T \sup_{x \in H} \|g^n(s, x) - g^0(s, x)\|^2 ds + \right.$$

$$\left. \int_0^T \sup_{x \in H} \int_Z \|h^n(s, x, z) - h^0(s, x, z)\|^2 \Pi(dz) ds \right] = 0.$$

若 $(x^n, q^n, p^n) \in L^2(0, T; H) \times L^2(0, T; \mathcal{L}(K, H)) \times F^2(0, T; H)$ 分别是下列方程的解:

$$x_t^n + \int_t^T e^{A(s-t)} f^n(s, x_s^n, q_s^n, p_s^n) ds + \int_t^T e^{A(s-t)} (g^n(s, x_s^n) + q_s^n) dW(s) +$$

$$\int_t^T \int_Z e^{A(s-t)} (h^n(s, x_s^n, z) + p_s^n(z)) N_k(ds, dz) = e^{A(T-t)} X^n, \quad \forall t \in [0, T]$$

$\forall n = 0, 1, 2, \dots$, 则当 $n \rightarrow +\infty$ 时, 有

$$\sup_{t \in [0, T]} E \|x_t^n - x_t^0\|^2 + E \left[\int_0^T \|q_s^n - q_s^0\|^2 ds + \int_0^T \int_Z \|p_s^n(z) - p_s^0(z)\|^2 \Pi(dz) ds \right] \rightarrow 0$$

特别地, 在假设①的情形, 还有, 当 $n \rightarrow +\infty$ 时, $E \sup_{t \in [0, T]} \|x_t^n - x_t^0\|^2 \rightarrow 0$.

证明 由假设 $\int_0^T c^2(t) dt = \omega < \infty$, 故可取分点 $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n_0} = T$, 使其满足

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} c^2(t) dt < \frac{1}{240M_0^4}, \text{ 当 } t \in [t_{n_0-1}, T] \text{ 时,}$$

$$E \|x_t^n - x_t^0\|^2 + E \left[\int_t^T \|q_s^n - q_s^0\|^2 ds + \int_t^T \int_Z \|p_s^n(z) - p_s^0(z)\|^2 \Pi(dz) ds \right] \leq$$

$$y_t^n + \frac{1}{2} E \left[\int_t^T \|q_s^n - q_s^0\|^2 ds + \int_t^T \int_Z \|p_s^n(z) - p_s^0(z)\|^2 \Pi(dz) ds \right] +$$

$$E \int_t^T 21k_0(c_1(s) + c^2(s)) \|x_s^n - x_s^0\|^2 ds \quad (10)$$

其中, 记 $k_0 = 6M_0^4 \int_0^T c_1(s) ds$,

$$y_t^n = 40M_0^4 E \int_t^T |f^n(s, x_s^n, q_s^n, p_s^n) - f^0(s, x_s^n, q_s^n, p_s^n)|^2 ds + 20M_0^2 E |X^n - X^0|^2 + 4E \left[\int_t^T |g^n(s, x_s^n) - g^0(s, x_s^n)|^2 ds + \int_t^T \int_Z |h^n(s, x_s^n, z) - h^0(s, x_s^n, z)|^2 \Pi(dz) ds \right]$$

根据假设条件 (3) 和 (4) 可得: $\forall t \in [0, T], \lim_{n \rightarrow +\infty} y_t^n = 0$. 由 (10) 及 Gronwall 不等式, 易得, 当 $t \in [t_{n_0-1}, T]$ 时,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sup_{t \in [t_{n_0-1}, T]} E |x_t^n - x_t^0|^2 + E \left[\int_t^T |q_s^n - q_s^0|^2 ds + \int_t^T \int_Z |p_s^n(z) - p_s^0(z)|^2 \Pi(dz) ds \right] = 0$$

类似地, 运用前面已频繁应用的方法可证对于 $\forall t \in [t_{n_0-2}, T]$, 乃至 $\forall t \in [0, T]$, 上式也真.

在假设①的情形, 由 (8)' 可得, 当 $n \rightarrow +\infty$ 时, $E \sup_{t \in [0, T]} |x_t^n - x_t^0|^2 \rightarrow 0$. 证毕.

我们还可以导出其它有用的收敛定理, 其证明过程与定理 2 类似:

定理 3 假设如下的条件成立:

- (1) 与定理 2 的条件 (1) 相同;
- (2)
$$\begin{aligned} &|f^n(t, x^1, q^1, p^1) - f^n(t, x^2, q^2, p^2)| \leqslant \\ &c_1(t) |x^1 - x^2|_H + c(t) \left[|q^1 - q^2|_{H.S.} + \left(\int_Z |p^1(z) - p^2(z)|^2 \Pi(dz) \right)^{1/2} \right. \\ &\quad \left. |g^n(t, x^1) - g^n(t, x^2)|_{H.S.} + \left(\int_Z |h^n(t, x^1, z) - h^n(t, x^2, z)|^2 \Pi(dz) \right)^{1/2} \right] \leqslant c(t) |x^1 - x^2|_H, \quad \forall n = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

其中, $c_1(t), c(t)$ 与定理 2 的假设条件 (1) 的相同;

- (3) 与定理 2 的条件 (3) 相同;
- (4)
$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} f^n(t, x, q, p) &= f^0(t, x, q, p), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} g^n(t, x) = g^0(t, x), \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} h^n(t, x, z) &= h^0(t, x, z), \quad P - a. s. \end{aligned}$$

则定理 2 的结论仍成立.

参考文献:

[1] 司徒荣, 许浣耀. Hilbert 空间上带跳倒向随机发展方程的适应解(I) [J]. 中山大学学报(自然科学版), 2001, 40(1): 1—5.

[2] SITU R. Backward stochastic differential equations with jumps and applications [M]. Guangzhou: Guangdong Science and Technology Press, 2000.

Adapted Solutions of Backward Stochastic
Evolution Equations with Jumps on Hilbert Space (II)

SITU Rong, XU Huan-yao
(Department of Mathematics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The existence and uniqueness of adapted solutions for some general semi-linear backward stochastic evolution equations with jumps on Hilbert Spaces in cases of operator semi groups and operator groups with weaker conditions respectively are obtained. Some convergence theorems for their solutions are also derived.

Keywords: semilinear backward stochastic evolution equation with jumps; adapted solution; convergence theorem