

基于分类思想的联想记忆神经网络*

吴集林, 赵 怡

(中山大学数学系, 广东 广州 510275)

摘 要: 根据分类思想设计了2层反馈自联想记忆神经网络模型, 它符合大脑联想记忆的分类思想, 能保证每个样本模式为稳定状态, 其吸引域在平均意义上达到了最大值.

关键词: 分类思想; 联想记忆; 神经网络

中图分类号: O235 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2001) 04-0038-03

设计联想记忆网络所要解决的问题主要是3个: ① 要保证每个样本模式为稳定状态; ② 每个样本模式要有尽可能大的吸引域; ③ 尽量减少伪吸引子. 其中第一条是前提, 因为如果对样本模式都没有记住, 就谈不上联想.

Hopfield 网络是一种自联想网络, 网络由一层 n 个互连的神经元组成, 每个神经元与其它神经元通过权值联系起来, 每个神经元的状态为 -1 或 1 , 假设神经元的阈值向量的分量都为 0 , 网络的运算过程如下: 给定初始状态 $X(0)$, 经过 k 步得到状态 $X(k)$, $X(k+1) = \text{sgn}(WX(k))$, 其中 W 为权矩阵.

关于 Hopfield 网络最常见的算法是 Hebbian 准则^[1], 也称外积和准则, 其明显缺点是存储容量低, 容错性差. 只有当样本模式相互正交时, 每个样本才是稳定状态. 有时对给定的样本模式, 根据 Hebbian 算法, 甚至一个样本都不是稳定状态, 其吸引子全是伪吸引子^[2]. 为了找出一种很合适的方案, 一些关于 Hopfield 网络的学习算法被提了出来^[3-7]. 这些学习算法有的仅是保证样本的稳定性, 有的也在一定程度上提高了网络的吸引域, 但学习时间较长, 容错性仍不算好.

根据 Hopfield 网络本身的特点, 如果 X 为存储的样本, 而 $-X$ 不是存储样本, 则 $-X$ 总是伪吸引子, 且 $-X$ 的吸引域、能量函数值与 X 的吸引域、能量函数值是一样的, 所以不管采取什么措施都不能排除伪吸引子, 当要增加或减少一个存储样本时, 网络又要重新学习, 计算复杂性较大, 并且单纯从网络的权值, 难以看出存储样本的数目及存储样本的特征.

大脑具有分类的功能, 它把要记住的样本看成几类, 当输入带有污损的畸变模式时, 大脑联想到正确的模式, 其实就是把畸变模式归到正确模式所在的类别中, 从而恢复出正确模式的信息. 所以对联想记忆神经网络的设计也要符合这种思想. 本文正是根据这种思想来展开讨论.

1 基于分类思想的自联想记忆神经网络结构的设计

网络由2层神经元 X 层、 Z 层组成, 其中 X 层含 n 个神经元, Z 层含 p 个神经元, 其中 N 为模式向量的维数, P 为存储样本的数目. 每个神经元的状态为 -1 或 1 , X 层到 Z 层的权矩阵记为 $W_{n \times p}$, Z 层到 X 层的权矩阵记为 W^T , Z 层的阈值向量为 $a = (a_1, a_2, \dots, a_p)$, X 层的阈值向量 $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, 网络的运算过程如下: 对网络 X 层输入一初始向量 $X(0)$, 在网络中反复运行, 经过 k 步以后 X 层得到状态 $X(k)$, $Z(k) = \text{sgn}(X(k)W - a)$, $X(k+1) = \text{sgn}(Z(k)W^T - b)$, 如果 $X(k+1) = X(k)$, 则 $X(k)$ 为稳定状态.

设有 p 个存储样本 $X^1, X^2, \dots, X^p$, 其中 $X^u = (x_1^u, x_2^u, \dots, x_n^u)$, $u = 1, 2, \dots, p$

网络的权值和阈值设定如下:

(1) 网络权值的设定: X 层第 j 个神经元与 Z 层第 i 个神经元的权设定为 $w_{ji} = x_j^i$, 即 X 层与 Z 层第 i 个神经元的权存储了第 i 个样本的所有信息特征.

(2) 阈值的设定: 阈值向量 a 的分量 a_i 满足 $n - 2d_i < a_i < n$, 其中, $d_i = \min_{l \neq i} d(X^i, X^l)$, $d(X^i, X^l)$ 指模式 X^i 与模式 X^l 的海明距离; 阈值

* 收稿日期: 2000-10-16; 作者简介: 吴集林 (1970-), 男, 讲师.

向量 b 的分量 b_j 满足 $b_j = -\sum_{l \neq i} x_j^l$, 其中 i 指 Z 层中状态为 1 的神经元, 若 Z 层中没有状态为 1 的神经元, 则取 $b_j = -\sum_l x_j^l$. 基于上述的人工神经网络我们称之为基于分类思想的联想神经网络, 简称为 CANN(图 1).

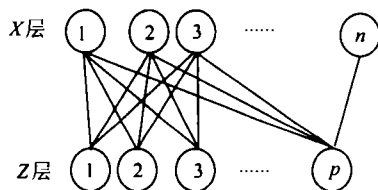


图1 CANN 结构图

Fig.1 The structure of CANN

为下面证明的方便, 不妨设当 $x > 0$ 时, $\text{sgn}(x) = 1$; 当 $x \leq 0$ 时, $\text{sgn}(x) = -1$.

2 稳定性分析

定理1 对于上述的 CANN 网络, 每个样本模式为稳定状态.

证明 当 X 层输入第 i 个样本模式 X^i 时,

$$z_l = \sum (w_{lj}x_j^i - a_l) = \text{sgn}(\sum x_j^l x_j^i - a_l)$$

当 $i = l$ 时, $z_l = \text{sgn}(\sum x_j^l x_j^i - a_l) = \text{sgn}(n - a_l) = 1$

当 $i \neq l$ 时, $z_l = \text{sgn}(n - 2d(X^i, X^l) - a_l) < \text{sgn}(n - 2d_l - a_l) = -1$

所以 Z 层的输出为 $Z = \{-1, -1, \dots, -1, 1, -1, \dots, -1\}$ 即第 i 个分量为 1, 其它分量为 -1 .

向量 Z 再作为 X 层的输入, 下一时刻 X 层的输出为向量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$x_j = \text{sgn}(\sum w_{lj}z_l - b_j) = \text{sgn}(\sum x_j^l z_l - b_j) = \text{sgn}(x_j^i + \sum_{l \neq i} (-x_j^l) - b_j) = \text{sgn}(x_j^i) = x_j^i$$

故定理结论成立.

定理2 如果 X^i 为稳定模式, 模式 X 满足 $d(X, X^i) < \frac{n - a_i}{2}$ 而对 $\forall l \neq i$, 有 $d(X, X^l) \geq \frac{n - a_l}{2}$, 则 X 属于 X^i 的吸引域.

证明 当 X 层输入 X 时, 设 Z 层的输出为向量 $z = (z_1, z_2, \dots, z_p)$

$$z_l = \text{sgn}(\sum w_{lj}x_j - a_l) = \text{sgn}(\sum x_j^l x_j - a_l) = \text{sgn}(n - 2d(X^l, X) - a_l)$$

由 X 的假设条件及定理 1 的证明过程可知,

当 $l = i$ 时, $z_l = 1$

当 $l \neq i$ 时, $z_l = -1$,

所以 Z 层的输出为向量 $Z = \{-1, -1, \dots, -1, 1, -1, \dots, -1\}$. 其中 Z 的第 i 个分量为 1, 其它分量为 -1 , 根据定理 1, 下一时刻 X 层的输出为 x^i . 证毕.

推论1 令 $a_i = n - 2d_i + c$, 如果 $d_i \leq c < 2d_i$ 时模式 X 满足: $d(X, X^i) < d_i - c/2$, 则 X 属于 X^i 的吸引域.

证明 此时 $d(X, X^i) < \frac{n - a_i}{2}$, 只证 $d(X,$

$$X^i) > \frac{n - a_l}{2} = d_l - \frac{c}{2}$$

$$d(X, X^l) \geq d(X^i, X^l) - d(X^i, X) > \max\{d_i, d_l\} - d(X^i, X)$$

当 $d_i \geq d_l$ 时, $d(X, X^l) \geq \frac{c}{2} > d_l - \frac{c}{2} = \frac{n - a_l}{2}$

当 $d_i < d_l$ 时, $d(X, X^l) \geq d_l - d_i + \frac{c}{2} \geq d_l - \frac{c}{2} = \frac{n - a_l}{2}$.

推论2 如果 X^i 为稳定模式, $a_i = n - d_i$, 模式 X 满足 $d(X, X^i) < d_i/2$, 则 X 属于 X^i 的吸引域.

从定理 2、推论 1 可以看出, 当 $a_i = n - d_i$, 对于每个样本模式, 其吸引域在平均意义上达到了最大值, 所以 $a_i = n - d_i$ 最为合适.

3 网络对新样本的学习

设网络原已存贮 p 个样本, 现要增加存贮样本 $X^{p+1} = (x_1^{p+1}, x_2^{p+1}, \dots, x_n^{p+1})$, 在 Z 层增加一个神经元, X 层到 Z 层第 $p+1$ 个神经元的权值 $w_{j,p+1} = x_j^{p+1}$, Z 层阈向量的取值范围相应为 $n - 2d_i < a_i < n$, $i = 1, 2, \dots, p+1$, 其中 $d_i = \min_{l \neq i} \{d(X^i, X^l)\}$, $l = 1, 2, \dots, p+1$; X 层的阈向量满足 $b_j = -\sum_{l \neq i} x_j^l$, 其中 i 表示 Z 层中取值为 1 的神经元. 这样网络就存贮了新的样本, 并且原来的样本仍保持它的稳定性. 关于吸引域的定理 2 及其推论仍然成立.

4 实例

训练样本为 0~4 共 5 个数字, 以 5×5 的点阵表示, 如图 2 所示:

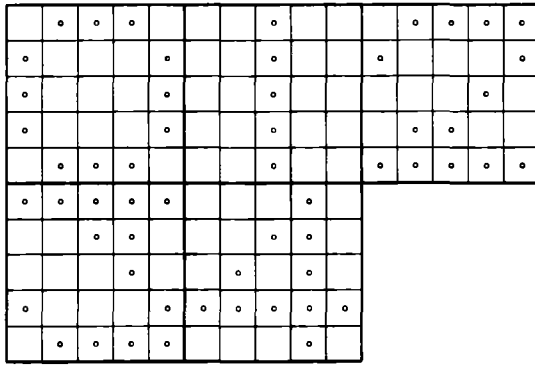


图2 数字点阵图

Fig.2 Array of Digital Points

然后随机地对每个样本增加一些噪声, 测试结果为噪声不多于4个时, 识别率达100%; 噪声数为5时, 识别率为60%; 噪声数为6时, 识别率为40%.

5 结论

本文根据分类思想设计了联想记忆神经网络, 这种网络有以下几个优点: ① 网络由2层神经元组成, 第1层有 n 个神经元, 主要用于表示模式的特征, 第2层有 p 个神经元, 每个神经元代表样本模式的一类. 网络充分体现了大脑基于分类思想的联想记忆功能; ② 第2层的某个神经元与第1层的所有神经元的连接权值反映了所有存贮样本的信息, 非常直观地反映了记忆本身的特点; ③ 存贮容量问题很好解决, 要存

贮任意 p 个样本, 只需 $n+p$ 个神经元就可以完整地存贮所有样本; ④ 每个神经元有一定的吸引域, 当第 Z 层的阈值向量的第 i 个分量 $a_i = n - d_i$ 时, 对于每个样本模式, 其吸引域在平均意义上达到了最大值, 这是一层自反馈网络的任何算法所不能达到的; ⑤ 在样本模式的吸引域内, 畸变模式只需在网络中循环一次即可联想到正确的模式, 运算时间短; ⑥ 所有权值只有-1或1两种情况, 阈值向量可取有限的整数, 因而在硬件上实现.

参考文献:

- [1] 焦李成. 神经网络系统导论[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1996. 193-196.
- [2] SATISH KAMAR. Alien attractors and memory annihilation of structured sets in hopfield networks[J]. IEEE trans Neural network, 1996, 7(5): 1305-1309.
- [3] 梁学斌, 吴立德. 综合联想记忆的外积取等准则[J]. 通信学报, 1995, 16(2): 1-6.
- [4] 梁学斌, 吴立德. 联想记忆神经网络的一个有效学习算法[J]. 自动化学报, 1997, 23(6): 722-727.
- [5] 汪涛, 何志均, 俞瑞钊. 对称神经网络: 渐近稳定性与学习[J]. 电子学报, 1993, 21(8): 86-89.
- [6] 张铃, 张敏, 吴福朝. 自反馈网络的椭圆学习算法[J]. 计算机学报, 1994, 17(9): 676-681.
- [7] 汪涛, 俞瑞钊. 联想记忆网络的约束优化学习[J]. 计算机学报, 1995, 18(12): 886-892.

An Associative Memory Neural Network Based on Classifying Thought

WU Ji-lin, ZHAO Yi

(Department of Mathematics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: An associative memory network model based on classifying thought is presented. It accords with the classifying thought of associative memory of the brain. It can make sure that every sample model is a stable state. The basin of attraction can reach the maximum in average sense.

Keywords: classifying thought; associative memory; neural network