

流—刚—弹耦合系统姿态稳定性与控制^{*}

徐建国¹, 刘济科²

(1. 佛山大学信息科学与数学系, 广东 佛山 528000;
2. 中山大学应用力学与工程系, 广东 广州 510275)

摘 要: 建立了一类流—刚—弹耦合系统动力学模型, 给出了系统的控制律, 利用现代数学和大系统分析方法, 在无穷维函数空间中, 研究了上述流—固—控耦合复杂系统的姿态稳定性。

关键词: 流—固—控耦合系统; 动力学; 稳定性; 控制

中图分类号: O317.2; O175 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2002) 03-0001-05

空间科学中的许多应用系统, 都可以由挠性体和刚体 2 部分来模拟^{1,2}; 有些系统依靠液体为燃料, 同时挠性附件上搭载有刚体部件, 如航天飞机外天线上载有反射伞, 大型空间站上的机器臂进行空间作业搬运物件, 进行交会对接等。因此, 对这种空间系统而言, 它们实质上是流—刚—弹耦合复杂动力系统。在其空间的实际运动过程中, 要求较为精确的控制系统以保证其姿态稳定性, 从而流—固—控耦合复杂系统动力学与稳定性是当前空间科技中的重要研究课题之一。为了避免用有限维离散近似的方法所出现的 Spillover 问题, 本文则是在无穷维函数空间中采用现代数学方法和大系统分析方法, 在建立了上述流—刚—弹耦合系统解析形式模型的基础上, 给出了系统的控制规律, 进而得到了受控耦合系统的姿态稳定性。

1 系统动力学模型

本文考虑的复杂力学系统的空间构形如图 1 所示。图中 (O, e_1, e_2, e_3) 为惯性直交系, (O, D_1, D_2, D_3) 为与刚体固连相对直交系, D_1, D_2 和 D_3 沿充液主刚体 R 惯性主轴方向, 刚体 R 有空腔全充液体 L , 假设其作准均匀涡旋运动; 设挠性附件 F 为悬臂梁, 其上任意一点 Q 沿 D_1, D_2, D_3 轴的振动位移为 u_1, u_2 和 u_3 , 假定梁不可伸长, 则 $u_2 = 0$ 。在一定条件下, 上述流—刚—弹耦合系统运动微分方程矢量形式为

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} - \xi \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} \quad (0 < x < l) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x} \times \mathbf{n} = 0 \quad (0 < x < l) \quad (2)$$

$$\mathbf{I}_R \dot{\omega} + \omega \times \mathbf{I}_R \cdot \omega = \mathbf{r}(0, t) \times \mathbf{n}(0, t) + \mathbf{m}(0, t) + \mathbf{M}_L(t) + \mathbf{N}_{RC}(t) \quad (3)$$

$$\mathbf{I}_L \dot{\Omega} - (\Omega - \omega) \times \mathbf{I}_L \cdot \Omega = \mathbf{N}_{LC}(t) \quad (4)$$

其中, 式 (1) 和式 (2) 分别为具有“渐近频率比例阻尼”的 Euler Bernoulli 梁 F 振动的力和力矩平衡方程^[3]; (3) 式为充液刚体 R 的角动量方程; (4) 式为全充液 L 的平均化 Hemholtz 角动量 (涡量) 方程^[4]。利用力学基本原理, 推得挠性梁 F 和端部刚体 T 运动的标量方程分别为:

$$\rho u_{1tt} - \xi u_{1xxt} + 2\rho\omega_2 u_{3t} + EI_1 u_{1xxx} + \rho(\omega_2 + \omega_1\omega_3)u_3 - \rho(\omega_2^2 + \omega_3^2)u_1 - \rho(\omega_3 - \omega_1\omega_2)(b+x) = 0 \quad (5)$$

$$\rho u_{3tt} - \xi u_{3xxt} - 2\rho\omega_2 u_{1t} + EI_3 u_{3xxx} - \rho(\omega_2 - \omega_1\omega_3)u_1 - \rho(\omega_1^2 + \omega_2^2)u_3 + \rho(\omega_1 - \omega_2\omega_3)(b+x) = 0 \quad (6)$$

$$m u_{1tt}(l) - m(\omega_2^2 + \omega_3^2)u_1(l) + m(\omega_2 - \omega_1\omega_3)u_3(l) - m(\omega_3 + \omega_1\omega_2)(l+b) = EI_1 u_{1xxx}(l) - \xi u_{1xt}(l) + f_1(t) \quad (7)$$

$$m u_{3tt}(l) + m(\omega_1^2 + \omega_2^2)u_3(l) - m(\omega_2 + \omega_1\omega_3)u_1(l) + m(\omega_1 - \omega_2\omega_3)(l+b) = EI_3 u_{3xxx}(l) - \xi u_{3xt}(l) + f_3(t) \quad (8)$$

* 收稿日期: 2001-09-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (19402014, 10102023); 广东省自然科学基金资助项目 (960528)

作者简介: 徐建国 (1964-), 男, 副教授, 博士后, 通讯联系人: 刘济科, E-mail: jikelu@hotmail.com

$J_3 u_{1xtt}(l) - J_3 \omega_3 = -EI_1 u_{1xx}(l) + g_1(t)$ (9)

$J_1 u_{3xtt}(l) + J_1 \omega_1 = -EI_3 u_{3xx}(l) + g_3(t)$ (10)

其中, ρ 、 l 、 ξ 分别表示梁的线密度、长度和结构阻尼系数, EI_1 、 EI_3 分别为梁沿 D_1 和 D_3 轴的弯曲刚度^[3]; $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ 为刚体 R 相对于惯性系的角速度矢量; m 为端部刚体 T 的质量, $J = (J_1, J_2, J_3)^T$ 为其转动惯性张量; 在方程(7)–(10)中, $f_i(t)$ 和 $g_i(t)$ ($i = 1, 3$) 分别为作用在梁 F 边界上沿 D_1 和 D_3 方向上的控制力和控制力矩。由于挠性梁 F 悬臂于主刚体 R 上, 故其振动方程 (5), (6) 的边界条件为

$u_i(0, t) = 0, \quad u_{ix}(0, t) = 0$ (11)

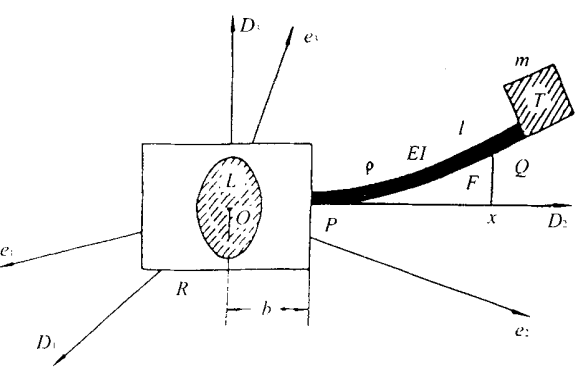


图 1 流—刚—弹耦合系统空间构形

Fig 1 Configuration of the system coupled with fluid, rigid body and elastomer

2 系统的姿态稳定性与控制律的描述

定义流—固—控耦合复杂动力学系统 (3), (4) 和 (5), (6) 及 (7) – (10) 的静态为

$\omega = 0, \Omega = 0, u_1(x, t) = u_3(x, t) = 0, u_{1t}(x, t) = u_{3t}(x, t) = 0$ (12)

其中, $\Omega = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)^T$ 为液体 L 之等效刚体相对于惯性系的角速度矢量(准均匀涡旋), 则寻找适当的控制规律 $N_{RC}(t)$ 、 $N_{LC}(t)$ (分别为作用于刚体 R 上的控制力矩和作用于全充液体 L 之等效刚体上的被动控制力矩) 及 $f_i(t)$ 和 $g_i(t)$ ($i = 1, 3$), 以使系统达到静态, 这就是本文所要解决的主要问题——姿态稳定性。

为下面研究受控耦合系统姿态稳定性的需要, 在本节提出如下控制律: 主刚体 R —— “消除控制”^[3], 全充液体 L —— “阻尼被动控制”, 挠性体 F —— “边界控制”^[2], 具体形式如下:

$N_{LC}(t) = -r(0, t) \times n(0, t) - m(0, t) - M_L(t) - K\omega(t)$ (13)

$N_{LC}(t) = -Q_L \Omega(t)$ (14)

$$\begin{cases} f_i(t) = -\alpha_i u_{it}(l, t) \\ g_i(t) = -\beta_i u_{ixi}(l, t) \end{cases} \quad i = 1, 3$$
 (15)

其中, $K = \text{diag}(K_1, K_2, K_3)$, $Q_L = \text{diag}(Q_1, Q_2, Q_3)$, K_i, Q_i ($i = 1, 2, 3$) 和 α_i, β_i ($i = 1, 3$) 均为待定正数。

3 充液刚体 $R-L$ 受控子系统稳定性

利用上节提出的控制律 (13) 式和 (14) 式代入到原充液刚体耦合子系统 (3) 式和 (4) 式中, 得受控充液刚体 $R-L$ 子系统运动微分方程

$I_R \dot{\omega} + \omega \times I_R \omega = -K\omega$ (16)

$I_L \dot{\Omega} - (\Omega - \omega) \times I_L \Omega = -Q_L \Omega$ (17)

其中, $I_R = \text{diag}(I_{R1}, I_{R2}, I_{R3})$ 表示主刚体 R 的惯性张量, $I_L = \text{diag}(I_{L1}, I_{L2}, I_{L3})$ 为全充液体 L 之等效刚体的惯性张量。下面给出充液刚体 $R-L$ 子系统姿态稳定性定理。

定理 1 对任意初值 $\omega(0), \Omega(0) \in \mathbf{R}^3$, 存在正常数 C 和 γ , 使得受控充液刚体子系统(16), (17)的解 $\omega(t)$ 和 $\Omega(t)$ 满足

$\|\omega(t)\| \leq Ce^{-\gamma t}, \quad \|\Omega(t)\| \leq Ce^{-\gamma t}, \quad t \geq 0$

其中, $\|\cdot\|$ 表示三维欧氏空间相应的普通范数 (距离)。

证明 定义充液刚体 $R-L$ 子系统拟能量函数

$E_{RL}(t) = \frac{1}{2} \langle \omega(t), I_R \omega(t) \rangle + \frac{k}{2} \langle \Omega(t), I_L^2 \Omega(t) \rangle$

式中, k 为具有量纲 $[\text{kg} \cdot \text{m}^2]^{-1}$ 的正数, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示欧氏空间中的内积, 不难估计得到

$I_{\min} [\|\omega(t)\|^2 + \|\Omega(t)\|^2] \leq 2E_{RL}(t) \leq I_{\max} [\|\omega(t)\|^2 + \|\Omega(t)\|^2]$

其中

$$\boldsymbol{I}_{\min} = \min\{I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, kI_{L1}^2, kI_{L2}^2, kI_{L3}^2\}, \quad \boldsymbol{I}_{\max} = \max\{I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, kI_{L1}^2, kI_{L2}^2, kI_{L3}^2\}$$

对 $E_{RL}(t)$ 式两边求导, 并利用 (16), (17) 式且注意到 $\boldsymbol{I}_L = \text{diag}(I_{L1}, I_{L2}, I_{L3})$, 则有

$$E_{RL}(t) = -\langle (\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{\Omega}(t))^T, \boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{\Omega}(t))^T \rangle$$

其中, $\boldsymbol{G}_k = \text{diag}(\boldsymbol{K}, k\boldsymbol{Q}_L\boldsymbol{I}_L)$ 。显然 $\boldsymbol{G}_k$ 是正定矩阵, 其最大、最小特征值分别为 $\lambda_{\max} = \max S_k$ 和 $\lambda_{\min} = \min S_k$, 其中 $S_k = \{K_1, K_2, K_3, kQ_1I_{L1}, kQ_2I_{L2}, kQ_3I_{L3}\}$ 。从而以下不等式成立是显然的

$$\lambda_{\min}[\|\boldsymbol{\omega}(t)\|^2 + \|\boldsymbol{\Omega}(t)\|^2] \leq \langle (\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{\Omega}(t))^T, \boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{\Omega}(t))^T \rangle \leq \lambda_{\max}[\|\boldsymbol{\omega}(t)\|^2 + \|\boldsymbol{\Omega}(t)\|^2]$$

再根据 Gronwall 不等式知此定理结论成立。从而得到了充液刚体 $R-L$ 受控系统的姿态稳定性。

4 弹刚 $F-T$ 受控子系统稳定性

由于弹刚 $F-T$ 受控子系统(5), (6), (7)–(10)是无穷维系统, 利用泛函分析和算子半群理论, 将其放入函数空间中进行研究。

取 Hilbert 函数空间 $H = (L^2(0, 1))^2 \times C^4$, 这里 C 代表复数空间, $L^2(0, 1)$ 为平方可积函数空间, H 上内积和范数定义为

$$\langle \boldsymbol{Z}, \boldsymbol{Z} \rangle = \sum_{i=1,3} \left[\int_0^1 u_i \bar{u}_i dx + v_i \bar{v}_i + w_i \bar{w}_i \right], \quad \|\boldsymbol{Z}\| = \langle \boldsymbol{Z}, \boldsymbol{Z} \rangle^{1/2} \tag{18}$$

这里, $\boldsymbol{Z} = (u_1, u_3, v_1, v_3, w_1, w_3)^T \in H, \hat{\boldsymbol{Z}} = (\hat{u}_1, \hat{u}_3, \hat{v}_1, \hat{v}_3, \hat{w}_1, \hat{w}_3)^T \in H$ 。令 $u_i = u_i(x, t), v_i = u_i(l, t), w_i = u_{ix}(l, t), i = 1, 3$, 将挠性体 F 的边界控制律式(15) 代入到端部刚体 T 的运动方程(7)–(10) 中, 得受控弹刚 $F-T$ 子系统相应于 Hilbert 空间 H 中的二阶发展方程具有下述形式

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{Z}}(t) + \boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{Z}}(t) + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{Z}}(t) + \boldsymbol{C}(t)\boldsymbol{Z}(t) + \boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{Z}(t) + \boldsymbol{F}(t) = \boldsymbol{0} \tag{19}$$

这里的 $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{C}(t)$ 和 $\boldsymbol{B}(t)$ 为矩阵算子, $\boldsymbol{F}(t)$ 为非齐次函数向量且

$$\boldsymbol{F}(t) = (-\rho(\omega_3 - \omega_1\omega_2)(b+x), \rho(\omega_1 + \omega_2\omega_3)(b+x), -m(\omega_3 + \omega_1\omega_2)(l+b), \\ m(\omega_1 - \omega_2\omega_3)(l+b), -J_3\omega_3, J_1\omega_1)^T$$

$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z}(t) = (u_1, u_3, v_1, v_3, w_1, w_3)^T$ 为弹刚子系统函数空间中的状态变量; 上述各算子分别具下述形式

$$\boldsymbol{M} = \text{diag}(\rho, \rho, m, m, J_3, J_1)$$

$$\boldsymbol{A} = \text{diag}\left(EI_1 \frac{\partial^4}{\partial x^4}, EI_3 \frac{\partial^4}{\partial x^4}, -EI_1 \frac{\partial^3}{\partial x^3}, -EI_3 \frac{\partial^3}{\partial x^3}, EI_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2}, EI_3 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right),$$

$$\boldsymbol{D} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -\xi \frac{\partial^2}{\partial x^2} & & & & & \\ & -\xi \frac{\partial^2}{\partial x^2} & & & & \\ \hline & & \alpha_1 & 0 & \xi & 0 \\ & & \alpha_3 & 0 & \xi & \\ & & & \beta_1 & 0 & \\ & & & & \beta_3 & \end{array} \right], \quad \boldsymbol{B}(t) = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2\rho\omega_2 & & 0 \\ -2\rho\omega_2 & 0 & & \\ \hline 0 & & & 0 \end{array} \right],$$

$$\boldsymbol{C}(t) = \left[\begin{array}{cc|cc|c} -\rho(\omega_2^2 + \omega_3^2) & \rho(\omega_2 + \omega_1\omega_3) & & & 0 \\ -\rho(\omega_2 - \omega_1\omega_3) & -\rho(\omega_1^2 + \omega_2^2) & & & 0 \\ \hline 0 & & -m(\omega_2^2 + \omega_3^2) & m(\omega_2 - \omega_1\omega_3) & 0 \\ 0 & & -m(\omega_2 + \omega_1\omega_3) & m(\omega_1^2 + \omega_2^2) & 0 \\ \hline 0 & & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

利用泛函分析的知识, 下述引理是成立的。

引理 1 算子 $\boldsymbol{A}$ 是 H 上的自伴、正定算子, 且 $\boldsymbol{A}$ 具有紧豫解算子。

为利用算子半解理论研究弹刚受控子系统(19)的稳定性, 需将二阶发展方程(19)转换为一阶形式。为此, 引进新的状态空间 $\mathcal{H} = H \times H$, 新的状态变量 $\boldsymbol{Y} = (\boldsymbol{Z}, \dot{\boldsymbol{Z}})$, 则有

$$\frac{d\boldsymbol{Y}(t)}{dt} = \boldsymbol{\mathcal{A}}(t)\boldsymbol{Y}(t) + \boldsymbol{\mathcal{F}}(t) \tag{20}$$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{A} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{pmatrix}, \mathcal{A}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}(t) & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}(t) \end{pmatrix}, \mathcal{A}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}(t) \end{pmatrix}$$

可以看出, 弹—刚受控子系统的总能量为

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1,3} \left[\rho \int_0^l |u_i|^2 dx + EI_i \int_0^l |u_{ixx}|^2 dx + m |u_{it}(l)|^2 + J_3 |u_{1x}(l)|^2 + J_1 |u_{3x}(l)|^2 \right] = \frac{1}{2} [\langle \mathbf{A}\mathbf{Z}, \mathbf{Z} \rangle + \langle \mathbf{M}\mathbf{Z}, \mathbf{Z} \rangle]$$

因算子 $\mathbf{A}$ 是自伴、正定的, 故 $\mathbf{A}^{1/2}$ 存在。由此定义能量空间 $E = D(\mathbf{A}^{1/2}) \times H$, 其中 $D(\mathbf{A}^{1/2})$ 为算子 $\mathbf{A}^{1/2}$ 的定义域, E 上能量内积和能量范数为

$$\langle \mathbf{Y}, \mathbf{Y} \rangle_E = \frac{1}{2} [\langle \mathbf{A}^{1/2} \mathbf{Y}_1, \mathbf{A}^{1/2} \mathbf{Y}_1 \rangle + \langle \mathbf{M}\mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_2 \rangle]$$
$$\| \mathbf{Y} \|_E^2 = 2E(t) = \langle \mathbf{Y}, \mathbf{Y} \rangle_E$$

则 E 是 Hilbert 空间, 以下在 E 中讨论问题。由引理 1 可推得

引理 2 ①算子 $\mathcal{A}$ 为 Hilbert 空间 E 上的耗散算子 (dissipative operator); ② $0 \in \rho(\mathcal{A})$ (算子 $\mathcal{A}$ 的正则集)。

有了上述引理, 下面即可给出弹刚 $F-T$ 受控子系统的姿态稳定性结论。

定理 2 考虑方程 (20) 表示的时变系统, 则

①算子 $\mathcal{A}$ 生成强连续半群 $T(t) (t \geq 0)$, 从而对所有初值 $\mathbf{Y}_0 = (Z_0, Z_0) \in D(\mathbf{A})$, 方程 (20) 存在惟一古典解 $\mathbf{Y}(t)$, 且

$$\mathbf{Y}(t) = T(t) \mathbf{Y}_0 + \int_0^t T(t-s) \mathcal{A}(s) \mathbf{Y}(s) ds + \int_0^t T(t-s) \mathcal{F}(s) ds$$

②半群算子 $T(t) (t \geq 0)$ 是指指数衰减半群, 即存在常数 $M > 0, \eta > 0$, 使得

$$\| T(t) \|_E \leq M e^{-\eta t}, t \geq 0$$

③对所有 $\mathbf{Y}(0) \in D(\mathcal{A})$, 方程 (20) 的解即弹刚受控子系统 (19) 的解指数衰减到静态。

证明 此定理的证明主要在于②。为此构造弹刚 $F-L$ 受控子系统解的“拟能量” Lyapunov 泛函

$$V(t) = 2(1-\epsilon)tE(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t)$$

其中 $0 < \epsilon < 1, E(t)$ 为弹—刚受控子系统总能量;

$$P_1(t) = \sum_{i=1,3} \rho \int_0^l u_i u_{it} dx, \quad P_2(t) = \sum_{i=1,3} m u_i(l) u_{it}(l),$$
$$P_3(t) = -J_3 u_{1x}(l) u_{1xt}(l) - J_1 u_{3x}(l) u_{3xt}(l)$$

对 $V(t)$ 估计不难得到, 存在正常数 C 使得

$$E(t) \leq V(t) / [2(1-\epsilon)t - C]$$

接着, 虽然过程十分繁杂, 但却不难求出 $\frac{dV(t)}{dt}$, 并进行不等式估计, 知存在正常数 T_1 , 当 $t \geq T_1$ 时, $\frac{dV(t)}{dt} < 0$; 进而存在 $T > 0$, 当 $t \geq T$ 时, $E(t) \leq V(T) / [(1-\epsilon)t - C]$ 。故对任意 $\mathbf{Y}_0 \in D(\mathcal{A})$ 有

$$\int_0^\infty \| T(t) \mathbf{Y}_0 \|_E^4 dt \leq \int_0^T [E(t)]^2 dt + \frac{[V(T)]^2}{(1-\epsilon)^2} \int_T^\infty \frac{1}{t^2} dt < \infty$$

由于 $D(\mathcal{A})$ 在 E 中稠密, 上不等式对任意 $\mathbf{Y}_0 \in E$ 均成立。根据半群算子理论中关于指数衰减半群的判定定理^[6] 知, $\mathcal{A}$ 所生成的半群 $T(t)$ 具有定理结论中的②。定理证毕。

定理 1 和定理 2 分别揭示了本文研究的流—固—控耦合复杂系统的二子系统: 充液刚体 $R-L$ 子系统和弹刚 $F-T$ 子系统的稳定性。结合定理 1 和定理 2, 最终解决了本文提出的流—刚—弹耦合系统姿态稳定性与控制问题。

(下转第 8 页)

参考文献:

[1] LUO E, CHEUNG Y K. On the variational principles in linear elastodynamics[J] . Acta Mechanica Sinica, 1988, 4(4): 337— 349.

[2] 罗恩. 几何非线性弹性动力学中广义 Hamilton 型拟变分原理[J] . 中山大学学报(自然科学版), 1990, 29(2): 15— 19.

[3] FINLAYSON B A. The method of weighted residuals and variational principles[M] . New York: Acad Press, 1972.

[4] 罗恩, 潘小强, 张贺忻, 等. 一种基于 Hamilton 型拟变分原理的时间子域法[J] . 工程力学, 2000, 17(4): 13— 20.

[5] 黄伟江, 余勇, 潘小强, 等. 弹性地基梁动力响应分析的新方法[J] . 工程力学, 1999, 3(增刊): 484— 488.

A Symplectic Algorithm for Dynamic Response Analysis of Elastic Beams

HUANG Wei jiang, LUO En, SHE Hui

(Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat -sen(Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: According to the basic idea of classical *yin yang* complementarity and modern dual complementarity, the unconventional Hamilton type variational principle in phase space for dynamics of elastic beam with linear damping is established, which can fully characterize the initial boundary value problem of this dynamics. And its Euler equations possess natural symplectic structure. Based on this variational principle in phase space, a symplectic space finite element time subdomain method is presented. This new method is the result of combining finite element method in space domain with time subdomain method by applying the Lagrange interpolation polynomials as approximation to the time subdomain. The numerical results show that the computational accuracy and efficiency of this new method excel obviously those of widely used Wilson - θ method and Newmark - β method.

Key words: phase space; unconventional Hamilton type variational principle; initial boundary value problem; symplectic algorithm; dynamic response

(上接第 4 页)

参考文献:

[1] AHMED N U, BISWAS S K. Mathematical modeling and control of large space structure with multiple appendage[J] . Math Comput Modeling, 1988, 10(12): 891— 900.

[2] CHEN G, DELFOUR M C, KRALLA M, et al. Modelling stabilization and control of serially connected beams [J] . SIAM J Contr Optimiz, 1987, 25(3): 526— 546.

[3] MEIROVITCH L. Dynamics and control of structures [M] . New York: Wiley, 1990.

[4] 刘延柱. 充液刚体动力学[M] . 上海: 上海交通大学出版社, 1989.

[5] MORGUL Q. Control and stabilization of a flexible beam attached to a rigid body[J] . Int J Contr, 1990, 51(1): 11— 31.

[6] PAZY A. Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations[M] . Berlin: Springer -Verlag, 1983.

Attitude Stability and Control of the System Coupled with Fluid, Rigid Body and Elastomer

XU Jian guo¹, LIU Ji ke²

(1. Department of Information Science and Mathematics, Foshan University, Foshan, Guangdong 528000, China;
2. Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat -sen(Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The dynamic model of a class of the system coupled with fluid, rigid body and elastomer is established. The control law of the system is given, and the attitude stability of the complex controlled system is studied in infinite dimensional functional spaces by means of the modern mathematical and large scale system analysis.

Key words: system coupled with fluid, solid and control; dynamics; stability; control

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>