

一种新颖的 Turbo 码迭代方法^{*}

张 琳, 刘星成, 张光昭
(中山大学电子与通信工程系, 广东 广州 510275)

摘 要: 提出了一种新颖的 turbo 码迭代方法。这种方法通过修正译码器之间交换的外部信息, 减少了计算误差。对成员译码器分别采用 MAP, Log-MAP 以及 MAX-Log-MAP 算法时的 turbo 码的性能进行了仿真。仿真结果表明: 用 MAX-Log-MAP 算法译码时, 采用这种迭代方法, turbo 码的 BER 性能得到提高, 并取得了与其他两种算法相近的译码精度。

关键词: Turbo 码; 迭代译码; 外部信息; BER 性能

中图分类号: TN911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2002) 04-0027-04

在无线通信系统中, 纠错编码器是确保信息可靠传输的必不可少的器件。1993 年 Berrou 等^[1]提出的 Turbo 码纠错编码器距离 Shannon 理论极限只有 0.7 dB, 引起了编码界的广泛关注。

Turbo 码优异的纠错性能来自于极佳的距离谱特性和迭代译码。在迭代译码过程中, 成员译码器对接收到的消息分组分别进行概率译码, 并将估计值交换, 因此, 成员译码器的译码需要依赖于彼此的“不完全译码”输出信息, 即外部信息。这样, 迭代过程充分利用了信道信息和译码的冗余信息, 从而提高了译码性能。

迭代译码方法要求成员译码器在迭代过程中能够输出码元的软信息 (似然值或可信度)。目前, 这类译码算法主要分为类 MAP 算法和 SOVA 两大类^[2-4]。考虑到译码精度, 本文的仿真主要采用 MAP 算法。不管采用哪种译码算法, 成员译码器都要交换外部信息, 因此外部信息的正确与否是决定 turbo 码 BER 性能的关键因素之一。有鉴于此, 本文提出了一种新颖的 turbo 码迭代译码方法。这种方法在迭代译码过程中根据成员译码器输出的似然对数比对外部信息加以修正, 而不是直接将其传送到随后的成员译码器, 从而减少了译码差错。

1 迭代译码基本原理

典型的 Turbo 码译码器结构如图 1 所示, 由成员译码器和交织器串连而成。图 1 中, x_k 和 Y_k 表示包括调制解调器在内的等效信道的输出信息, 其中 x_k 为系统信息, Y_k 为校验信息, 并被解复用为 y_{1k} 和 y_{2k} , 分别输入到两个成员译码器中。如引言所述, 在本文中成员译码器采用类 MAP 算法来计算接收信息的概率估值 (即软输出信息): 似然对数比 $\Lambda_i(d_k)$ 。受篇幅所限, 3 种类 MAP 软输出译码算法: MAP, Log MAP 和 MAX-Log MAP 算法的计算过程不再赘述, 感兴趣的读者可参看文献 [2, 5, 6]。

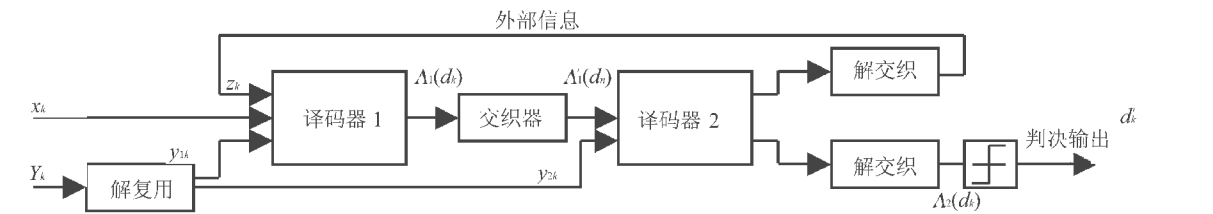


图 1 译码器结构
Fig 1 Iterative turbo decoder

^{*} 收稿日期: 2001-12-25;
基金项目: 广东省自然科学基金资助项目 (001264)
作者简介: 张琳 (1976-), 女, 博士研究生; 通讯联系人: 张光昭; E-mail: zhanglin76@21cn.com
(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$\Lambda(d_k)$ 可用下式计算得到:

$$\Lambda(d_k) = \ln \frac{P_r(d_k = 1 | \text{观察值})}{P_r(d_k = 0 | \text{观察值})} = \ln \frac{\sum_{s_k} \sum_{s_{k-1}} \gamma_1(R_k, S_{k-1}, S_k) \alpha_{k-1}(S_{k-1}) \beta_k(S_k)}{\sum_{s_k} \sum_{s_{k-1}} \gamma_0(R_k, S_{k-1}, S_k) \alpha_{k-1}(S_{k-1}) \beta_k(S_k)} \quad (1)$$

从上式可以看出, 似然对数比提供了接收比特的可靠性度量, 根据似然对数比的符号, 就可以简单的判别接收比特为 0 还是为 1。式中, 概率函数 α 和 β 是格子结构图上路径似然度的前向度量和后向度量, 通过 γ 递推求得。其中, 接收信息 $R_k = x_k + y_k$, 参量 S_k 表示编码器的状态。 $\gamma_i(R_k, S_{k-1}, S_k)$ 的计算公式是

$$\gamma_i(R_k, S_{k-1}, S_k) = p(R_k | d_k, S_k, S_{k-1}) q(d_k | S_k, S_{k-1}) r(S_k | S_{k-1}) \quad (2)$$

式中, $p(R_k | d_k, S_k, S_{k-1})$ 是等效离散无记忆信道的转移概率; $q(d_k | S_k, S_{k-1})$ 是编码器的输出概率, 因编码的系统性, $q(d_k | S_k, S_{k-1})$ 取值为 1; 而网格的状态转移概率 $r(S_k | S_{k-1})$ 则由编码器的输入统计特性确定, 一般说来, 比特 0 和 1 等概率发生, 因而对每个状态转移, $r(S_k | S_{k-1}) = 1/2$ 。在信道转移概率中, 对于条件 (d_k, S_k, S_{k-1}) , x_k 和 y_k 统计不相关, 并且由于编码器是系统的, x_k 独立于编码器的状态 S_k 和 S_{k-1} , 因此:

$$p(p_k | d_k, S_k, S_{k-1}) = p(x_k | d_k) p(y_k | d_k, S_k, S_{k-1}) \quad (3)$$

将 (3) 式和 (2) 式代入到式 (1), 可得:

$$\Lambda(d_k) = \ln \frac{p(x_k | d_k = 1)}{p(x_k | d_k = 0)} + \ln \frac{\sum_{s_k} \sum_{s_{k-1}} \gamma_1(y_k, S_{k-1}, S_k) \alpha_{k-1}(S_{k-1}) \beta_k(S_k)}{\sum_{s_k} \sum_{s_{k-1}} \gamma_0(y_k, S_{k-1}, S_k) \alpha_{k-1}(S_{k-1}) \beta_k(S_k)} \quad (4)$$

在 AWGN 信道上, 对于 $d_k = 1$ 或 $d_k = 0$, 变量呈高斯分布, 均值为 1 或 -1, 方差为 σ^2 。记

$$w_k = \Lambda(d_k) \Big|_{x_k=0} = \ln \frac{\sum_{s_k} \sum_{s_{k-1}} \gamma_1(y_k, S_{k-1}, S_k) \alpha_{k-1}(S_{k-1}) \beta_k(S_k)}{\sum_{s_k} \sum_{s_{k-1}} \gamma_0(y_k, S_{k-1}, S_k) \alpha_{k-1}(S_{k-1}) \beta_k(S_k)} \quad (5)$$

则 (4) 式可以表示为:

$$\Lambda(d_k) = \frac{2}{\sigma^2} x_k + w_k \quad (6)$$

其中, w_k 代表了译码器输出的外部信息, 其值依赖于校验信息 y_k , 而与 x_k 无关。

turbo 译码器是两个译码器的串行级连。对译码器 2 而言, 译码器 1 输出的似然对数比 $\Lambda_1(d_k)$

与 y_{2k} 统计独立, 则译码器 2 输出的似然对数比 $\Lambda_2(d_k)$ 为:

$$\Lambda_2(d_k) = f(\Lambda_1(d_k)) + w_{2k} \quad (7)$$

外部信息 w_{2k} 经解交织后, 被送入译码器 1, 译码器 1 获得了额外的冗余信息, 就可以改善译码性能。在第 p 次迭代之后, 译码器的判决输出是

$$d'_k = \text{sign}[\Lambda_2(d_k)] \quad (8)$$

2 外部信息修正

在迭代过程中, 若译码器 1 与译码器 2 输出的似然对数比的符号不一致, 则说明必有一个译码器在译码时出现了错误, 进而导致迭代中外部信息的差错。因而, 本文提出在迭代译码过程中对似然对数比的符号进行判别, 并根据判别结果修正外部信息。

将译码器 2 输出的外部信息记为 w_{2k} , 对译码器 1 而言, 信道的转移概率可以分解为 3 项, 考虑到 w_{2k} 与编码器状态无关, 可得:

$$p(R_k | d_k, S_k, S_{k-1}) = p(x_k | d_k) p(y_k | d_k, S_k, S_{k-1}) p(w_{2k} | d_k)$$

记 w_{2k} 的方差为 $\sigma_{w_{2k}}^2$, 成员译码器 1 产生的似然对数比为:

$$\Lambda_1(d_k) = \frac{2}{\sigma^2} x_k + \frac{2}{\sigma_{w_{2k}}^2} w_{2k} + w_{1k} \quad (9)$$

则译码器 1 输出到下一个成员译码器的外部信息是:

$$w_{1k} = \Lambda_1(d_k) - \frac{2}{\sigma^2} x_k - \frac{2}{\sigma_{w_{2k}}^2} w_{2k} \quad (10)$$

对于译码器 2, $\Lambda_1(d_k)$ 中的信息 w_{2k} 由译码器 2 在上一次译码时产生, 所以 w_{2k} 不能用作译码器 2 的输入, 因而译码器 2 共有 3 个输入信息 $\frac{2}{\sigma^2} x_n$, w_{1n} 和 y_{2k} , 其中 $n \neq k$ 。序列 $\{x_n\}$ 和 $\{w_{1n}\}$ 是序列 $\{x_k\}$ 和经交织 $\{w_{1k}\}$ 器后的输出信息。与 (11) 式同理, 可得译码器 2 输出的似然对数比为:

$$\Lambda_2(d_n) = \frac{2}{\sigma^2} x_n + \frac{2}{\sigma_{w_{1n}}^2} w_{1n} + w_{2n} \quad (11)$$

译码器 2 产生的外部信息 w_{2n} 为:

$$w_{2n} = \Lambda_2(d_n) - \frac{2}{\sigma_{w_{1n}}^2} w_{1n} - \frac{2}{\sigma^2} x_n \quad (12)$$

序列 $\{w_{2n}\}$ 解交织后输出序列 $\{w_{2k}\}$ 。外部信息 w_{2k} 与观察值一起, 在译码器 1 中对数据比特 d_k 进行新的译码。

一旦发生两个成员译码器输出的似然对数比符号不一致的情形, 就对两者进行平均, 减小差错的

幅度。也就是说, 要对迭代译码过程中使用的外部信息作以下修正:

$$w_{1k} = \Lambda_1(d_k) - \frac{2}{\sigma^2}x_k - \frac{2}{\sigma_{w2k}^2}w_{2k} + \left[\frac{\text{sign}(\Lambda_1(d_k))}{\Lambda_2(d_k)} - 1 \right] \frac{\Lambda_1(d_k) - \Lambda_2(d_k)}{2} \quad (13)$$

$$w_{2k} = \Lambda_2(d_k) - \frac{2}{\sigma^2}x_k - \frac{2}{\sigma_{w1k}^2}w_{1k} + \left[\frac{\text{sign}(\Lambda_1(d_k))}{\Lambda_2(d_k)} - 1 \right] \frac{\Lambda_2(d_k) - \Lambda_1(d_k)}{2} \quad (14)$$

从式(13)和(14)可以看出, 本文提出的这种新颖的迭代译码方法, 与原有的直接迭代方式相比, 软件实现时只要多加一条判别语句, 而在硬件设计时只需加一比较器即可。表1比较了MAX Log MAP 算法、Log MAP 算法和修正外部信息后 MAX Log-MAP 算法的计算量。表中, M 表示成员编码器寄存器的个数。这儿, 由于 MAP 算法的精度与 Log-MAP 算法等同, 但前者存在指数运算, 不利于实现, 故本文不讨论这种算法的计算量。从表1可以看到, 修正外部信息引入的附加延时和器件复杂度非常低, 因而这种新颖的迭代译码方法易于软件和硬件实现。

表 1 计算量比较

Tah 1 Complexity comparisons

运算类型	MAX-Log-MAP	MAX-Log MAP+修正外部信息	Log-MAP
求最大值	$5 \times 2^M - 2$	$5 \times 2^M - 2$	$5 \times 2^M - 2$
加法	$10 \times 2^M + 11$	$10 \times 2^M + 12$	$15 \times 2^M + 9$
与±1相乘	8	8	8
比较	—	1	—
查询	—	—	$5 \times 2^M - 2$
比特移位	—	1	—

3 仿真结果

本节对采用新的迭代译码方法的 turbo 码的 BER 性能进行了仿真。发送端选用生成多项式为 (37, 21) 的系统递归卷积码作为成员编码器, 两个成员编码器并行级联。为了将码率提高至 1/2, 对纠错码元进行删余。假设在 AWGN 信道上发送信号, 调制方式采用二相相移键控调制 (2PSK)。交织器采用伪随机交织器。数据信息以成帧方式发送, 每帧包含 1 024 个信息比特。接收端采用了基于 MAP 算法、Log MAP 算法和 MAX Log MAP 算法的成员译码器, 迭代译码 8 次。本节首先对迭代过程中未修正外部信息和修正外部信息的 turbo 码的 BER 性能进行了比较, 仿真结果如图 2 所示。

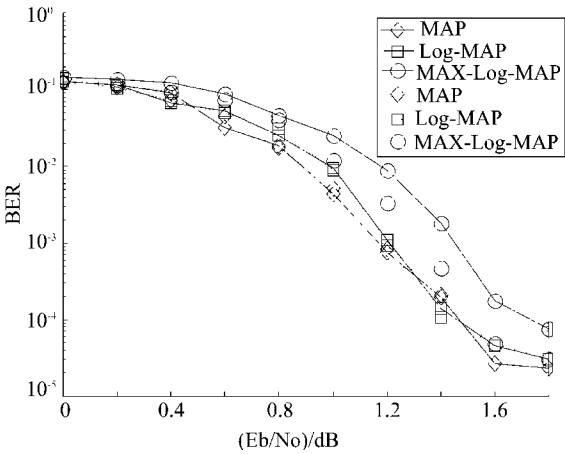


图 2 采用不同的迭代方法时, 3 种译码算法的性能比较

Fig. 2 BER performances of turbo codes based on different iterative methods

从图中可以看到: 通过修正外部信息, MAP、Log MAP 算法的性能未获得明显改进, 而 MAX Log-MAP 算法性能提高的程度最大: 在信噪比为 1.4 dB 处, BER 的提高程度接近 1 个数量级。此外, 如图所示, MAP 算法、Log MAP 算法的 BER 性能相近, 而 MAX Log MAP 精度较低, 这主要是因为 MAP 算法和 Log MAP 算法通过比较格子结构图中所有的路径来寻找最大似然路径, MAX Log MAP 算法则在每个时刻通过比较两条比特为 0 和 1 的最佳路径之间的似然对数差获得估值。然而通过采用新的迭代译码方法, MAX Log MAP 算法可获得与 Log MAP 算法相近的译码精度, 由于其计算量又要比其他两种算法少得多 (见表 1): 加法运算减少了约 5×2^M 次、并且不需要进行查询表和指数运算^[6], 故综合考虑译码精度和算法实现复杂度, MAX Log MAP 算法与新的迭代译码方法结合, 更适合于通信系统中的纠错。

本节还以 MAX Log MAP 算法为例, 研究了在信噪比为 1, 1.4 和 1.8 dB 处迭代次数与 turbo 码的 BER 性能之间的关系。仿真结果如图 3 所示。可以看出, 随着迭代次数的增加, 跟其他算法一样, 计算量也在不断增大 (增大的数目成乘性增长), 但此时 BER 性能的提高幅度也是越来越大。这是因为所采用的新颖的迭代方法在迭代过程中, 对译码器间交换的外部信息不断进行修正, 从而降低了每次迭代译码的误比特率。

4 结 论

本文提出了一种新颖的迭代译码方法。与传统的直接迭代方法相比, 这种方法要求在迭代过程中

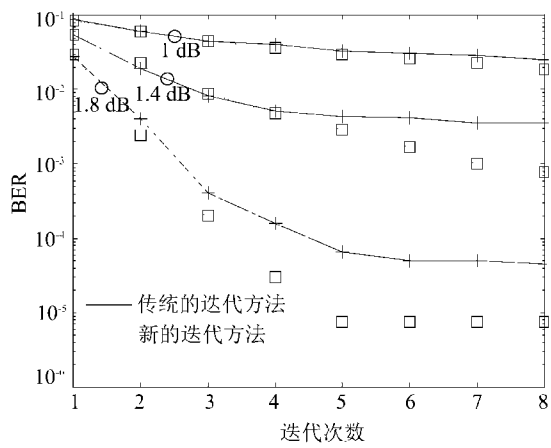


图 3 采用不同的迭代方法时, BER 与迭代次数的关系

Fig. 3 BER versus number of iterations with

不断更新成员译码器间交换的外部信息。对基于 MAP 算法、Log MAP 算法和 MAX Log MAP 算法的 turbo 码的 BER 性能进行仿真, 结果表明, 采用新的迭代译码方法, MAP 和 Log MAP 算法因似然对数比估值准确, 译码性能相近, MAX Log MAP 算法则因减少了近似计算带来的似然对数比计算误差, 而获得了与 MAP 算法和 Log MAP 算法相近的计算精度, 性能得到了明显的改善。并且, 应用新的迭代译码方法之后, turbo 码能以较少的迭代次数取得与原算法相近的计算精度。因此, 新的迭代译码方法既简化了计算, 又提高了 turbo 码的性能。

参考文献:

[1] BERROU C, GLAVIEUX A, THITIMAJSHIMA P. Near shannon limit error-correcting coding: turbo codes[J] . Proc of IEEE ICC 93, 1993: 1064—1070.

[2] BAHL L R, COCKE J, JELINEK F, et al. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate[J] . IEEE Trans Inform Theory, 1974, 20(5) : 284—287.

[3] HAQUENAUER J, HOER P. A viterbi algorithm with soft-decision outputs and its applications[J] . IEEE Globecom' 89, 1989: 1680—1686.

[4] LEE G, HYUN S, PARK S. Evaluation of the MAP decoder for the turbo codes of IMT-2000[J] . IEEE VTC' 2000, 2000, 3: 1266—1269.

[5] ERFANIAN J A, PASUPATHY S, GULAK G. Reduced complexity symbol detectors with parallel structures for ISI channels[J] . IEEE Trans Commun, 1994, 42: 1661—1671.

[6] ROBERTSON P, VILLEBRUN E, HOER P. A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the Log domain[J] . Proc IEEE ICC 95, 1995: 1009—1013.

A Novel Iterative Method for Turbo Codes

ZHANG Lin, LIU Xin cheng, ZHANG Guang zhao

(Department of Electronics and Communication Engineering,
Sun Yat sen(Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: A novel iterative decoding method for turbo codes is proposed. In this method, extrinsic information exchanged between the component decoders is revised to reduce the error of computation. The bit error rate performances of turbo codes are simulated, where MAP, Log MAP and MAX Log MAP based component decoders are employed. It is concluded that the proposed method minimizes the extrinsic information errors, thus turbo decoder based on the MAX-Log MAP algorithm performs close to that based on MAP and Log MAP algorithms respectively.

Key words: turbo codes; iterative decoding; extrinsic information; BER performance