

子导弹攻角控制系统鲁棒控制器设计*

刘祚秋¹, 丁文镜²

(1. 中山大学应用力学与工程系, 广州 510275; 2. 清华大学工程力学系, 北京 100084)

摘 要: 本文讨论了应用定量反馈理论(QFT), 用 Matlab 下的 QFT 工具进行鲁棒控制器设计的过程. 并以简化的无动力子导弹攻角控制系统为例, 设计了一个鲁棒控制器 $G(S)$. 该控制器使子导弹在跟踪目标飞行过程中, 攻角对俯仰舵偏角的传递函数的频率响应满足设计期望要求, 大大改善了弹体的动力学特性.

关键词: 子导弹; 定量反馈理论(QFT); 鲁棒设计

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2001) S2-0108-03

定量反馈理论(Quantitative Feedback Theory)简称 QFT, 首先由 Horowitz 和 Sidi 提出^[1-3], 这是一种保证闭环鲁棒和稳定性的反馈设计方法, 在控制对象或控制输入存在不确定性和扰动时, 应用反馈来获得期望的系统性能. QFT 设计兼顾了所有可能出现的不确定因素, 在控制器的复杂性和系统性能指标之间进行折中, 使综合出的系统具有鲁棒性. 早在 60 年代末, 这种理论方法就已基本形成, 但由于其在控制系统设计中需要进行大量的数值计算和复杂的图形分析, 因而很长一段时间未受到很高的重视. 到了 80 年代末和 90 年代初, 随着计算机的普及和飞速发展以及各种 CAD 软件包的开发应用, 数值计算和复杂图形分析已不再是阻碍 QFT 研究发展的障碍, 这种理论方法才逐渐被许多学者认可并很快成为现今较为流行的一种鲁棒控制设计方法^[4], 而 Matlab 下的 QFT 工具则为 QFT 设计技术提供了有效的技术途径^[5].

1 QFT 原理及设计过程

对于给定的含有限个不确定参数的线性模型集合 $\{P(S)\}$, 我们需要找一对容许的稳定的不变的有理的函数 $\{F(S), G(S)\}$ 使如图 1 所示的单位反馈系统满足如下的条件^[1-3]:

(1) 鲁棒稳定性

定义开环传递函数为

$$L(\alpha, S) = G(S)P(\alpha, S) \quad (1)$$

则闭环系统的传递函数

$$T(\alpha, S) = \frac{L(\alpha, S)}{1 + L(\alpha, S)} \quad (2)$$

对所有 $\alpha \in \Omega$ 是稳定的, 且

$$\left| \frac{1}{1 + L} \right| \leq M_L, \quad \left| \frac{1}{1 + L} \right| \leq M_P \quad (3)$$

(2) 鲁棒性能

闭环系统的鲁棒性能可用如下式子表示:

$$a(\omega) \leq |F(j\omega)T(\alpha, j\omega)| \leq b(\omega), \quad \omega \in (0, \infty) \quad (4)$$

其中 $a(\omega), b(\omega)$ 为设计者预先给定的频率响应边界, 即有:

$$|\Delta T(\alpha, j\omega)| \leq b(\omega) - a(\omega) = \delta(\omega) \quad (5)$$

设

$$L(j\omega) = Le^{i\theta}, T(j\omega) = Te^{i\phi}$$

则有

$$T = \frac{L}{(1 + 2L \cos \theta + L^2)^{1/2}} \quad (6)$$

那么至少存在一个 $G(j\omega)$ 使得

$$L(\alpha, j\omega) = G(j\omega)P(\alpha, j\omega) \quad (7)$$

满足

$$\max T(\alpha, j\omega) - \min T(\alpha, j\omega) \leq \delta(\omega), \quad \omega \in (0, \infty) \quad (8)$$

同样可以找一个 $F(j\omega)$ 使

$$a(\omega) \leq |F(j\omega)T(\alpha, j\omega)| \leq b(\omega), \quad \omega \in (0, \infty) \quad (9)$$

因此 QFT 设计步骤如下:

(1) 选取 $\alpha_n \in \Omega$ 为参数名义值, 对每一个频率 ω_i , 计算参数名义值处模型的传递函数的增益和相位;

* 基金项目: 中国运载火箭研究院十四所资助项目 (110401)

收稿日期: 2001-07-30; 作者简介: 刘祚秋 (1965-), 男, 讲师.

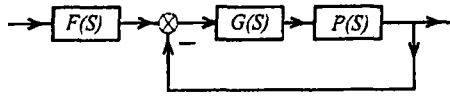


图1 单位闭环反馈

(2) 对每一个频率 ω_i , 计算出模型的模板 $P(\omega_i)$, 根据对象模板和设计要求, 在 *Nichols* 图上生成开环频率响应的各个设计边界;

(3) 在增益相位平面上 (即 *Nichols* 图上) 移动模板 $P(\omega_i)$, 使得闭环传递函数满足鲁棒稳定性和鲁棒性能, 这样就得到开环传递函数 $L(\alpha, j\omega)$ 必须满足的名义开环约束边界线;

(4) 设计一个名义开环传递函数 $L(S)$ 使之满足开环约束边界线, 则

$$G(S) = \frac{L(S)}{P(\alpha_n, S)} \quad (10)$$

(5) 设计 $F(S)$ 使

$$a(\omega) \leq |F(j\omega)T(\alpha_n, j\omega)| \leq b(\omega) \quad (11)$$

本文利用 *Matlab* 中的 *QFT* 工具箱完成上述过程, 并用文献 [6] 的结果进行了验证.

2 弹体攻角控制系统的传递函数

为了使问题简单便于说明, 本文仅讨论无动力子导弹在铅垂平面内运动时攻角控制系统传递函数.

考虑舵偏角 δ_z 引起攻角 α 的变化时, 不计重力 mg 影响而将它看作是一个扰动量, 那么攻角制系统的传递函数为:

$$p(s) = \frac{\alpha}{\delta_z}(s) = \frac{b_1 s + b_1 g_1 + a_1}{s^2 + (c_1 + g_1)s + c_1 g_1 + d_1} \quad (12)$$

其中系数 a_1, b_1, c_1, d_1, g_1 物理意义参见文献 [7].

这些系数 a_1, b_1, c_1, d_1, g_1 在子导弹跟踪目标的运动过程中是变化的, 例如当子导弹开始启动跟踪地面目标时, 此时高度 $H = 3000$ m, 速度 $V = 340$ m/s, 则

$$a_1 = -1312.86, b_1 = -0.28, c_1 = 1.52,$$

$$d_1 = 1181.69, g_1 = 11.93$$

当子导弹将要击中地面目标时, 此时高度 $H = 2$ m, 速度 $V = 240$ m/s, 则

$$a_1 = -607.48, b_1 = -0.22, c_1 = 1.27,$$

$$d_1 = 269.25, g_1 = 6.58$$

因此子导弹攻角控制系统模型传递函数 (12) 式有不确定参数 a_1, b_1, c_1, d_1, g_1

3 传递函数的频率响应及闭环期望边界

攻角控制系统的传递函数 $P(S)$ 在上述两种不同数值下的开环频率响应如图 2 所示, 单位闭环传递函数的频率响应如图 3 所示.

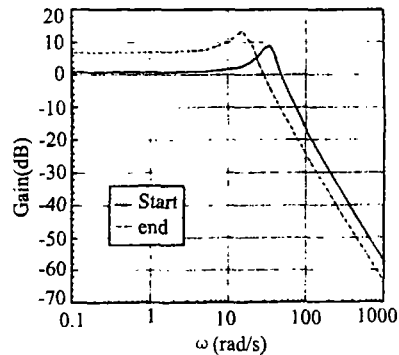


图2 子导弹启动后和击中目标前开环传递函数的频率响应

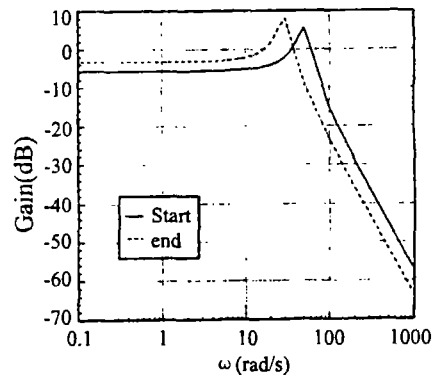


图3 子导弹启动后和击中目标前单位闭环传递函数的频率响应

期望的闭环传递函数的边界范围为

$$\delta(\omega) = b(\omega) - a(\omega) \quad (13)$$

如表 1 所示.

表1 期望边界范围

ω (rad/s)	0.1	1.0	10.0	20.0	30.0	40.0
$\delta(\omega)$ (dB)	0.1	0.5	3.0	7.5	5.0	5.0

设模型不确定参数的名义值为:

$$a_1 = -607.48, b_1 = -0.22, c_1 = 1.27,$$

$$d_1 = 269.25, g_1 = 6.58$$

设期望的闭环传递函数的谐振峰值 $M_p = 1.2$,

在 Nicols 图上绘出开环传递函数的不能穿越的区域即 U-轮廓线, 利用 Matlab 中的 QFT 工具

$$L(\alpha_n, S) = \frac{80(0.05S + 1)^2(0.025S + 1)(0.000361S + 1)}{(2S + 1)(0.01S + 1)(0.0036S^2 + 0.02828S + 1)(0.0001S^2 + 0.012S + 1)} \quad (14)$$

则 $G(S)$ 为

$$G(S) = \frac{34.36(0.05S + 1)^2(0.025S + 1)}{(2S + 1)(0.01S + 1)(0.0001S^2 + 0.012S + 1)} \quad (15)$$

文献 [8] 给出迭代求 $G(S)$ 的最优解的方法. 调整前的名义开环传递函数 $P(\alpha_n, S)$, 调整后的名义开环传递函数 $L(\alpha_n, S)$ 在 Nichols 图上的位置如图 4 所示. 调整后的闭环传递函数的频率响应如图 5 所示. 结果完全满足设计要求.

在给定闭环传递函数的期望边界 $b(\omega)$ 、 $a(\omega)$ 后, 采用同样的方法可以求出 $F(S)$, 本文略去.

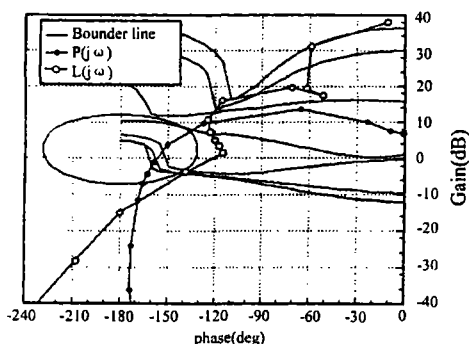


图 4 Nichols 图上开环约束边界线及调整前、后的频率响应

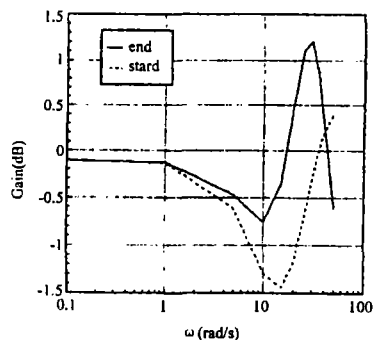


图 5 调整后的闭环传递函数名义开环传递函数的位置

箱, 求出开环约束边界线如图 4 所示, 其名义开环传递函数如下

4 结 论

QFT 是一种近似的频域反馈设计方法, 所选的设计频率点是有限的点, 设计出来的控制系统是否满足整个系统的要求, 还必须加以分析才能确定. 如果控制系统不满足设计要求, 应重新选择设计点并重新设计.

上述设计结果是用 QFT 方法, 应用 Matlab 的 QFT 设计工具在子导弹攻角控制系统鲁棒设计方面作的一些工作, 得到的结果令人满意. 目前, 虽然国内有关 QFT 文章很少, 但在国外 QFT 已被广泛地应用到许多工程领域, 并日益受到国际控制理论界和工程界的广泛重视, 在国外一些重要学术期刊中有关 QFT 的文章也屡见不鲜. 由此可见, QFT 有着非常广阔的发展前景.

参考文献:

- [1] HOROWITZ I. Synthesis of feedback systems [M]. Academic Press, NY, 1963. 1-465.
- [2] HOROWITZ I, SIDI M. Synthesis of linear systems with large uncertainty for prescribed time-domain tolerance [J]. Int J Control, 1972, 16(2): 287-309.
- [3] HOROWITZ I. Survey of quantitative feedback theory [J]. Int J Control, 1991, 53(2): 255-291.
- [4] EITELBERG E. Quantitative feedback theory design for tracking error tolerance [J]. Automatica, 2000, 36: 319-326.
- [5] BORGESANI C, CHAIT C, YANIV O. The quantitative feedback theory toolbox [M]. Mathworks, Natick, MA. 1994. 12: 1-346.
- [6] BAILEY F N, HUI CH. Loop gain phase shaping for single-input-single-output robust controllers [J]. IEEE Control System Magazine, 1991, 11: 93-101.
- [7] 钱杏芳, 张鸿端, 林端雄编著. 导弹飞行力学 [M]. 北京: 北京工业学院出版社, 1987. 1-242.
- [8] THOMPSON D F, NWOKAH O D I. Analytic loop shaping methods in quantitative feedback theory [J]. Journal of Dynamic System, Measurement, and Control, 1994, 116: 169-177.