

提升格式与 JPEG2000^{*}

曾剑芬, 马争鸣

(中山大学电子与通信工程系, 广东 广州 510275)

摘要: 以 D9/7 双正交小波变换为例, 给出了从 Mallat 算法出发推导提升格式的详尽步骤。与 Daubechies 的推导相比, 高通和低通滤波同时进行, 而且保证每个环节都可以采用有限长度滤波器来实现。另外, JPEG2000 给出的 D9/7 双正交小波变换提升格式中尺度因子的数值 ($\rho = 1.23$) 与推导的结果 (Daubechies 推导的结果: $\rho = 1.1496$) 有出入, 这表明 JPEG2000 所实现的小波变换与真正的 D9/7 双正交小波变换是有出入的。就图像编码而言, 这种出入并未产生明显的影响。

关键词: 小波变换; 提升格式; JPEG2000

中图分类号: TN919.81 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2002) 01-0032-04

提升格式 (lifting scheme) 被誉为构造第二代小波的关键技术^[1]。对于第一代小波而言, 提升格式是一种比 Mallat 算法更为有效的算法^[2,3]。Daubechies 证明, 凡是用 Mallat 算法实现的小波变换都可以转用提升格式来实现^[4]。

JPEG2000 是一个基于小波变换的新的图像编码国际标准, 预定于 2001 年正式颁布。目前, JPEG2000 草案稿可以在 JPEG 官方网站 (<http://www.jpeg.org>) 免费下载^[5]。JPEG2000 推荐使用 D9/7 双正交小波变换, 而且还推荐使用提升格式来实现 D9/7 双正交小波变换。在本文中, 以 D9/7 双正交小波变换为例, 给出了从 Mallat 算法推导提升格式的详尽步骤。这个推导不但对 D9/7 双正交小波变换适用, 对其它用 Mallat 算法来实现的小波变换也一样适用。与 Daubechies 的推导相比^[4], 我们的推导, 高通和低通滤波同时进行, 而且保证每个环节都能用有限长度滤波器来实现。另外, 在推导中我们发现, JPEG2000 给出的尺度因子的数值 ($\rho = 1.23$) 与推导的结果 (Daubechies 推导的结果: $\rho = 1.1496$) 有出入, 这意味着 JPEG2000 所实现的小波变换与真正的 D9/7 双正交小波变换是有出入的。不过, 就图像编码而言, 本文提供的计算实例表明, 这种出入并未产生“差之毫厘, 失之千里”的编码结果。

1 D9/7 双正交小波变换的提升格式

目前, 小波变换都是用图 1 所示的 Mallat 算法来实现。从图 1 可见, 信号 $x(n)$ 经过卷积运算后,

再按隔二取一的周期进行采样, 这意味着卷积运算中有一半是无用功。提升格式在 Mallat 算法的基础上, 进行了改进。

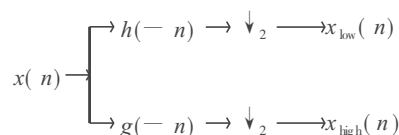


图 1 小波变换 (Mallat 算法)

Fig 1 Wavelet transform (Mallat algorithm)

记 $x(n)$, $h(n)$ 和 $g(n)$ 的偶部和奇部分别为:

$$x_e(n) = x(2n), x_o(n) = x(2n+1)$$

$$h_e(n) = h(2n), h_o(n) = h(2n+1)$$

$$g_e(n) = g(2n), g_o(n) = g(2n+1)$$

于是, 根据 Mallat 算法, 有

$$x_{low}(n) = \sum_k x(k) h(k-2n) =$$

$$\sum_k x_e(k) h_e(k-n) + \sum_k x_o(k) h_o(k-n)$$

取 Z 变换可得

$$X_{low}(z) = X_e(z) H_e(z^{-1}) + X_o(z) H_o(z^{-1})$$

同样地, 有

$$X_{high}(z) = X_e(z) G_e(z^{-1}) + X_o(z) G_o(z^{-1})$$

用矩阵的形式统一表示, 有

$$\begin{bmatrix} X_{low}(z) \\ X_{high}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_e(z^{-1}) & H_o(z^{-1}) \\ G_e(z^{-1}) & G_o(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_e(z) \\ X_o(z) \end{bmatrix} = P(z^{-1}) \begin{bmatrix} X_e(z) \\ X_o(z) \end{bmatrix}$$

* 收稿日期: 2001-03-23;

作者简介: 曾剑芬 (1977—), 女, 硕士研究生; 通讯联系人: 马争鸣; Email: isde09@zsu.edu.cn

其中, $P(z) = \begin{bmatrix} H_e(z) & H_o(z) \\ G_e(z) & G_o(z) \end{bmatrix}$ 。于是, 图 1 所示的

Mallat 算法也可以用图 2 所示的等价算法来代替。用提升格式来实现小波变换就是要用若干个提升过程来实现图 2 算法中的向量滤波 $P(z^{-1})$ 。以 D9/7 双正交小波变换为例, 来说明这个实现过程。

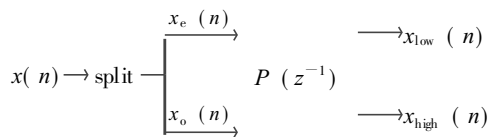


图 2 小波变换 (Mallat 算法的等价算法)

Fig 2 Wavelet transform (Mallat equivalent algorithm)

D9/7 双正交小波变换的低通和高通滤波器的冲激响应分别为:

$$h(0) = h_0 = 0.8527$$

$$h(1) = h(-1) = h_1 = 0.3774$$

$$h(2) = h(-2) = h_2 = -0.11062$$

$$h(3) = h(-3) = h_3 = -0.02385$$

$$h(4) = h(-4) = h_4 = 0.03783$$

可以推导出

$$H_e(z) = h_4 z^{-2} + h_2 z^{-1} + h_0 + h_2 z + h_4 z^2$$

$$H_o(z) = h_3 z^{-1} + h_1 + h_1 z + h_3 z^2$$

$$g(-2) = g_{-2} = 0.06454$$

$$g(-1) = g_{-1} = -0.0406$$

$$g(0) = g_0 = -0.41809$$

$$g(1) = g_1 = 0.78849$$

$$g(2) = g_2 = -0.41809$$

$$g(3) = g_3 = -0.04069$$

$$g(4) = g_4 = 0.06454$$

可以推导出

$$G_e(z) = g_4 z^{-2} + g_2 z^{-1} + g_0 + g_{-2} z$$

$$G_o(z) = g_3 z^{-1} + g_1 + g_{-1} z$$

Daubechies 给出了从 Mallat 算法推导提升格式的一般步骤。Daubechies 的推导分二步: 先分解 $\begin{bmatrix} H_e(z) \\ H_o(z) \end{bmatrix}$, 然后再分解 $\begin{bmatrix} H_e(z) & G_e(z) \\ H_o(z) & G_o(z) \end{bmatrix}$ 。我们的推导

则直接分解 $\begin{bmatrix} H_e(z) & G_e(z) \\ H_o(z) & G_o(z) \end{bmatrix}$ 。

(1) 用 $H_o(z)$ 去除 $H_e(z)$, 得到除式 $s_1(z)$ 和余式 $H_e^{(1)}(z)$, 从而得到

$$\begin{bmatrix} H_e(z) & G_e(z) \\ H_o(z) & G_o(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_e^{(1)}(z) & H_e(z) \\ G_o^{(1)}(z) & G_o(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s_1(z) & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} G_e^{(1)}(z) &= G_e(z) - G_o(z) s_1(z) = \\ &= (g_4 z^{-2} + g_2 z^{-1} + g_0 + g_{-2} z) - \\ &= \alpha(g_3 z^{-1} + g_1 + g_{-1} z)(z^{-1} + 1) = \\ &= \varphi_{-2} z^{-2} + \varphi_{-1} z^{-1} + \varphi_0 + \varphi_1 z \approx \\ &= 0.76804(z^{-1} + 1) = \varphi(z^{-1} + 1) \end{aligned}$$

(2) 用 $H_e^{(1)}(z)$ 去除 $H_o(z)$, 得到除式 $t_1(z)$ 和

余式 $H_o^{(1)}(z)$, 从而得到

$$\begin{bmatrix} H_e^{(1)}(z) & H_o(z) \\ G_e^{(1)}(z) & G_o(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_e^{(1)}(z) & H_o^{(1)}(z) \\ G_e^{(1)}(z) & G_o^{(1)}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & t_1(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} G_o^{(1)}(z) &= G_o(z) - G_e^{(1)}(z) t_1(z) = \\ &= (g_3 z^{-1} + g_1 + g_{-1} z) - \beta \varphi(z^{-1} + 1)(1 + z) = \\ &= (g_3 - \beta \varphi) z^{-1} + (g_1 - 2\beta \varphi) + (g_{-1} - \beta \varphi) z \approx \\ &= 0.86989 = \phi \end{aligned}$$

(3) 用 $H_o^{(1)}(z)$ 去除 $H_e(z)$, 得到除式 $s_2(z)$ 和

余式 $H_e^{(2)}(z)$, 从而得到

$$\begin{bmatrix} H_e^{(1)}(z) & H_o^{(1)}(z) \\ G_e^{(1)}(z) & G_o^{(1)}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_e^{(2)}(z) & H_o^{(1)}(z) \\ G_e^{(2)}(z) & G_o^{(1)}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s_2(z) & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} G_e^{(2)}(z) &= G_e^{(1)}(z) - G_o^{(1)}(z) s_2(z) = \\ &= \varphi(z^{-1} + 1) - \phi \gamma(z^{-1} + 1) = 0 \end{aligned}$$

(4) 用 $H_e^{(2)}(z)$ 去除 $H_o^{(1)}(z)$, 得到除式 $t_2(z)$ 和

余式 $H_o^{(2)}(z)$, 从而得到

$$\begin{bmatrix} H_e^{(2)}(z) & H_o^{(1)}(z) \\ G_e^{(2)}(z) & G_o^{(1)}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_e^{(2)}(z) & H_o^{(2)}(z) \\ G_e^{(2)}(z) & G_o^{(2)}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & t_2(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} G_o^{(2)}(z) &= G_o^{(1)}(z) - G_e^{(2)}(z) t_2(z) = \\ &= G_o^{(1)}(z) = \phi = 0.86987 \approx 1/\rho \end{aligned}$$

于是, 我们得到 $\begin{bmatrix} H_e(z) & H_o(z) \\ G_e(z) & G_o(z) \end{bmatrix}$ 的分解:

$$\begin{bmatrix} H_e(z) & H_o(z) \\ G_e(z) & G_o(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & 1/\rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \delta(1+z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \gamma(z^{-1}+1) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \beta(1+z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \alpha(z^{-1}+1) & 1 \end{bmatrix}$$

这个结果与 Daubechies 推导的结果是一样的。

2 尺度因子的选择

JPEG2000 推荐使用 D9/7 双正交小波变换, 而且

还推荐通过提升格式来实现 D9/7 双正交小波变换。JPEG2000 所使用的提升格式中几个参数的数值 ($\alpha = -1.586\ 1$, $\beta = -0.053\ 0$, $\gamma = 0.882\ 9$, $\delta = 0.443\ 5$) 与本文推导的结果是一致的。但是, JPEG2000 所使用的尺度因子的数值 ($\rho = 1.230$) 与本文推导的结果($\rho = 1.149\ 6$) 有出入。虽然这 2 个数值相差不大, 但是, 严格来说, JPEG2000 用提升格式所实现的小波变换与真正的 D9/7 双正交小波变换是有出入的。

从提升格式的角度来看, 所有参数的数值都是可以调整的, 都不会影响信号经过正反变换后完全重构的性质。人们可以根据自己的需要, 调整某些参数的数值。因此, 提升格式为我们提供了更广阔的应用空间。

3 实验结果与结论

用 Lena 图像 (见图 3) 进行了实验, 结果列在表 1 和图 4。



图 3 LENA 原图 (512× 512, 8 bpp)

Fig 3 LENA' s original image (512× 512, 8 bpp)

表 1 基于提升格式的 D9/7 双正交小波图像编码结果

Tah 1 Image coding results based on D9/7 biorthogonal wavelet transform using lifting theme

预定压 缩倍数	方案	实际压 缩倍数	PSNR	例图
64	本文 ($\rho = 1.149\ 6$)	64. 47	29. 75	图 4a
	JPEG2000($\rho = 1.230$)	64. 52	29. 65	图 4b
32	本文($\rho = 1.149\ 6$)	31. 98	32. 29	图 4c
	JPEG2000($\rho = 1.230$)	32. 11	32. 28	图 4d

虽然对于实现第一代小波变换来说, Mallat 算法与提升格式是等价的。但是, 提升格式提供了更广阔的应用空间。很难想象, 在用 Mallat 算法实现小波变换时, 人们可以随意改动低通或高通滤波器的参数而不会破坏信号经过正反变换后完全重建的性质。但是, 提升格式则无此之虞。人们可以根据自

己的需要改动提升格式中的参数。事实上, 在 JPEG2000 给出的 D9/7 双正交小波变换提升格式中, 尺度因子的数值就被调高了少许 (由 $\rho = 1.149$ 调高至 $\rho = 1.230$)。可以预言, 有 JPEG2000 使用提升格式在前, 必会引来更多的研究和应用在后。



图 4 基于提升格式的 D9/7 双正交小波图像编码结果

Fig 4 Image coding results based on D9/7 biorthogonal wavelet transform using lifting theme
a CR= 64, $\rho = 1.149\ 6$; b CR= 64, $\rho = 1.230$;
c CR= 32, $\rho = 1.149\ 6$; d CR= 32, $\rho = 1.230$

参考文献:

[1] SWELDENS W. The lifting scheme: a construction of second generation wavelets[J] . SIAM J Math Anal, 1998: 511— 546.
[2] MALLAT S A. Theory for multiresolution signal decompositions: the wavelet representation[J] . IEEE Trans on PAMI, 1989.
[3] FERNANDEZ G, PERIASWAMY S, SWELDENS W. Liftpack: a software package for wavelet transforms using lifting[EB/OL] . <http://www.cs.sc.edu/~fernande/liftpack/>
[4] DAUBECHIES I, SWELDENS W. Factoring wavelet transforms into lifting steps[J] . J Fourier Anal Appl, 2998, 4(3): 247— 269.
[5] JPEG2000 Part I Final Committee Draft Version 1. 0[EB/OL] . <http://www.jpeg.org/FCD15444-1.htm>.

(转第 42 页)

参考文献:

- [1] BISHOP R, CRAIG D C, DANCE I G, et al. Control of hydrogen bonding in the design of new diol lattice inclusion compounds[J]. *Supramol Chem*, 1993, 1(2): 171–178.
- [2] TODA F, TANAKA K, IMAI T, et al. Design of new host compound. *cis*-1, 4-diphenyl-cyclohexane-1, 4-diol, *exo*, *exo*-2, 5-diphenylbicyclo[3.3.1] nonane-2, 6-diol and their derivatives[J]. *Supramol Chem*, 1995, 5(4): 289–295.
- [3] WEBER E, HECKER M, CSOREGH I, et al. Smalling inclusion hosts. Development of a new clathrate family[J]. *Mol Cryst Liq Cryst*, 1990, 187: 165–174.
- [4] SUZUKI H. Crystal habit of a novel host-guest complex composed of 1, 1, 2, 2-tetrakis (4-hydroxyphenyl) ethane and 5-chloro-2-methyl-4-isothiazolin-3-one[J]. *Tetrahedron Lett*, 1997, 38: 4563–4566.
- [5] 郭文生, 朱峰, 玉占君, 等. 反式-9, 10-二氢-9, 10-二苯基-9, 10-菲二醇包结性能的研究[J]. *化学学报*, 1998, 56(8): 812–818.
- [6] 朱峰, 玉占君, 郭文生. 反式-9, 10-二氢-9, 10-二苯基-9, 10-菲二醇的晶体结构[J]. *辽宁师范大学学报(自然科学版)*, 1999, 22(1): 39–44.
- [7] 朱峰, 郭文生, 林永成. 反式-9, 10-二氢-9, 10-二(1-萘基)-9, 10-菲二醇的包合现象与晶体结构[J]. *有机化学*, 2001, 21(9): 655–657.

Crystal Structure of the Inclusion Compound *trans*-9, 10-dihydro-9, 10-di (1-naphthyl) -9, 10-penanthrenediol^o dicyclohexylamine

ZHU Feng¹, LIN Yong-cheng¹, GUO Wen-sheng²

(1. School of Chemistry and Chemical Engineering, Sun Yat-sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China;
2. School of Chemical Science and Engineering, Liaoning University, Shenyang, 110036, China)

Abstract: Crystalline inclusion compound *trans*-9, 10-dihydro-9, 10-di (1-naphthyl) -9, 10-penanthrenediol^o dicyclohexylamine was prepared and confirmed by means of IR and powder XRD. The host-guest molar ratio was determined by ¹H NMR. The crystal structure of the 1:2 inclusion compound was determined by XRD. The crystal belongs to orthorhombic system, space group *Pnca*. The unit cell parameters are: $a=1.6714(3)$ nm, $b=1.6875$ nm, $c=1.7224(3)$ nm, $V=4.8580(15)$ nm³ and $Z=8$. The inclusion compound exhibits O-H $\cdots$ N hydrogen bonding interactions.

Key words: *trans*-9, 10-dihydro-9, 10-di (1-naphthyl) -9, 10-penanthrenediol; inclusion compound; X-ray diffraction; crystal structure

(接第 34 页)

Lifting Scheme and JPEG2000

ZENG Jian-fen, MA Zheng-ming

(Department of Electronics and Communication Engineering,
Sun Yat-sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The D9/7 biorthogonal wavelet transform is used to deduce lifting scheme from Mallat algorithm. Comparing with the deduction of Daubechies, our deduction decomposes both high pass filters and low pass filters and makes every step be realized with FIR filters. In addition, it is found that the scalar ($\rho=1.230$) recommended by JPEG2000 is different from the deduced result ($\rho=1.1496$). This shows that the wavelet transform realized by JPEG2000 is a little different from D9/7 biorthogonal wavelet transform. However, the experimental results presented in this paper show that the difference in scalar does not incur severe influence on image coding.

Key words: wavelet transform; lifting scheme; JPEG2000