

北江下游流域洪水预报模型^{*}

杨 静, 黄 平, 钟义龙
(中山大学环境科学系, 广东 广州 510275)

摘 要: 北江下游流域洪水预报模型干支流采用圣维南方程组的动力模型, 差分基于 Preissmann 隐格式, 用双扫描法求解。该模型考虑下游洪泛区分洪和崩堤两种特殊情况, 能自然适合水流计算的边界条件, 处理内边界条件简单, 无须建立稀疏矩阵求解, 存储量小, 预报结果合理。

关键词: 北江下游; 洪水预报; Preissmann 隐格式; 双扫描法; 洪泛区分洪; 崩堤

中图分类号: P338 1 文献标识码: A 文章编号: 0529-6579 (2002) 02-0096-04

北江水系是珠江流域的三大水系之一, 位于广东省中部偏北。河道干流全长为 468 km, 流域面积为 46 686 km², 总落差 305 m, 河道平均比降为 0.025 4‰。北江流域的洪水多为暴雨 (锋面雨为主) 造成, 多出现在 4—6 月前汛期, 洪水主要来源于北江干流及连江。干支流洪水汇流快、洪峰猛涨陡落, 水位变幅大, 一次洪水历时 15 天左右^[1]。北江下游的洪水预报涉及到飞来峡水库以下河道的洪流演进 (包括水库调洪作用)、四大支流的入流、人为分洪与崩堤分洪、水库等多方面的计算, 为能较全面的反映上述因素, 准确地模拟出北江下游河道的洪水过程, 其洪水预报的数学模型采用一维河网的不稳定流方程, 并对分洪与崩堤等特殊情况做了数学处理。

1 一维干支流河网动力学模型算法

1.1 模型采用的圣维南方程形式

动力模型采用如下的圣维南方程组形式: 以流量 $Q(x, t)$ 和水位 $Z(x, t)$ 为未知变量:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial Z}{\partial t} = q \tag{1}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\beta \frac{Q^2}{A} \right] + gA \left[\frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{Q}{K^2} \right] + \varphi \frac{Q}{2A\Delta x} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{Q}{A} q = 0 \tag{2}$$

其中, B 为断面宽度, 包括左右滩地在内的全部河宽; A 为断面面积, 包括左右滩地面积及主槽面积; K 为流量模数; q 为单位河长均匀旁侧入流; β 为流速不均匀分布系数; φ 为局部能量损失系数。

对方程 (1)、(2) 采用 Preissmann 格式离散^[2], 通过高阶线性化后, 对任一点 j 有以 $\Delta Q(x, t)$ 和 $\Delta Z(x, t)$ 为未知变量的线性代数方程组 (3) 和 (4):

$$H_j \Delta Z_{j+1} + T_j \Delta Q_{j+1} + C_j \Delta Z_j + D_j \Delta Q_j = G_j \tag{3}$$

$$H_j' \Delta Z_{j+1} + T_j' \Delta Q_{j+1} + C_j' \Delta Z_j + D_j' \Delta Q_j = G_j' \tag{4}$$

假设存在递推关系为:

$$\Delta Q_j = E_j \Delta Z_j + F_j \tag{5}$$

$$\Delta Z_j = L_j \Delta Z_{j+1} + M_j \Delta Q_{j+1} + N_j \tag{6}$$

则有

$$E_j = \frac{[H_{j-1}(C_{j-1}' + D_{j-1}'E_{j-1}) - H_{j-1}'(C_{j-1} + D_{j-1}E_{j-1})]}{[T_{j-1}(C_{j-1} + D_{j-1}E_{j-1}) - T_{j-1}'(C_{j-1}' + D_{j-1}'E_{j-1})]}$$

$$F_j = \frac{-(D_{j-1}'F_{j-1} + G_{j-1}')(C_{j-1} + D_{j-1}E_{j-1})}{T_{j-1}(C_{j-1} + D_{j-1}E_{j-1}) - T_{j-1}'(C_{j-1}' + D_{j-1}'E_{j-1})} + \frac{(G_{j-1} + D_{j-1}F_{j-1})(C_j' + D_j'E_j)}{T_{j-1}(C_{j-1} + D_{j-1}E_{j-1}) - T_{j-1}'(C_{j-1}' + D_{j-1}'E_{j-1})} \tag{7}$$

$$L_j = \frac{H_j}{C_j + D_jF_j}; M_j = \frac{T_j}{C_j + D_jF_j};$$

$$N_j = -\frac{G_j + D_jF_j}{C_j + D_jF_j} \tag{8}$$

因此, 在给定初始条件和边界条件下, 用双扫描法可求出未知时段的水力要素。

1.2 内边界条件

当河段的地形、水文特征出现不连续情况时, 不符合圣维南方程的基本假定, 均作为水流内边界条件处理。内边界条件应满足流量连续性、水头守恒两个相容条件。

为了把内边界插入到 Preissmann 格式的双扫描法算法中, 模型采用如下方法^[3,4]: 线性化内边界条件, 把系数 E_{i+j}, F_{j+1} 表示为已知量和系数 E_j, F_j 的函数, 在第 2 次扫描时计算并存储 L_j, M_j, N_j 的值。这样则无须改变求解方法, 只需根据内边界的类型选择相应的求解 $E_{j+1}, F_{j+1}, L_j, M_j, N_j$ 的方程。

动力模型中考虑的内边界条件有: 汇流、旁侧淹

^{*} 收稿日期: 2001-07-09
作者简介: 杨静 (1977—), 女, 硕士研究生, 通讯联系人, 黄平, Email: eeshping@zsu.edu.cn
(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

没出流、集中入流。

(1) 汇流(图 1):

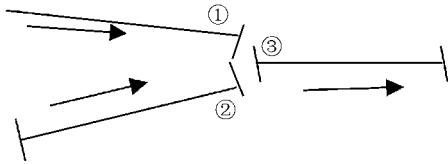


图 1 汇流示意图

Fig 1 The sketch of confluence

汇流处的动力衔接:

$$\begin{cases} Z_1^{n+1} + \left[\frac{1}{2g} \right] \left[\frac{Q_1^{n+1}}{A_1^{n+1}} \right]^2 = Z_3^{n+1} + \left[\frac{1}{2g} \right] \left[\frac{Q_3^{n+1}}{A_3^{n+1}} \right]^2 \\ Z_2^{n+1} + \left[\frac{1}{2g} \right] \left[\frac{Q_2^{n+1}}{A_2^{n+1}} \right]^2 = Z_3^{n+1} + \left[\frac{1}{2g} \right] \left[\frac{Q_3^{n+1}}{A_3^{n+1}} \right]^2 \end{cases} \quad (9)$$

汇流处的流量衔接:

$$Q_3^{n+1} = Q_1^{n+1} + Q_2^{n+1} \quad (10)$$

根据 Preissmann 格式离散,并线性化可得:

$$a\Delta Z_1 + b\Delta Q_1 + d\Delta Z_3 + e\Delta Q_3 = f \quad (11)$$

$$a'\Delta Z_2 + b'\Delta Q_2 + d'\Delta Z_3 + e'\Delta Q_3 = f' \quad (12)$$

方程的系数 $a \cdots f; a' \cdots f'$ 的值从前一时刻的已知值求出。

由方程(5)、(10), 整理成 $\Delta Q_3 = E_3 \Delta Z_3 + F_3$ 的形式, 可得 $E_3、F_3$ 。

由式(11)、(12)同理可整理出:

$$\Delta Z_1 = L_1 \Delta Z_3 + M_1 \Delta Q_3 + N_1 \quad (13)$$

$$\Delta Z_2 = L_2 \Delta Z_3 + M_2 \Delta Q_3 + N_2 \quad (14)$$

(2) 旁侧出流: 虑可能出现: 自由出流及淹没出流(图 2)。

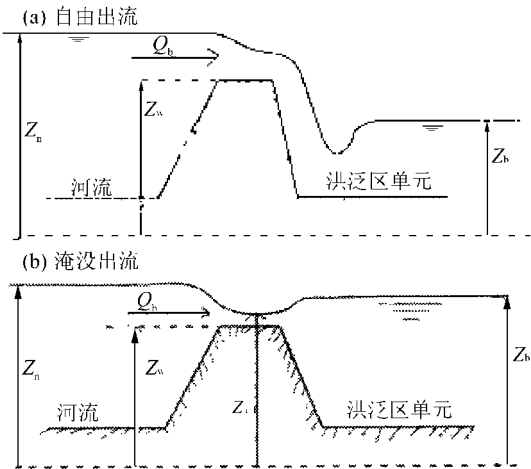


图 2 自由出流和淹没出流

Fig 2 Freeflow(a) and drowned wire flow(b)

满足如下的相容条件:

$$Z_j^{n+1} + \frac{\alpha_j^{n+1}}{2g} \left[\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}} \right]^2 = Z_{j+1}^{n+1} + \frac{\alpha_{j+1}^{n+1}}{2g} \left[\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{A_{j+1}^{n+1}} \right]^2 \quad (15)$$

$$Q_j^{n+1} = Q_{j+1}^{n+1} + Q_b^{n+1} \quad (16)$$

$$Q_b^{n+1} = Q_b^n + \left[\frac{\partial Q_b^n}{\partial Z_j} \right] \Delta Z_j +$$

$$\partial \left[\frac{\partial Q_b^n}{\partial Z_j} \right] \Delta Z_{j+1} + \left[\frac{\partial Q_b^n}{\partial Z_j} \right] \Delta Z_b \quad (17)$$

$$\theta Q_b^{n+1} + (1 - \theta) Q_b^n = \frac{\Delta V_b}{\Delta t} \quad (18)$$

用 Preissmann 差分格式展开上述方程组, 将式(15)整理成:

$$a' \Delta Z_j + b' \Delta Q_j + d' \Delta Z_{j+1} + e' \Delta Q_{j+1} = f' \quad (19)$$

则对应的 $E_{j+1}, F_{j+1}, L_j, M_j, N_j$ 系数表达式。

$$E_{j+1} = \frac{\left[\frac{d' (LL_b - E_j)}{a' + b' E_j} \right] - LL_b}{1 - \left[\frac{e' (LL_b - E_j)}{a' + b' E_j} \right]}$$

$$F_{j+1} = \frac{(Q_j - Q_{j+1} - Q_b) + (F_j - LL_b) \left[\frac{f' - b' F_j}{a' + b' E_j} \right]}{1 - \left[\frac{e' (LL_b - E_j)}{a' + b' E_j} \right]}$$

$$L_j = - \frac{d'}{a' + b' E_j}; M_j = - \frac{e'}{a' + b' E_j};$$

$$N_j = - (f' - b' F_j) / (a' + b' E_j)$$

相应地: $\Delta Q_b = LL_b (\Delta Z_j + \Delta Z_{j+1}) + NN_b$;

$$\Delta Z_b = (Q_b + \theta \Delta Q_b) \Delta t / A_b$$

(3) 旁侧入流: 此动力模型只考虑降雨径流对旁侧入流的贡献, 旁侧入流流量采用降雨径流模型计算得出。旁侧入流以区间入流形式注入北江干流。

在节点 $j, j+1$ 之间引入一区间入流:

$$Q_L^{n+1} = Q_L^n + \Delta Q_L$$

则有:

$$Z_j^{n+1} + \frac{\alpha_j^{n+1}}{2g} \left[\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}} \right]^2 = Z_{j+1}^{n+1} + \frac{\alpha_{j+1}^{n+1}}{2g} \left[\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{A_{j+1}^{n+1}} \right]^2$$

$$Q_{j+1}^{n+1} = Q_j^{n+1} + Q_L^{n+1}$$

同理, 用 Preissmann 差分格式展开并整理成线性递推关系式(5)、(6), 相应的系数 E_j, F_j, L_j, M_j, N_j 可求, L_j, M_j, N_j 的表达式同旁侧出流的情况。

$$E_{j+1} = \frac{-d' E_j}{a' + b' E_j + e' E_j}$$

$$F_{j+1} = \frac{(Q_j - Q_{j+1} + Q_L + \Delta Q_L + F_j) (a' + b' E_j)}{a' + b' E_j + e' E_j} + \frac{E_j (f' - b' F_j)}{a' + b' E_j + e' E_j}$$

1. 3 特殊情况的处理

(1) 洪泛区单元相连

洪泛区一般被自然边界(如: 堤坝、路等)划分成单元。假定: 若有一单元与其它单元或河流有流量交换, 则此单元的水面呈水平。①单元 i, k 相连, 则有

$$Q_{ik} = \Psi(Z_k) \sqrt{|Z_k - Z_i|} \operatorname{sgn}(Z_k - Z_i)$$
$$Z_{ik} = \frac{1}{2}(Z_k + Z_i)$$
$$\Psi(Z_{ik}) = \frac{k_s A R^{2/3}}{\sqrt{|\Delta x|}}$$

其中, Δx 为单元 i, k 间的水平距离(重心连线的距离), k_s, A, R 分别为流量模数, 单元 i, k 间的断面的湿周和水力半径。

②河流与单元相连即为内边界条件中的旁侧淹没出流情况, 已作过分析。

如图 3 所示, 淹没区有 5 个单元(C_1 至 C_5), 3 个堤坝(K_1, K_2, K_4), 单元 C_1, C_2, C_4 分别与堤坝 K_1, K_2, K_4 相连, C_1, C_5 与河流无连接, Q_{bi} 为堤坝与淹没区单元的流量交换量, Q_k 为单元间的流量交换量。

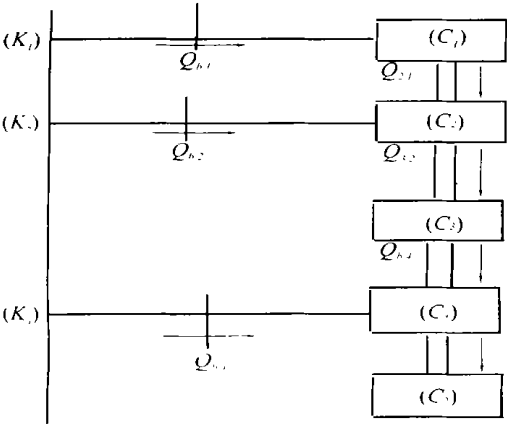


图 3 洪泛区单元

Fig. 3 The cells in inundated areas

第 1 次扫描, 系数 $E_{j+1}, F_{j+1}, L_j, M_j, N_j$ 仍按一般的情况来计算; 第 2 次扫描时, 可求出 $\Delta Z_j, \Delta Q_j, \Delta Q_{b,i}$ 的值, 而 $\Delta Z_{b,i}$ 的值仍未知, 需要通过 $\Delta Z_j, \Delta Q_j, \Delta Q_{b,i}$ 的值来求解, 要求解的方程为单元的连续性方程:

$$\Delta V_i = V_i^{n+1} - V_i^n = \Delta t \left\{ \theta \left[Q_{b,i}^{n+1} + \sum_k Q_k^{n+1} \right] + (1 - \theta) \left[Q_{b,i}^n + \sum_k Q_k^n \right] \right\} \quad (20)$$

用泰勒展开式展开 Q_k^{n+1} , 并令 $\Delta V_i = S_i \Delta Z_i$ (S_i 为单元 i 的断面面积), 则方程 (20) 变成:

$$\Delta Z_i \left[\frac{S_i}{\Delta t} - \theta \sum_k \frac{\partial Q_k}{\partial Z_i} \right] + \sum_k \left[\Delta Z_k \theta \left[-\frac{\partial Q_k}{\partial Z_k} \right] \right] = Q_{b,i} + \theta \Delta Q_{b,i} + \sum_k Q_k$$

故方程的矩阵形式为: $M_{N \times N} \begin{bmatrix} \Delta Z_1 \\ \Delta Z_N \end{bmatrix} = N_{N \times 1}$

用常规的方法求解即可得 ΔZ_i 的值, N 为洪

泛区的单元数, $N-1$ 为单元连接数。

(2) 崩堤情况

当堤坝被淹没时, 可把堤坝归入旁侧淹没出流模拟。当节点 j 出现崩堤时, 过缺口、堤坝顶的流量值是在同一节点上计算的。为了模拟崩堤情况, 须已知: ①崩堤的初始时刻、持续时间; ②缺口的最终形状: 缺口底部高及缺口宽度。

假定崩堤是一个线形化的过程, 分为 3 个阶段: ①崩堤前, ②缺口形成过程, ③崩堤后稳定阶段。崩堤持续时间内缺口顶高由 ZW 呈线形变化至 ZW_{br} , 缺口顶部的宽度由 0 呈线形变化至 B_{br} 。

在模拟时, 在河段节点 $j, j+1$ 之间从河流流入堤坝的流量由坝顶流量 $Q_{b,1}$ 、缺口流量 $Q_{b,2}$ 两部分组成, 相应地, 系数 LL_b, NN_b 则由与这两部分相关的项的总和求得:

$$\begin{cases} Q_b = Q_{b,1} + Q_{b,2} \\ \Delta Q_b = -\Delta Q_{b,1} + \Delta Q_{b,2} \\ \Delta Q_{b,1} = LL_{b,1}(\Delta Z_j + \Delta Z_{j+1}) + NN_{b,1} \\ \Delta Q_{b,2} = LL_{b,2}(\Delta Z_j + \Delta Z_{j+1}) + NN_{b,2} \end{cases}$$

则有:

$$LL_b = LL_{b,1} + LL_{b,2}; NN_b = NN_{b,1} + NN_{b,2};$$
$$\Delta Q_b = LL_b(\Delta Z_j + \Delta Z_{j+1}) + NN_b$$

2 模型的应用

(1) 河网形状概化及断面资料的预处理

北江下游流域河段共划分为 209 个断面, 4 个汉口, 46 处洪泛区。各断面的水力要素(如: 糙率, 断面面积、水面宽度等)采用垂直分层的方法, 预计算不同水深对应的左滩地、主槽和右滩地的面积、水力半径及水面宽度, 供插值计算相应水深的面积、水力半径及河宽。

(2) 三种特殊水流连接方式

支流琶江、滨江和绥江汇入北江干流的干支流汇合, 西江和北江汇合; 区间有 8 处以集中旁侧入流汇入北江干支流, 46 处洪泛区的单元以旁侧出流形式与北江干支流连接。

(3) 外边界条件

上边界条件有 3 个: 飞来峡水库坝下来水 $Q(t)$ 为北江下游上边界条件; 珠坑、四会和高要来水 $Q(t)$ 分别为滨江上游、绥江上游和西江上游上边界条件。下边界条件有两个: 北江干流的三水站 $Q(H)$, 西江干流的马口站 $Q(H)$ 。

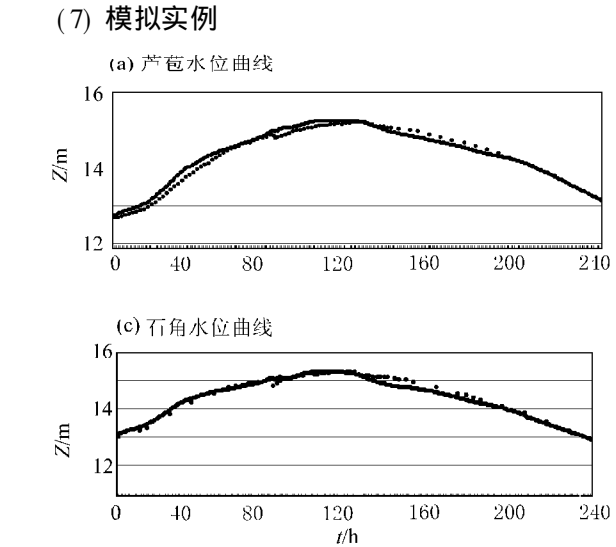
(4) 初始条件

模拟干支流各断面在洪水起始时刻的水流状态 ($Q(t), Z(t)$)。

(5) 时间步长

就一般情况而言, 计算时间步长为 3 600 s, 若出现漫顶、崩堤, 时间步长取 5 min。

(6) 雨量处理
只考虑降雨对旁侧入流的贡献, 采用降雨径流模型模拟。产汇流计算采用不等边三角形函数^[9]。



选择有实测数据的 1994 年 6 月一次大洪水过程作模拟, 外边界条件给出实测的流量过程, 各断面的水位值由边界值内差而得, 各河段内的断面初始流量值即取边界流量值。计算结果如图 4(点表示实测值, 曲线表示计算值)。由此可见, 水位、流量的拟合情况均较好。

图 4 1994 年 6 月洪水模拟结果
Fig 4 Simulation results of a flood process occurred in June, 1994

3 结 语

综上所述, 可知本文提出的洪水预报模型与其它模型相比, 有以下的优点:

- (1) 自然适合水流计算的几种内、外边界条件, 且结果合理;
- (2) 动力模型采用隐式差分格式, 时间步长取值范围不受稳定性条件限制。
- (3) 可考虑天然河道漫滩时滩地对蓄量的影响。
- (4) 可考虑河道上出现崩堤的情况。
- (5) 边界条件处理简单, 仅需根据内边界的类型选择相应的求解系数的方程, 直接把内边界插入双扫描法算法中, 无需求解稀疏矩阵方程, 存储量小、计算速度快, 可以尝试把此方法应用于感潮网河区。

参考文献:

[1] 李景堂, 王开元. 珠江防洪减灾对策探讨[J]. 人民珠江, 1999(4): 12—18.
[2] 黄平. 水环境数学模型及其应用[M]. 广州: 广州出版社, 1996.
[3] PROJECT NA/83/38. Flood forecasting and management of Beijiang river, March, 1990.
[4] 庾维德, 赵小霞. 明渠一维不恒定流计算(隐式)程序包 MYBC/Y1 及应用 // 南京水文水资源研究所水文水资源论文选(1978—1985)[C]. 北京: 水利电力出版社, 1987: 437—445.
[5] BATES P D, ROO A P J De. A simple raster-based model for flood inundation simulation[J]. J Hydrology, 2000, 236: 54—77.
[6] 袁作新. 工程水文学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990.

Development of Flood Forecasting Model for Beijiang River Downstream

YANG Jing, HUANG Ping, ZHONG Yi long

(Department of Environmental Science, Sun Yat sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The flood forecasting model of Beijiang River downstream is an open model instead of a single flood forecasting approach. The hydrodynamics of main streams and tributaries is described by the Saint Venant equations which are discretized with Preissmann scheme and solved with double sweep method. Especially, the connection of flooded areas and the breaching are taken into consideration. The model is naturally fit to the boundary conditions of hydraulic calculation. It is quite simple to deal with interior conditions and there is no need to build matrix for solving branch equations. It has the advantages of small computer memory, high computing speed, and reasonable calculation results.

Key words: the downstream of Beijiang River; flood forecasting; preissmann scheme; double sweep method; the connection of flooded areas; the breaching