

自由衰减法测量中的低频内耗 与频率关系的理论研究*

水嘉鹏, 郑 康

(中国科学院固体物理研究所内耗与固体缺陷开放研究实验室, 合肥 230031)

摘 要: 内耗测量希望得到试样的内耗值, 而用低频扭摆测量内耗时, 只能得到试样的惯量组成的振动系统的内耗值. 讨论了在用自由衰减法测量内耗时, Voigt 模型和惯量组成的振动系统内耗与试样内耗之间的关系.

关键词: 自由衰减; 低频内耗; 频率

中图分类号: O482.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2001) S1-0294-02

内耗与频率的关系是内耗理论的一个基本组成部分, 内耗对频率的依赖是材料滞弹性性质的一个基本表现. 本工作以 Voigt 二参量模型的内耗与频率的关系为例, 讨论了自由衰减扭摆的内耗与频率的关系.

二参量 Voigt 模型和惯量组成的振动系统如图 1 所示. k 是理想弹簧的刚度, η 是阻尼器的粘度, m 是惯量的质量. 在自由衰减情况下, Voigt 模型振动系统的运动方程式可以写成^[1,2]

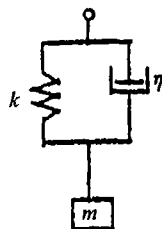


图 1 二参量 Voigt 力学模型与惯量组成的振动系统

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \eta \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (1)$$

求解这个运动方程式可以得到振动系统频率与振幅的对数减缩量 δ 之间关系满足方程式

$$\delta^2 - \frac{4\pi k}{\eta \omega} \delta + 4\pi^2 = 0 \quad (2)$$

方程式(2)有两个根

$$\delta_1 = 2\pi \left(\frac{\kappa}{\eta \omega} + \sqrt{\frac{\kappa^2}{\eta^2 \omega^2} - 1} \right)$$

$$\delta_2 = 2\pi \left(\frac{\kappa}{\eta \omega} - \sqrt{\frac{\kappa^2}{\eta^2 \omega^2} - 1} \right) \quad (3)$$

在自由衰减情况下, 振动系统的对数减缩量 δ 与内耗 Q^{-1} 的精确关系是^[2]

$$Q^{-1} = \frac{1}{2\pi} (1 - e^{-2\delta}) \quad (4)$$

从关系式(3)和(4)画出的内耗与频率的关系曲线如图 2 所示(在画图时取 $\kappa = \eta = 1$). 在图 2 中, Q_1^{-1} 和 Q_2^{-1} 是对应于 δ_1 和 δ_2 的内耗曲线, 而虚线是试样的内耗 - 频率曲线, 对于 Voigt 模型试样, 试样与频率的关系是^[1]

$$Q^{-1} = \tan \phi = \frac{\eta \omega}{\kappa} \quad (5)$$

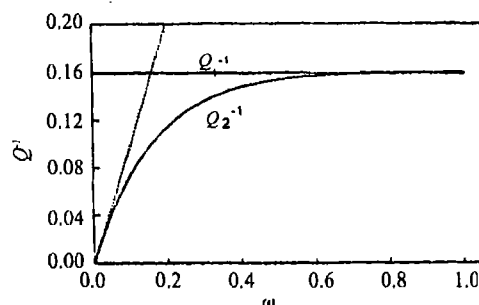


图 2 Voigt 模型振动系统的内耗(实线)和试样内耗(虚线)与频率的关系曲线($\kappa = \eta = 1$)

从图 2 可以看到: Q_1^{-1} 基本上不随频率变化, 而且内耗值很大, 这种振动模式衰减很快, 对测量内耗没有实际意义. 在频率很低时, Q_2^{-1} 与试样内耗接近, 随着频率增加, Q_2^{-1} 很快偏离试样的内耗值. 对于 Q_2^{-1} 与试样 Q^{-1} 内耗的偏离

* 收稿日期: 2000-12-30; 作者简介: 水嘉鹏 (1939-), 男, 研究员.

可以定义一个相对误差函数 Δ

$$\Delta = \frac{Q^{-1} - Q_2^{-1}}{Q^{-1}} \times 100\% \quad (6)$$

作为例子, 图 3 给出了当 $\kappa = \eta = 1$ 时 Δ 随频率

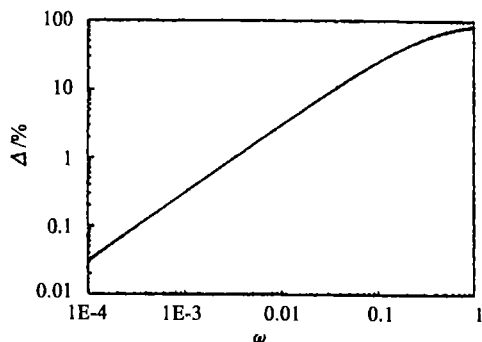


图 3 Voigt 模型振动系统相对误差函数 Δ 随频率变化的曲线 ($\kappa = \eta = 1$)

变化的曲线.

如果用 $\frac{\delta}{\pi}$ 表示内耗, 则 $\frac{\delta}{\pi}$ 与频率的关系可以写为

$$\frac{\delta}{\pi} = 2 \left(\frac{\kappa}{\eta\omega} - \sqrt{\frac{\kappa^2}{\eta^2\omega^2} - 1} \right) \quad (7)$$

对于 ($\kappa = \eta = 1$) 的情况, $\frac{\delta}{\pi}$ 与频率 ω 关系曲线如图 4 所示. 在图 4 中虚线表示按 (5) 式计算的试样内耗 ($\kappa = \eta = 1$). 这个结果也可以按照 (6) 式计算误差函数 Δ 与频率的关系曲线如图 5 所示. 比较图 4 和图 5 可以看到, 用 $\frac{\delta}{\pi}$ 表示内耗值比严格公式计算的内耗值更接近试样的内耗值. 最后必需指出: Δ 与频率的关系是与 κ 和 η 有关的, 即不同的 κ 和 η 有不同的 Δ 与频率的关系. 在本工作中, 惯量 m 是隐形变量.

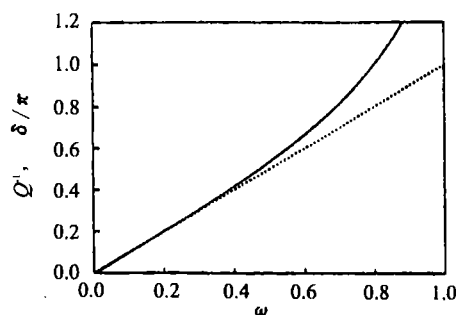


图 4 Voigt 模型振动系统的 $\frac{\delta}{\pi}$ (实线) 和试样内耗 (虚线) 与频率 ω 的关系曲线 ($\kappa = \eta = 1$)

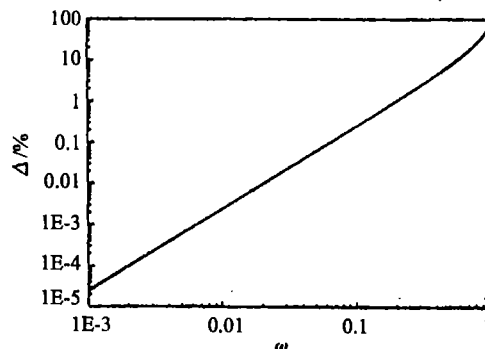


图 5 Voigt 模型振动系统的误差函数 Δ 随频率变化的曲线 ($\kappa = \eta = 1$)

参考文献:

- [1] SHUI J P, PEI H Y, LIU Y S. Rev Sci Instrum, 1999, 70:2060.
- [2] 朱贤方, 水嘉鹏. 物理学报, 1996, 45:1010.
- [3] ZHU X F, SHUI J P, WILLIAMS J S. Rev Sci Instrum, 1997, 68:3116.