光的本性理论研究新进展*

佘 卫龙
(中山大学光电材料与技术国家重点实验室，广东 广州 510275)

摘 要：将光场的量子化问题转化为一维简谐振子的量子化问题，然后利用概率论和变分法，直接从经典谐振子的哈密顿量导出一维简谐振子的薛定谔方程，从而发现，光只是一种电磁波。光场的能量、动量量子化起源于电磁场振动模能量、动量的统计平均。在此理论中，约化普朗克常数作为一个参数自然地出现。

关键词：光的本性；光场；量子化；理论；新进展
中图分类号：O431 文献标识码：A 文章编号：0529-6579（2002）05-0108-03

光的本性是一个既古老又艰难而又十分重要的物理学基本问题。这个问题约有350年的历史。17世纪中叶，以牛顿为代表的光的粒子说学派和以惠更斯为代表的光的波动说学派就已开始对其进行研究。后来，包括爱因斯坦在内的一批杰出的物理学家为之付出长期的努力但仍未最终解决它。今天，光学已发展成为一个广阔的研究领域，量子光通信也已经变成物理学家和工程师们共同关心的实际问题，但光的本性仍然是个谜。到目前为止，人们只知道光是一种电磁波，它与带电粒子相互作用时又表现出一种能量、动量的不连续性（通常称为粒子性）。针对此不连续性，爱因斯坦在1905年首次提出光量子（光子一词是Lewis在1926年编造出来的）的概念[1]。光量子到底是什么？它是指一种粒子，还是仅仅指一份能量（动量），它与光波之间的关系又如何？这很难把握。爱因斯坦对此也感到左右为难。他曾经说“这个问题（光量子问题）足够把他赶进疯人院了”[2]。尽管对光场的量子化已有了量子电动力学并有了重整化理论，但在他逝世前四年，也就是在量子电动力学重整化理论提出后3年，他又说：“整整五十年的自觉思考，没有使我更接近于解答‘光量子是什么’这个问题。的确，现在每一个无赖都相信，他懂得它，可是他在骗他自己。”[3]爱因斯坦曾致力于发展一种理论，这种理论既保留了经典电动力学的精髓，又能逻辑地导出光的能量、动量量子化的结果，可惜他没有成功。应该提及，量子电动力学也存在着内在的问题。例如，曾经对重整化理论作出重要贡献的费曼就说：“我猜想，重整化在数学上是不合法的。”[4]我们认为，任何正确的物理理论，其结果都必须可以用实验进行检验，而实验结果都是统计的，所以，正确的物理理论在原则上都必须是统计的理论；当所研究可测物理量的统计平均值远大于该物理量的误差时，统计理论才退化为经典理论。基于这一思想，我们发展一种全新的光场能量、动量统计理论。这个理论从经典电磁场理论出发，直接推导出光场能量、动量量子化的结果，证明光就是一种电磁波。在我们的理论中，普朗克常数作为一个参数自然地出现。下面是我们理论的梗概：

由经典电动力学，空腔中角频率为 ω 的光场（电磁场），其能量可表示为[5]

$$\mathscr{E}=\sum_{l,m,n}\left(\frac{1}{2}p_{lmn}^{2}+\frac{1}{2}\omega^{2}q_{lmn}^{2}\right)\tag{1}$$

其中，q_{lmn}和p_{lmn}分别为广义坐标和广义动量，下标 l、m 和 n 为光场振动模的指标。(1) 式表明空腔中电磁场的能量是一大群一维简谐振子能量之和。对自由空间中的光场能量，我们也可导出类似的表示式，只不过该能量表示式中包含了前行波和后行波两组电磁振子的能量。这样，我们就将光场能量量子化的问题转化为一维简谐振子能量量子化的问题。对一维简谐振子的哈密顿量（能量）

$$H=\frac{1}{2}p^{2}+\frac{1}{2}\omega^{2}q^{2}\tag{2}$$

通过引入生成函数 $K=\frac{1}{2}\omega q^{2}\mathrm{ctan}\,Q$，作正则变换得

$$q=\sqrt{\frac{2a}{\omega}}\sin Q\tag{3}$$

$$p=\sqrt{2a\omega}\cos Q\tag{4}$$

$$H=a\omega\tag{5}$$

这里，Q 和 a 分别为新的广义坐标和广义动量。考虑一个力学体系，它含有大量的简谐振子，这些振

* 收稿日期：2002-06-09
作者简介：佘卫龙（1952年生），男，教授，博士生导师；E-mail：stils02@zsu.edu.cn

子具有相同的频率 ω，但位相 Q 和振幅（或 a）是随机的。我们将 q、p、Q 和 a 视为随机变量，很自然地我们可以认为 Q 服从 $[0,\ 2\pi]$ 上均匀分布。令 $V=\sin Q$，$W=\cos Q$，由概率论立即知道 V 和 W 是相同的随机变量，所以，从（3）和（4）可导出如下随机变量方程

$$p=\omega q=\sqrt{2a\omega}V \tag{6}$$

进一步，我们可导出振子势能、动能和能量平均值的关系式

$$\overline{\frac{1}{2}p^2}=\overline{\frac{1}{2}\omega^2q^2}=\overline{\frac{1}{2}a\omega} \tag{7}$$

$$\overline{\frac{1}{2}p^2}+\overline{\frac{1}{2}\omega^2q^2}=\overline{a\omega}=E \tag{8}$$

这里 E 是振子能量的统计平均值。

设 $\rho_q(q)$ 为振子广义坐标 q 的密度函数，它满足下列条件

$$\rho_q(q)\geqslant 0,\int_{-\infty}^{\infty}\rho_q(q)\,\mathrm{d}q=1$$

$$\lim_{|q|\to\infty}\rho_q(q)=0,\int_{-\infty}^{\infty}q^2\rho_q(q)\,\mathrm{d}q<0$$

由(6) 及概率论知广义动量 p 的密度函数为

$$\rho(p)=\frac{\rho_q(p/\omega)}{\omega}$$

引入函数 $\Psi(q)$，使得 $|\Psi(q)|^2=\rho_q(q)$，于是，p 的密度函数为 $\left|\Psi\left(\frac{p}{\omega}\right)\Big/\sqrt{\omega}\right|^2$。根据上述讨论，我们可以进一步导出 $\Psi(q)$ 所满足的积分方程组

$$\begin{cases}\left(\Psi(q),\ \frac{1}{2}\omega^2q^2\Psi(q)\right)=\\ \left(\frac{\partial}{\partial L}F(L),\ \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial L}F(L)\right)\\ \left(F(L),\ \frac{1}{2}\omega^2L^2F(L)\right)=\\ \left(\frac{\partial}{\partial q}\Psi(q),\ \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial q}\Psi(q)\right)\\ (F(L),\ F(L))=1\\ (\Psi(q),\ \Psi(q))=1\end{cases} \tag{9}$$

式中，$(\cdot,\ \cdot)$ 表示内积，$F(L)$ 是 $\Psi\left(\frac{p}{\omega}\right)\Big/\sqrt{\omega}$ 的傅立叶变换。为了解这组方程，我们作如下泛函

$$I=\left|\left(\frac{\partial\Psi(q)}{\partial q},\ \frac{1}{2}\frac{\partial\Psi(q)}{\partial q}\right)-\left(F(L),\ \frac{\omega^2L^2}{2}F(L)\right)\right|$$

$$\left(\frac{\partial F(L)}{\partial L},\ \frac{1}{2}\frac{\partial F(L)}{\partial L}\right)-\left(\Psi(q),\ \frac{\omega^2q^2}{2}\Psi(q)\right)=0$$

$$(F(L),\ F(L))=1 \tag{10}$$

$$(\Psi(q),\ \Psi(q))=1$$

$$\lim_{|q|\to\infty}\Psi(q)=0$$

$$\lim_{|q|\to\infty}\sqrt{\frac{\omega}{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}F(L)\exp(-\mathrm{i}\omega qL)\,\mathrm{d}L=0$$

泛函 I 的最小值函数即是我们所需要的解。由变分法，我们得到如下欧拉方程

$$-\frac{\beta^2}{2}\frac{\mathrm{d}^2\Psi(q)}{\mathrm{d}q^2}+\frac{\omega^2q^2}{2}\Psi(q)-\gamma\Psi(q)=0 \tag{11}$$

这里，$\gamma=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$，$\beta^2=\frac{1}{\lambda_1}$。$\lambda_1$ 和 λ_2 是两个拉格朗日乘子。由(11) 并注意 $\Psi(q)$ 与 $\rho_q(q)$ 的关系，我们可以求得本征值

$$\gamma_n=(2n+1)\frac{\beta}{2}\omega,\ n=0,1,2\cdots \tag{12}$$

这里 $\beta>0$。容易证明，γ_n 所对应的本征函数都是方程组（9）的解。另外还可以证明，(12) 式所表示的本征值都是一维谐振子稳定的能量统计平均值 E_n。两个相邻本征值之差为 $\varepsilon=\hbar\omega$，这与通常所说的光量子的能量是一样的。(11) 式正是量子力学中的一维简谐振子的薛定谔方程，现在我们从经典物理将其导出，而参数 β 正是约化普朗克常数 $\hbar$，它在我们的理论中自然地出现（在量子力学中，它是作为一个假设引进的）。

由狭义相对论及（12）式，我们易导出电磁场振动模的动量平均值

$$\overline{\boldsymbol{P}_n}=(2n+1)\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{K},\ n=0,1,2\cdots \tag{13}$$

这里 $\boldsymbol{K}$ 为电磁波波矢。两个相邻动量平均值之差为 $\boldsymbol{P}=\hbar\boldsymbol{K}$，这也与通常所说的光量子的动量是一样的。这样，我们就直接从经典电磁场理论导出光场能量、动量量子化的结果。用我们的理论能够解释光电效应[1]，康普顿效应[6]和黑体辐射光谱[7]。

结论：光就是一种电磁波，其能量和动量量子化只不过是电磁场振动模能量、动量统计平均的结果。

致谢：感谢戴永隆教授、邓东皋教授、朱熹平教授、戴道清教授和赵怡教授在数学方面有益的讨论。

参考文献：

[1] EINSTEIN A. Über einen die Erzeugung und verwandlung des Lichtes detreffenden heuristischen Gesichtspunkt[J]. Ann D Phys, 1905, 17: 132－148.

[2] WHEATON B R, The tiger and the shark[M]. New York: Cambridge Univ Press, 1983: 298－299.

[3] SPEZIALI P Ed. Albert Einstein-Michele besso correspondence 1903－1955[M]. Paris: Hermann, 1972: 453.

[4] 费曼. QED: 光和物质的奇异性[M]. 北京: 商务印书馆, 1992: 144.

[5] 王竹溪. 统计物理学导论[M]. 北京: 人民教育出版社, 1965.

[6] PLANCK M. Uber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum[J]. Ann D Phys, 1901, 4: 553－563.

[7] COMPTON A H. A quantum theory of the scattering of X-rays by light elements[J]. Phys Rev. 1923, 21: 483—502.

A Progress of the Theory on the Nature of Light

SHE Wei-long
(State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies,
Sun Yat-sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: It is shown that the problem of the quantization of light field can be adapted as that of one-dimensional harmonic-oscillator (ODHO). The Schördinger equation of a quantized ODHO is derived directly from classical mechanics by using the probability theory and variation method. It is found that ① light is only a kind of electromagnetic wave and the quantization of the energy (or momentum) of light field originates from the statistical average of the energies (or momenta) of electromagnetic oscillators; ② the reduced Planck constant appears naturally as a parameter in this theory.
Key words: the nature of light; light field; quantization; theory; progress

---

(上接第 85 页)

The Architecture of Mangroves of Hainan Island

WANG Bo-sun, LIANG Shi-chu, ZHANG Jun-li, ZHANG Wei-yin, ZAN Qi-jie
(School of Life Sciences, Sun Yat-sen(Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: Total 5 architecture models were discovered in mangroves of Hainan Island. They are Attims's model, Abreviele's model, Rauh's model, Scarrone's model and Schoute's model. Among them Attims's model is the highest incidence, total 15 species, 65.31% of the mangrove in Hainan Island. But there is only one species, *Nypa fruitcans* with Schoute's model. The correlation between architecture model and genera is not clear and can not be defined. However, both of Rauh's model and Schoute's model seem to correlate with the specific genera and habitats in the ecological series. *Bruguiera gymnorrhiza* is a typical example of Aubreville's model with two types of branch apposition fashions, thereby forms two branch patterns.
Key words: architecture diversity; mangrove; Hainan Island; architecture model