

分层媒质中索末菲积分近似条件的严格证明^{*}

蒋鸿雁, 龙云亮

(中山大学电子与通信工程系, 广东 广州510275)

摘要: 提出了三层分层有耗媒质中电磁场理论经常遇到的索末菲 (Sommerfeld) 积分近似条件的正确形式, 并给出了严格证明。

关键词: 分层有耗媒质; Sommerfeld 积分

中图分类号: O451 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2002) 03-0121-02

在现代无线移动通信工程中, 由于各种微带天线的广泛应用, 以及无线信号在森林地带和地下 (如地铁中) 的传播, 对电磁波在分层媒质中辐射与传播的研究分析具有极为重要的意义^[1-3]。对于分层媒质中的电磁理论来说, Sommerfeld 积分是经常遇到而又难于计算的, 多年以来, 人们提出了各种各样的方法, 各有特点^[4]。在有些情况下, 通过适当的近似条件, 将 Sommerfeld 积分简化, 进而得到其闭合形式的表达式, 可大大节省 Sommerfeld 积分的数值计算时间^[5]。Wait^[1]曾给出此类情形下的近似条件:

$$\frac{\alpha u_0}{u_1} \gg 1, \frac{\beta u_1}{u_2} \ll 1 \quad (1)$$

其中, $\alpha = \gamma_1^2/k_0^2$, $\beta = \gamma_2^2/\gamma_1^2$, $\gamma_n = jk_n = (j\omega\mu_0\sigma_n - \omega^2\mu_0\epsilon_n)^{1/2}$, $n = 0, 1, 2$, $u_n = (\lambda^2 + \gamma_n^2)^{1/2}$, ϵ_n , σ_n 分别是第 n 层媒质的介电常数和电导率, λ 是 Sommerfeld 积分的积分变量。Wait 只是直接给出了 (1) 式, 并没有给出该近似条件的证明。

我们发现, 在分层媒质为有耗 (即媒质的电导率 σ 不等于零) 的情况下, $\alpha u_0/u_1$ 和 $\beta u_1/u_2$ 为复数, 从数学的角度来说, 不等式 (1) 实际上是不成立的, 因此近似条件 (1) 不适用于有耗媒质的情况。本文提出了适用于三层分层有耗媒质中的 Sommerfeld 积分近似条件的正确形式, 弥补了 (1) 式的不足, 并给出了该近似条件的严格证明。

1 近似条件及证明

对有耗媒质, $\alpha u_0/u_1$ 和 $\beta u_1/u_2$ 均为复数, 应先考察 $|\alpha u_0/u_1|$ 和 $|\beta u_1/u_2|$ 随 λ 变化的渐近特性。在我们研究的实际情形中, 位移电流是可以忽略的, 因此有 $\gamma_n^2 = j\omega\mu_0\sigma_n$, 从而得到 $\gamma_n^2/\gamma_m^2 = \sigma_n/\sigma_m$ 为实数。当我们选择 Sommerfeld 积分的积分路径为沿

实轴从 0 到 ∞ 时, λ 也为实数。令

$$\frac{u_n}{u_m} = \frac{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma_n}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma_m}} = u + jv \quad (2)$$

其中 u , v 均为实数。分别写出 (2) 式中的实部和虚部, 可以得到

$$\begin{aligned} u^2 + v^2 &= \\ \frac{[\lambda^8 + \omega^2\mu_0^2(\sigma_n^2 + \sigma_m^2)\lambda^4 + \omega^4\mu_0^4\sigma_n^2\sigma_m^2]^{1/2}}{\lambda^4 + \omega^2\mu_0^2\sigma_m^2} & \quad (3) \end{aligned}$$

显然 $u^2 + v^2$ 是 λ 的函数。令 $h(\lambda) = u^2 + v^2$, 则 $h(\lambda)$ 的导数

$$\begin{aligned} h'(\lambda) &= \\ \frac{2h(\lambda)\lambda^3\omega^2\mu_0^2}{\lambda^8 + \omega^2\mu_0^2(\sigma_n^2 + \sigma_m^2)\lambda^4 + \omega^4\mu_0^4\sigma_n^2\sigma_m^2}(\sigma_m^2 - \sigma_n^2) & \quad (4) \end{aligned}$$

从 (4) 式可以看出, 对 $\lambda > 0$, 当 $\sigma_m > \sigma_n$ 时, $h(\lambda)$ 是增函数, 当 $\sigma_m < \sigma_n$ 时, $h(\lambda)$ 是减函数。当 $\sigma_1 > \sigma_0$, $\sigma_1 > \sigma_2$ 时, 有

$$\begin{aligned} \left| \frac{\alpha u_0}{u_1} \right| &= \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \sqrt{u^2 + v^2} \Big|_{\substack{\sigma_n = \sigma_0 \\ \sigma_m = \sigma_1}} > \\ \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \sqrt{h(0)} \Big|_{\substack{\sigma_n = \sigma_0 \\ \sigma_m = \sigma_1}} &= \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_0}} \quad (5a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{\beta u_1}{u_2} \right| &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \sqrt{u^2 + v^2} \Big|_{\substack{\sigma_n = \sigma_1 \\ \sigma_m = \sigma_2}} < \\ \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \sqrt{h(0)} \Big|_{\substack{\sigma_n = \sigma_1 \\ \sigma_m = \sigma_2}} &= \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} \quad (5b) \end{aligned}$$

在实际应用中, 最常见的情况就是 $\sigma_1 \gg \sigma_2$, 而 σ_0 是大气的电导率, 约等于零。从而有

$$\left| \frac{\alpha u_0}{u_1} \right| \gg 1, \left| \frac{\beta u_1}{u_2} \right| \ll 1 \quad (6)$$

* 收稿日期: 2001-02-02

基金项目: 教育部高校骨干教师资助项目; 广东省“千百十”优秀人才培养基金资助项目

作者简介: 蒋鸿雁 (1969-), 女, 工程师; E-mail: isslyl@zsu.edu.cn

式 (6) 就是经过严格证明的适用于三层分层有耗媒质中的 Sommerfeld 积分近似条件。将此近似条件应用于文献 [5] 中, 可得到 Sommerfeld 积分的解析表达式。

参考文献:

[1] WAIT J R. Electromagnetic waves in stratified media [M] . New York: IEEE Press, 1996.
[2] CHEW W C. Waves and fields in inhomogeneous media

[M] . New York: IEEE Press, 1995.
[3] 龙云亮, 蒋鸿雁. 复杂有耗媒质中的场与波[J] . 系统工程与电子技术, 1994, 16(11): 26—37.
[4] 龙云亮. 计算 Sommerfeld 型积分远场近似的新方法[J] . 中山大学学报(自然科学版), 1994, 33(4): 29—34.
[5] LONG Y L, JIANG H Y. Current integral equations of boundary penetrating antenna embedded in three-layer medium[J] . Electronics Letters, 1998, 34(8): 711—712.

Exact Proof of the Approximation Condition for the Sommerfeld Integral in Layered Lossy Medium

JIANG Hong yan, LONG Yun liang

(Department of Electronics & Communication Engineering,
Sun Yat sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The correct approximation condition for the sommerfeld integral involved in a three layer lossy medium is presented. The exact proof of the approximation condition is also worked out.

Key words: layered lossy medium; Sommerfeld integral

(上接第 120 页)

[3] 林位株, 丘志仁, 徐文成. AlGaAs/ GaAs 多量子阱结构中受激载流子的飞秒弛豫特性 [J] . 光学学报, 1992 (12): 390.
[4] LOOK D C, FANG Z Q. Photoquenching of hopping conduction in low-temperature-grown molecular-beam-epitaxial GaAs [J] . Appl Phys Lett, 1992 (61):

1438.
[5] LOCHTEFELD A J, MELLOCH M R, CHANG J C P, et al. The role of point defects and arsenic precipitates in carrier trapping and recombination in low-temperature-grown GaAs [J] . Appl Phys Lett, 1996 (69): 1465.

The Carrier Capturing Characteristics of Defects in LT—GaAs

LIU Zhi gang, HUANG Ya ping, WEN Jin hui, LIAO Rui, LIN Wei zhu

(State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies,
Sun Yat sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: With the technique of broad band pump probe, the ultrafast capturing characteristics of photo excited carriers in LT GaAs were studied. It is found that the initial scattering and cooling rates of the excited carriers decrease as the excess energies of the carriers decrease, but the capturing rate of defects is independent of the excess energies. This reveals that the carriers are captured by the defects formed by anti position AsGa.

Key words: LT GaAs; femtosecond pulses; nonequilibrium carriers; defect capturing