

岩体复合型裂纹的扩展规律^{*}

II. 有水作用条件下

汤连生¹, 张鹏程², 王 洋³

(1. 中山大学地球科学系 // 环境岩土工程研究所, 广东 广州 510275;

2. 广州市城市规划勘测设计研究院, 广东 广州 510060;

3. 广州地区建设工程质量监督站, 广东 广州 510030))

摘 要: 基于最大周向正应力理论, 研究并给出了有水作用的复合型裂纹在不同应力状态及化学损伤作用下扩展的临界应力强度因子和扩展方向角。分析表明, 裂纹水压力对不同受力状态复合裂纹的扩展规律的影响是不同的; 化学损伤对岩体应力强度因子和裂纹扩展的方向具有很大影响。

关键词: 岩体; 裂纹; 扩展; 水; 应力强度因子

中图分类号: TU451 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2003) 01-0090-05

在水环境及应力腐蚀等对材料裂纹扩展影响的研究方面, 20世纪80—90年代, 重点探讨了诸如玻璃、石英、陶瓷等材料中单裂纹的应力强度因子受环境因素影响的变化规律^[1-7]。在水化学损伤机制及其对岩石断裂力学效应方面也有重要进展^[8-10]。但考虑诸如水压力等环境因素对复合型裂纹扩展方向的影响研究尚少见^[9,10]。本文从最大周向正应力理论^[11]出发, 分析了不同应力状态下复合裂纹在有水作用条件下的扩展破坏规律。

1 应力强度因子与扩展角的关系

先设岩体裂纹中受到静水压力 p 的作用:

$$p = \gamma_w H \quad (1)$$

式中, γ_w 为水的重度, H 为裂纹中水的水头高度。假定天然岩石裂纹面上的粘聚力和摩擦角分别为 c_0 和 φ_0 , 饱水后岩石的水化学损伤系数为 ω ^[10], 则饱水后岩石裂纹面上的强度参数 c 、 φ 为:

$$\left. \begin{aligned} c &= (1 - \omega) c_0 \\ \varphi &= (1 - \omega) \varphi_0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

基于最大周向正应力理论^[11]及文献[12]的分析, 可得外力作用下复合裂纹的 I、II 型应力强度因子的关系为:

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (3)$$

根据上式, 下面对水压力及外力共同作用下的裂纹^[12]扩展规律进行如下分析。

2 I 型、II 型裂纹

2.1 I 型裂纹的扩展

分为压应力作用和拉应力作用两种情况。

在压应力作用下, 裂纹面受到的有效应力为

$$\sigma = \sigma_1 - \gamma_w H \quad (4)$$

此时, $K_I = -(\sigma_1 - \gamma_w H)(\pi a)^{1/2} \neq 0$, $K_{II} = 0$, 代入式(3)得

$$-(\sigma_1 - \gamma_w H)(\pi a)^{1/2} \sin \theta = 0$$

即得 $\theta_0 = 0$ 或 $\theta_0 = \pi$, 可见裂纹依然沿原裂纹面扩展。当 $\sigma_1 = \gamma_w H$ 时, θ 可取任意值, 表明此时裂纹的扩展可沿任意方向。

对于拉应力作用下, 仍然有 $K_I \neq 0$, $K_{II} = 0$, 同样有, I 型裂纹仍沿原裂纹面的方向扩展。

2.2 II 型裂纹扩展

裂纹受纯剪切应力 τ 的作用, $K_I = 0$, 可分如下两种条件讨论: 一是裂纹未闭合, 即 $K_{II} = \tau(\pi a)^{1/2} \neq 0$, 代入式(3)解得 $\theta_0 = \pm 70.5^\circ$, 表明 II 型裂纹与原裂纹面成 70.5° 夹角延伸扩展。二是当裂纹闭合, 考虑式(2), 此时闭合裂纹面上受到反向剪切应力为

$$\tau_1 = p \tan \varphi + c =$$

$$p \tan((1 - \omega)\varphi_0) + (1 - \omega)c_0 \quad (5)$$

则裂纹面上的有效剪切应力为:

$$\tau' = \tau - \tau_1 =$$

* 收稿日期: 2002-05-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50279056, 59779019); 广东省自然科学基金资助项目(970127)

作者简介: 汤连生(1963年生), 男, 博士, 副教授; E-mail: eestls@zsu.edu.cn

$$\tau - p \tan[(1 - \omega)\varphi] - (1 - \omega)c_0 \tag{6}$$

则 II 型应力强度因子为：

$$K_{II} = (\tau - p \tan((1 - \omega)\varphi_0) - (1 - \omega)c_0) \sqrt{\pi a} \tag{7}$$

代入式（3）得

$$(\tau - p \tan((1 - \omega)\varphi_0) - (1 - \omega)c_0) \cdot \sqrt{\pi \alpha} (3 \cos \theta - 1) = 0 \tag{8}$$

解上式可知：当

$$\tau \neq p \tan((1 - \omega)\varphi_0) + (1 - \omega)c_0$$

时，解得 $\theta_0 = \pm 70.5^\circ$ ；当

$$\tau = p \tan[(1 - \omega)\varphi_0] + (1 - \omega)c_0$$

时， θ_0 可取任意角度值。

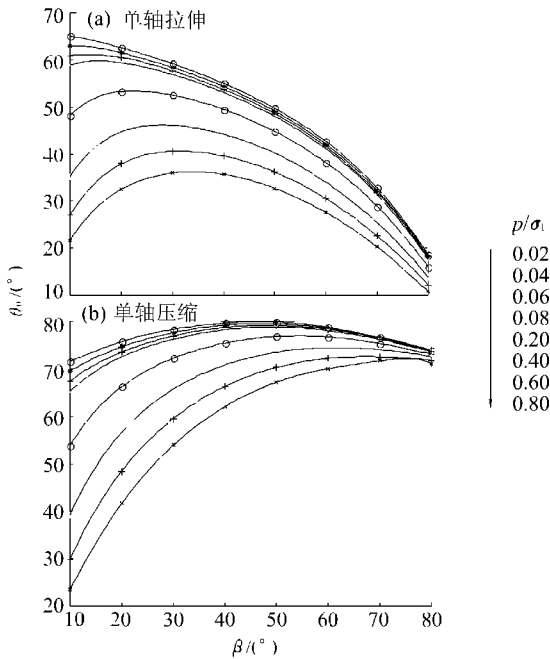


图 1 水压力作用下单轴拉伸、压缩斜裂纹的扩展规律

Fig 1 Propagation orientation of cline cracks in rocks under simple extension or compression and water pressure

3 单向应力状态下的裂纹

3.1 单轴拉伸的斜裂纹扩展

裂纹面（如文献 [12] 图 1（b）所示）上的有效正应力 σ 为

$$\sigma = \sigma_1 \sin^2 \beta + \gamma_w H = \sigma_1 \sin^2 \beta + p \tag{9}$$

有效的剪切应力 τ' 仍为 $\sigma_1 \sin \beta \cos \beta$ ，相应的 I、II 型应力强度因子为

$$\left. \begin{aligned} K_I &= (\sigma_1 \sin^2 \beta + p) \sqrt{\pi \alpha} \\ K_{II} &= \sigma_1 \sqrt{\pi \alpha} \sin \beta \cos \beta \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

代入式（3）得

$$(\sigma_1 \sin \beta + p) \sqrt{\pi \alpha} \sin \theta + \sigma_1 \sin \beta \cos \beta \sqrt{\pi \alpha} (3 \cos \theta - 1) = 0 \tag{11}$$

解上式得

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{\sigma_1 \sin^2 \beta + p}{-\sigma_1 \sin \beta \cos \beta} \tag{12}$$

图 1（a）给出了水压力作用下单轴拉伸斜裂纹的扩展角 θ 与裂纹倾角 β 、水压力、主应力间的关系，从图可看出，水压力对 θ 的影响是显著的：当比值 p/σ_1 固定不变时，随 β 的增大， θ 的变化规律分如下两种情况：当 $p/\sigma_1 \geq 0.2$ 时， θ 先增大后减小，转折点大致在 10° 附近；当 $p/\sigma_1 \leq 0.2$ 时， θ 一直减小；而相同的 β ， θ 随 p/σ_1 的增大而减小。

3.2 单轴压缩的斜裂纹扩展

按裂纹是否闭合分为两种情况讨论（如文献 [12] 图 1（a）所示）：

（1）裂纹未闭合，裂纹面上的有效正应力 σ 为：

$$\sigma = \sigma_1 \sin^2 \beta - \gamma_w H = \sigma_1 \sin^2 \beta - p \tag{13}$$

有效的剪切应力仍为 $\sigma_1 \sin \beta \cos \beta$ ，相应的 I、II 型应力强度因子为：

$$\left. \begin{aligned} K_{II} &= \sigma_1 \sqrt{\pi \alpha} \sin \beta \cos \beta \\ K_I &= (\sigma_1 \sin^2 \beta + p) \sqrt{\pi \alpha} \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

代入式（3）得：

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{\sigma_1 \sin^2 \beta - p}{\sigma_1 \sin \beta \cos \beta} \tag{15}$$

图 1（b）给出了水压力作用下单轴压缩斜裂纹的扩展角与裂纹倾角、水压力、主应力间的关系，从图可看出：相同的 β ， θ 随 p/σ_1 的增大而减小；而相同的水压力时，随 β 的增大， θ 先增大后减小。

对比图 1（a）、（b）可知，相同水压力对单轴拉伸或压缩应力状态下裂纹扩展的影响是不同的。

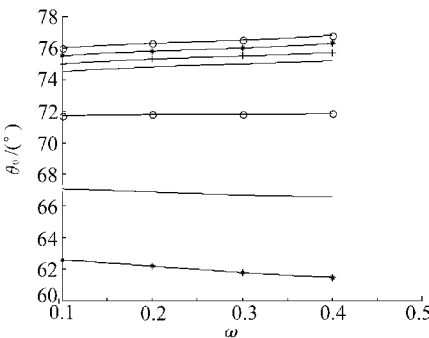


图 2 水压力作用下单轴压缩的闭合斜裂纹扩展规律

Fig 2 propagation orientation of cline-closed cracks in rocks under simple compression and water pressure

（2）裂纹闭合，裂纹面上将产生反向的剪切应

$$\tau_1 = (\sigma_1 \sin^2 \beta - p) \tan \varphi + c \tag{16}$$

考虑水的损伤效应, 将式 (2) 代入得

$$\tau_1 = (\sigma_1 \sin^2 \beta - p) \tan ((1 - \omega) \varphi_0) + (1 - \omega) c_0 \tag{17}$$

则裂纹面上的有效剪切应力为:

$$\tau' = \tau - \tau_1 = \sigma_1 \sin \beta \cos \beta - (\sigma_1 \sin^2 \beta - p) \tan ((1 - \omega) \varphi_0) - (1 - \omega) c_0 \tag{18}$$

相应地, II 型应力强度因子为:

$$K_{II} = (\sigma_1 \sin \beta \cos \beta - (\sigma_1 \sin^2 \beta - p) \tan ((1 - \omega) \varphi_0) - (1 - \omega) c_0) \sqrt{\omega \alpha} \tag{19}$$

代入式 (3) 得:

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = (\sigma_1 \sin^2 \beta - p) \left\{ \sigma_1 \sin \beta \cos \beta - (\sigma_1 \sin^2 \beta - p) \tan [(1 - \omega) \varphi_0] - (1 - \omega) c_0 \right\} \tag{20}$$

一般, 裂纹面上的 c_0 近似等于 0。图 2 (当 $p/\sigma_1 = 0.8, 0.4, 0.08, 0.06, 0.04, 0.02$ 的 $\theta - \beta$ 各曲线依此对应着图中从下至上的曲线) 给出了 $\beta = 30^\circ$ 时不同的损伤系数下裂纹扩展角的变化规律 (取 $\beta = 30^\circ$)。从图可看出: 当损伤系数一定时, θ 随 p/σ_1 的增大而减小; 而当 p/σ_1 不变时, 在 $p/\sigma_1 \geq 0.4$ 时, θ 随损伤系数的增大而减小; 在 $p/\sigma_1 < 0.4$ 时, θ 随损伤系数的增大而增大。而当 $\beta = 60^\circ$ 时, 其变化情况比较复杂, 有待进一步的研究。

4 双向应力状态下的裂纹

4.1 双轴压缩下的斜裂纹扩展

分裂纹未闭合和裂纹闭合两种条件 (如文献 [12] 图 1(c) 所示), 由于裂纹闭合条件的推导很复杂, 本文仅探讨裂纹未闭合的情形。

未闭合裂纹面所受正应力、剪应力为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta \\ \sigma_N &= \frac{(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta}{2} - p \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

相应的裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= - \left\{ \frac{(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta}{2} - p \right\} \sqrt{\pi \alpha} \\ K_{II} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta \sqrt{\pi \alpha} \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 中得 θ_0 满足下式:

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta - 2p}{(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta} \tag{23}$$

从式 (23) 可看出, 双向压缩载荷作用下的斜裂纹的扩展角 θ , 不仅取决于原裂纹的倾角 β , 而且与所受应力状态、孔隙水压力有关。图 3 给出了此种情形下裂纹的扩展规律。

由图 3 可以看出孔隙水压力对双轴压缩状态下复合裂纹扩展的影响: 当 θ 和 σ_3/σ_1 恒定不变, 裂纹的扩展角 θ 随比值 p/σ_1 的增大而增大。

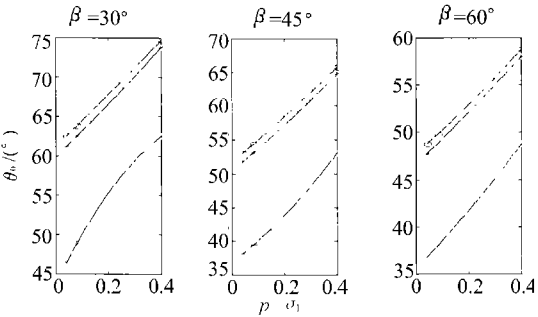


图 3 水压力作用下双轴压缩的未闭合斜裂纹扩展规律
Fig 3 Propagation orientation of cline-opened cracks in rocks under bilateral compression and water pressure

4.2 最大主应力轴拉伸, 最小主应力轴压缩下的斜裂纹扩展

此时裂纹面 (如文献 [12] 图 1(d) 所示) 所受正应力、剪应力为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T &= \frac{1}{2} (-\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta \\ \sigma_N &= \frac{(-\sigma_1 + \sigma_3) - (-\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta}{2} - p \end{aligned} \right\} \tag{24}$$

相应的裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= - \frac{(-\sigma_1 + \sigma_3) - (-\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta - 2p}{2} \sqrt{\pi \alpha} \\ K_{II} &= \frac{-\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta \sqrt{\pi \alpha} \end{aligned} \right\} \tag{25}$$

将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 中得 θ_0 满足下式:

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta + 2p}{(\sigma_1 + \sigma_3) \sin 2\beta} \tag{26}$$

由式 (26) 可看出, 扩展角 θ 同样既取决于原裂纹的倾角 β , 又取决于所受应力状态, 见图 4。从图 4 可看出, 孔隙水压力对双轴压缩状态下复合裂纹扩展的影响: 当 θ 和 σ_3/σ_1 恒定不变, 裂纹的扩展角 θ 随比值 p/σ_1 的增大而减小。

4.3 最大主应力轴压缩, 最小主应力轴拉伸下的斜裂纹扩展

此时裂纹面 (如文献 [12] 图 1(e) 所示) 所受正

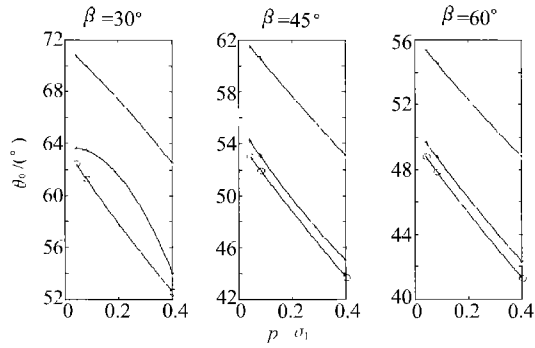


图 4 水压力作用下最大主应力拉伸、最小主应力压缩的未闭合斜裂纹扩展规律

Fig 4 Propagation orientation of cined cracks in rocks under simple extension in maximum primary stress and under simple compression in least primary stress and water pressure

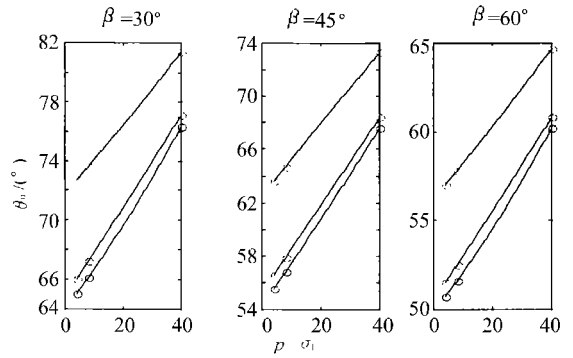


图 5 水压力作用下最大主应力压缩、最小主应力拉伸的未闭合斜裂纹扩展规律

Fig 5 Propagation orientation of cined cracks in rocks under simple compression in maximum primary stress and under simple extension in least primary stress and water pressure

应力、剪应力分别为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin 2\beta \\ \sigma_N &= \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta}{2} - p \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

相应的裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为：

$$\left. \begin{aligned} K_I &= - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta - 2p}{2} \sqrt{\pi \alpha} \\ K_{II} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin 2\beta \sqrt{\pi \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 中得扩展角 θ_0 满足下式：

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta - 2p}{(\sigma_1 + \sigma_3) \sin 2\beta} \quad (29)$$

从图 5 可看出此种条件的未闭合斜裂纹扩展规律：当 θ 和 σ_3/σ_1 恒定不变， θ 随 p/σ_1 的增大而增大。

4.4 双轴拉伸下的斜裂纹扩展

此时裂纹面(如文献[12]图 1(f)所示)所受正应力、剪应力分别为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T &= \frac{-\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin 2\beta \\ \sigma_N &= \frac{(-\sigma_1 - \sigma_3) - (-\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta}{2} - p \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

相应的裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为：

$$\left. \begin{aligned} K_I &= - \frac{(-\sigma_1 - \sigma_3) - (-\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta - 2p}{2} \sqrt{\pi \alpha} \\ K_{II} &= \frac{-\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin 2\beta \sqrt{\pi \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 中得 θ_0 满足式 (32)，图 6 给出了此种情形下裂纹的扩展规律。

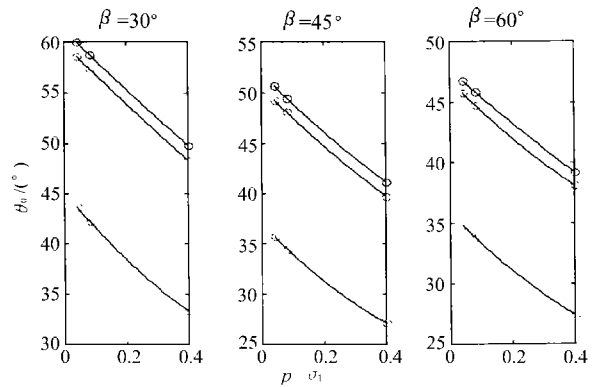


图 6 水压力作用下双轴拉伸的未闭合斜裂纹扩展规律

Fig 6 Propagation orientation of cline-opened cracks in rocks under bilateral extension and water pressure

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta + 2p}{(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta} \quad (32)$$

由图 6 可以看出，孔隙水压力对双轴压缩状态下复合裂纹扩展的影响：当 θ 和 σ_3/σ_1 恒定不变，裂纹的扩展角 θ 随比值 p/σ_1 的增大而减小。

5 结 论

(1) 给出了有水作用下的复合裂纹在不同应力状态下扩展的临界应力强度因子和扩展方向角所遵循的规律。

(2) 获得了化学损伤对岩体断裂扩展的影响规律，化学损伤对岩体应力强度因子和裂纹扩展的方向具有很大影响。

(3) 裂隙水压力对不同受力状态复合裂纹的扩展规律的影响是不同的。

参考文献:

[1] DUNNING J D, MILLER M E. Effect of pore fluid chemistry on stable sliding of Berea sandstone[J] . Pageoph, 1984/1985, 122: 447—462.

[2] ATKINSON B K, MEREDITH P G. Stress corrosion cracking of quartz: a note on the influence of chemical environment [J] . Tectonophysics, 1981, 77: T1—T11.

[3] FREIMAN S W. Effects of chemical environments on slow crack growth in glasses and ceramics[J] . J Geophys Res, 1984, 89(B6): 4072—4076.

[4] LISTE J R, KERR R C. Fluid-mechanical models of crack propagation and their application to magma transport in Dykes [J] . J Geophys Res, 1991, 96(B6): 10049—10077.

[5] LASAGA A C. Rate laws of chemical reactions in kinetics of geochemical processes//LASAGA A C, KIRKPATRICK R J. Rev Mineral[M] . Washington DC: Mineralogical Society of America, 1981: 1—67.

[6] REBINDER P A, SCHREINER L A, ZHIGACH K F. Hardness reducers in drilling: a physico-chemical method of facilitating mechanical destruction of rocks during. Moscow: Akad Naunk, Transl. By CSIRO, Melbourne, Australia; 1994.

[7] 冯夏庭, 赖户政宏. 化学环境侵蚀下的岩石破裂特性——第一部分: 试验研究[J] . 岩石力学与工程学报, 2000, 19(4): 403—407.

[8] 汤连生, 张鹏程, 王思敬. 水—岩化学作用之岩石断裂力学效应的试验研究[J] . 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6): 22—27.

[9] 汤连生, 王思敬. 水—岩化学作用对岩体变形破坏力学效应研究进展[J] . 地球科学进展, 1999, 14(5): 433—439.

[10] 汤连生, 王思敬. 岩石水化学损伤的机理及量化方法探讨[J] . 岩石力学与工程学报, 2002, 21(3): 314—319.

[11] SIH G C. A special theory of crack propagation//SIH G C. Mechanics of fracture, Volume 1: Methods of analysis and solutions of crack problems[M] . Leyden: Noordhoff International Publishing, 1973.

[12] 汤连生, 张鹏程, 王洋. 岩体复合型裂纹的扩展规律(I) [J] . 中山大学学报(自然科学版), 2002, 40(6): 83—85, 90.

Propagation of the Complex Cracks in Rocks
II . Under Water Pressure and Chemical Damage

TANG Lian-sheng¹, ZHANG Peng-chen², WANG Yang³

- (1. Department of Earth Sciences, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;
2. Guangzhou Urban Plan and Reconnaissance and Design Research Institute, Guangzhou 510060, China;
3. Guangzhou Construction Engineering Quality & Safety Supervision Station, Guangzhou 510030, China)

Abstract: The stress intensity factor and the propagation orientation of the complex cracks in rocks under different external stress are studies with the theory of maximum surrounding primary stress, and the effect of chemical damage and water pressure. Effects of water pressure on the complex cracks in rocks are different under different external stresses. The chemical damage can exert great influence on affect stress intensity factor and the orientation of crack propagation of complex cracks.

Key words: rocks; crack; propagation; water; stress intensity factor