

基坑开挖地下连续墙有限元分析*

彭林欣, 陈树辉

(中山大学应用力学与工程系, 广东 广州 510275)

摘 要: 提出一种新的地下连续墙有限元计算模型。该模型采用8节点等参单元, 考虑剪应力的影响, 把开挖侧土体的支撑用 Winkler 模型来模拟, 使最后建立的总刚度矩阵保持对称、正定的性质, 因而可以采用“半带状变带宽一维压缩存储”的方式来进行存放, 并且可以采用 Cholesky 分解法求解线性方程组, 从而极大地节省计算机内存, 提高计算效率。算例结果表明此模型既结合工程实际, 又不失精确性。

关键词: 基坑; 地下连续墙; 有限元法

中图分类号: O242 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2003) 02-0005-04

基坑的支护结构设计计算, 是近十多年来中国在地下开挖工程中逐步涉及的计算难题之一。国内外学者进行了许多研究, 取得了不少有益的成果。以往的支护计算方法主要有等值梁法^[1]、太沙基法^[1]、山肩邦男法^[1]、弹性梁法^[2]、弹塑性法^[3]等。随着计算机技术的发展, 有限元法被引入支护计算中。目前常用的有限元法是以弹性地基梁法为基础而建立的一维有限元法, 以及以 Biot 固结理论为基础的二维有限元法。上述方法将基坑支护体系的三维问题简化为一维问题和平面问题, 未能反映同一标高处不同支撑的轴力和位移变化的缺点。文[4]提出新的模型, 将挡土墙看成一块厚板, 采用8节点平板等参单元, 墙板的非开挖侧作用地面超载及土压力产生的分布荷载, 开挖侧受横撑和基坑底部被动区土体弹簧支撑作用, 形成土体弹簧刚度矩阵时考虑了土单元之间的相互作用。此模型理论性较强, 计算精度较高, 但计算效率相对较低。

本文在文[4]的基础上, 把开挖侧土体的支撑用文克勒(Winkler)模型^[5]来模拟, 使最后建立的总刚度矩阵保持对称、正定的性质, 因而可以采用“半带状变带宽一维压缩存储”的方式来进行存放, 并且可以采用不带平方根的乔列斯基(Cholesky)分解法^[6], 即 LDL^T 方法求解线性方程组, 从而极大地节省计算机内存, 提高计算效率。

1 地下连续墙有限元计算模型

1.1 模型建立

图1所示为地下连续墙的有限元计算模型示意

图。在它的非开挖侧(即图中连续墙 AB 的右侧)作用着土压力、水压力和由地面超载产生的侧压力等分布荷载; 在它的开挖侧受到土体和横撑的支撑作用, 本模型将这些支撑以弹簧代替。连续墙与另外两面挡土墙的竖向交界面视为铰支边, 顶部边视为自由边界, 底部根据土体实际情况可视为自由边界(墙底端入土)或铰支边(墙底端入岩)。本文与文[4]一样考虑了剪应力 τ_x , τ_y 引起的剪切变形, 因而, 变形前垂直于中面的法线变形后不一定仍然垂直于中面。这样, 分别表示中面法线变形后绕 x 轴和 y 轴的转角 θ_x 和 θ_y , 在数值上不再等于斜率 $(\partial w / \partial y)$ 和 $(-\partial w / \partial x)$ 。经典薄板理论中所采用的假定这里仍然采用。为了提高精度, 同时也为了适应复杂的不规则边界, 本文采用8节点等参单元^[1], 单元中每一个节点有3个自由度: 挠度 w , 转角 θ_x , θ_y 。

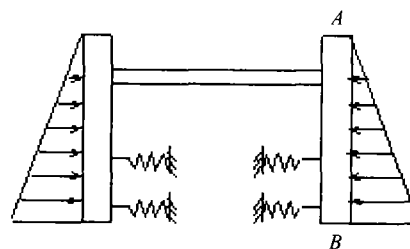


图1 地下连续墙受力模型

Fig.1 The model of diaphragm

1.2 开挖侧土体模型

开挖侧土体的支撑作用, 用文克勒(Winkler)

* 收稿日期: 2002-09-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10272117); 广东省自然科学基金资助项目(011203)

作者简介: 彭林欣(1977年生), 男, 硕士; 通讯联系人: 陈树辉; E-mail: stcsh@zsu.edu.cn

型^[5]来模拟。本文把与每一个板单元相对应的土体分成 8 个部分,如图 2 中的虚线所示,每个部分加上其它板单元的土体划出的相应部分,成为一个土单元。不考虑土单元之间的相互作用,将每个土单元都看成一个独立的弹簧,它们只在板单元的节点上与板单元有接触(如图 2 所示)。

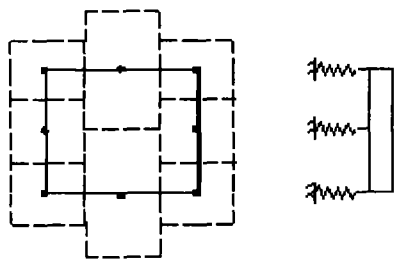


图 2 板单元上的土体弹簧

Fig.2 The soil springs on a plate element

这样,开挖侧的土压力就与土体的压缩量,也就是墙体的位移联系上了。根据布西奈斯克(Boussinesq)公式^[7]得土体弹簧刚度系数:

$$K = \frac{\pi E a}{F(1 - \mu^2)} \quad (1)$$

其中,

$$F = 2 \frac{a}{b} \left\{ -\ln\left(\frac{a}{b}\right) + \frac{b}{a} \ln\left[\frac{a}{b} + \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1}\right] + \ln\left[1 + \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1}\right] \right\},$$

a, b 为土单元的两边长, E 为土体的变形模量, μ 为土的泊桑比。

由文克勒模型的刚度矩阵^[5]及上述结论可得开挖侧土体刚度矩阵为:

$$\mathbf{K}_S = \text{diag}[\mathbf{K}_{11}^S, \mathbf{K}_{22}^S, \dots, \mathbf{K}_{mm}^S] \quad (2)$$

式中, n 为土单元总数,也即位于基坑开挖线及开挖线以下的地下连续墙节点数,

$$\mathbf{K}_i^S = \frac{\pi E_i a_i}{F_i^S(1 - \mu_i^2)} \quad (3)$$

$$F_i^S = 2 \frac{a_i}{b_i} \left\{ -\ln\left(\frac{a_i}{b_i}\right) + \frac{b_i}{a_i} \ln\left[\frac{a_i}{b_i} + \sqrt{\left(\frac{a_i}{b_i}\right)^2 + 1}\right] + \ln\left[1 + \sqrt{\left(\frac{a_i}{b_i}\right)^2 + 1}\right] \right\} \quad (4)$$

1.3 支撑刚度矩阵

与开挖侧土体的情况类似,横撑的轴力与自身的变形是相联系的,而且横撑间没有相互联系,因此同样可将横撑看成弹簧,得到刚度矩阵为:

$$\mathbf{K}_R = \text{diag}[\mathbf{K}_{11}^R, \mathbf{K}_{22}^R, \dots, \mathbf{K}_{mm}^R] \quad (5)$$

式中, m 为横撑的数目。

$$\mathbf{K}_{ii}^R = \frac{E_i A_i}{L_i} \quad (i = 1 \sim m) \quad (6)$$

其中, E_i 为第 i 个横撑的弹性模量, A_i 为它的截面积, L_i 为它长度的一半。

1.4 总体平衡方程

设基坑刚开挖完毕墙体还未发生位移时,墙体在开挖侧受静止土压力 P_0' ,在非开挖侧受静止土压力 P_0 、水压力 P_w 、地面超载产生的侧压力 P_Q ,如图 3 所示。

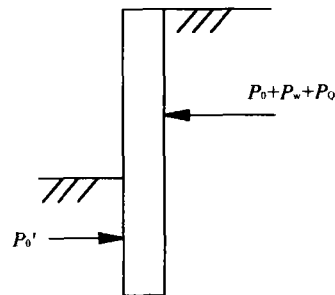


图 3 连续墙受力图

Fig.3 The forces pressed on the diaphragm

由于存在 $P_0 + P_w + P_Q$ 与 P_0' 的差 ΔP ,墙体发生位移及变形。最后可得连续墙的总体平衡方程为:

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{Q} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{K} = \mathbf{K}_S + \mathbf{K}_R + \mathbf{K}_P$, $\mathbf{K}_S$ 为开挖侧土体刚度矩阵, $\mathbf{K}_R$ 为支撑刚度矩阵, $\mathbf{K}_P$ 为地下连续墙板的刚度矩阵, $\mathbf{U}$ 为墙体的位移向量, $\mathbf{Q}$ 为等效节点力列阵,

$$\mathbf{Q} = [F_{w1}, 0, 0, F_{w2}, 0, 0, \dots, F_{wm}, 0, 0]^T \quad (8)$$

$$F_{wi} = \iint_A N_i (P_0 + P_w + P_Q - P_0') dx dy \quad (9)$$

m 为连续墙节点个数。

1.5 内力的计算

求出节点位移后可进而求内力:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz = \sum_{i=1}^8 (-D_2 N_{i,y} \theta_{xi} + D_1 N_{i,x} \theta_{yi}) \quad (10)$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz = \sum_{i=1}^8 (-D_1 N_{i,x} \theta_{xi} + D_2 N_{i,y} \theta_{yi}) \quad (11)$$

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz = D_3 \sum_{i=1}^8 (N_{i,x} \theta_{xi} + N_{i,y} \theta_{yi}) \quad (12)$$

$$Q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} dz = D_4 \sum_{i=1}^8 (N_{i,y} w_i + N_{i,x} \theta_{xi}) \quad (13)$$

$$Q_z = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_x dz =$$

$$D_4 \sum_{i=1}^8 (N_{i,x} w_i + N_{i,y} \theta_{yi}) \quad (14)$$

上述5式中, $D_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$, $D_2 = \frac{\mu Eh^3}{12(1-\mu^2)}$,

$$D_3 = \frac{Eh^3}{24(1+\mu)}, D_4 = \frac{Eh}{2(1+\mu)}.$$

2 算例

某地下连续墙深6 m, 宽10 m, 厚0.8 m, 泊松比0.166 7, 重度19.6 kN/m³, 混凝土弹性模量3.0×10⁶ kPa, 基坑深5 m, 有2层土层, 参数如表1所示。有2层支撑, 每层3根, 第一列支撑位于3 m高处, 参数如表2所示。有限元网格划分为宽12格, 高6格, 单元总数为72, 节点总数为253。

表1 土层参数

Tab.1 Parameters of every level soil

土层	厚度 m	黏聚力 kPa	内摩擦角 (°)	重度 (kN·m ⁻³)
1	2.0	10.0	10.0	17.0
2	4.0	9.0	12.0	17.0
土层	泊松比	变形模量 kPa	比例系数 (MN·m ⁻⁴)	静止土 压力系数
1	0.2	11 600	2 000	0.65
2	0.2	11 600	2 000	0.70

表2 支撑参数

Tab.2 Parameters of supporting bars

支撑层号	纵向间距 m	横向间距 m	弹性模量 (MN·m ⁻²)	面积 m ²	长度 m
1	1.5	3.0	30 000	0.02	10.0
2	1.5	3.0	30 000	0.02	10.0

计算结果如图4-6所示。其中图4为基坑开挖至1.5 m时, 沿连续墙横向5 m处截面的弯矩图, 图5为该截面的剪力图, 图6为该截面的挠度图。用本文模型算出的曲线为实线, 文[4]的为虚线。文[4]的模型是这样的: 将连续墙看成一块厚板, 采用8节点平板等参单元, 墙板的非开挖侧作用地面超载及土压力产生的分布荷载, 开挖侧受横撑和基坑底部被动区土体弹簧支撑作用, 形成土体弹簧刚度矩阵时考虑了土单元之间的相互作用。

由图示结果可见, 本文的模型得出的弯矩曲线、剪力曲线和挠度曲线, 在我们最关心的开挖线以上部分, 与由文[4]的模型得到的曲线吻合得很好。在开挖线以下部分, 这些曲线虽有差别, 但因为未开挖部分, 这种差别并不重要。当地基抗剪

强度较低以及压缩层较薄时, 选用文克勒地基模型比较适宜。

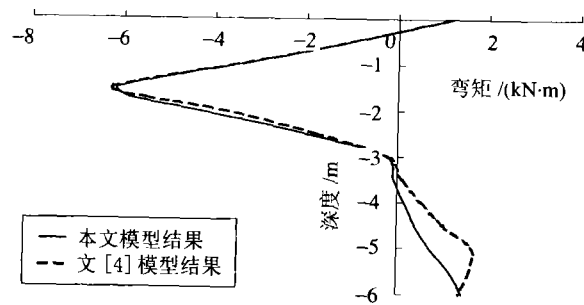


图4 弯矩图

Fig.4 Bending moment of diaphragm

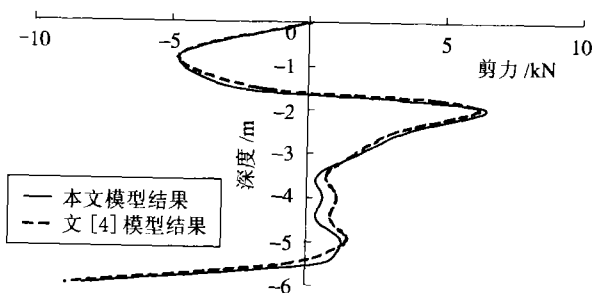


图5 剪力图

Fig.5 Shear force of diaphragm

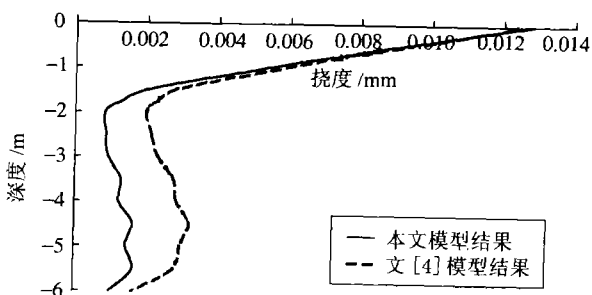


图6 挠度图

Fig.6 Deflection of diaphragm

对于253个节点的算例, 本文模型的计算时间为5 s, 文[4]模型为72 s。当节点数增加到997时, 本文模型的计算时间为3 min 30 s, 文[4]模型为1 h 40 min 11 s。与文[4]的模型相比, 本文模型提高计算效率, 减少计算时间, 这在节点数较多时尤为明显。本文模型之所以计算速度快, 是因为该模型在计算开挖侧土刚度矩阵 K_s 时, 采用了非常简单的文克勒模型, 最终求出的刚度矩阵 $K_s + K_R + K_P$ 具有对称正定性, 这样, 可以采用“半带状变带宽

一维压缩存贮”的方式来进行存放,并且可以采用不带平方根的乔列斯基(Cholesky)分解法^[6],即 LDL^T 方法求解线性方程组,从而极大地节省计算机内存,提高计算效率。

3 结 论

本文提出的地下连续墙的有限元模型,采用 8 节点平板等参数单元,把开挖侧土体的支撑用文克勒(Winkler)模型来模拟,使最终求出的刚度矩阵具有对称正定性,从而可以使用求解速度较快的 LDL^T 法解线性方程组,减少计算时间,提高计算效率,是一个值得推广的简便的方法。该法适合于需要考虑剪应力 τ_{xz} , τ_{xy} 引起剪切变形影响的、地基抗剪强度较低以及压缩层较薄的地下连续墙,特别适合于超过薄板范围(例如,厚度 t 和宽度 b 满足 $b/8 < t < b/5$) 的地下连续墙。

参考文献:

- [1] 黄强. 深基坑支护结构实用内力计算手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995.
- [2] 杨林德, 仇圣华, 杨志锡. 基坑围护位移量及其稳定性预测[J]. 岩土力学, 2001, 22(3): 267 - 270.
- [3] 胡孔国, 吴京, 宋启根. 深基坑开挖和支护全过程分析的弹塑性有限元法[J]. 建筑结构, 1999(3): 34 - 36.
- [4] 唐孟雄. 基坑开挖挡土墙的有限元模型[J]. 同济大学学报, 1998, 26(5): 516 - 520.
- [5] 董建国, 赵锡宏. 高层建筑地基基础——共同作用理论与实践[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.
- [6] 沈剑华. 计算数学基础[M]. 上海: 同济大学出版社, 1989.
- [7] DAS B M. Advanced soil mechanics[M]. New York: McGraw - Hill Book Company, 1983.

Finite Element Analysis of Diaphragm Walls in Foundation Pit

PENG Lin-xun, CHEN Shu-hui

(Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: A new finite element computational model of diaphragm walls in foundation pit is presented. In this new model, the eight-node isoparametric element is employed for the diaphragm wall; the Winkler model is adopted for the support of soil on the dug side of the pit. The final global stiffness matrix keeps the character of symmetry and positive definiteness, such that it can be deposited as the manner of one dimension and the final equation can be solved by the Choleky method. Compared with a known model in computing some engineering examples, the present model is shown to be not only practical but also accurate.

Key words: foundation pit; diaphragm walls; finite element method