

基于预报观测器的状态反馈调节系统 CAD^{*}

吕志民, 吕 劲, 刘 洋

(中山大学电子与通信工程系, 广东 广州510275)

摘 要: 针对使用预报观测器组成的状态反馈调节系统, 设计过程需对 $2n$ 阶系统进行方程求解及带符号变量的矩阵运算, 过程非常繁杂, 提出借助 MATLAB 控制系统工具箱和符号数学工具箱中有关函数, 构成 CAD 的 M 文件, 自动完成设计过程。计算结果与仿真数据比较, 两者基本一致, 证明此方法的正确性和实用性。

关键词: 预报观测器; 状态反馈; 调节系统

中图分类号: TP217.82 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2002) 03-0027-03

根据分离原理, 使用预报观测器组成状态反馈调节系统, 可分别对状态反馈调节部分和预报观测器部分进行独立设计, 前者主要考虑闭环系统动态性能指标, 把极点配置在期望的位置上, 后者则要求观测器的动态响应速率比闭环系统快 $2 \sim 5$ 倍^[1]。设计过程依赖经验参数, 需对 $2n$ 阶系统进行高阶方程求解及带符号变量的矩阵运算, 一般要试验多次才得到较理想的结果, 计算工作量大, 运算过程繁杂。

本文介绍利用 MATLAB 控制系统工具箱 (control system toolbox) 中 place 和 acker 函数, 编程求解出调节器的状态反馈矩阵, 利用符号数学工具箱 (symbolic math toolbox) 中符号对象函数, 进行带符号变量的矩阵运算及方程求解^[2], 直接得出闭环系统控制器的脉冲传递函数、状态变量和输出响应, 求解过程由计算机自动完成, 并能显示各变量计算结果。文章还使用 MATLAB 中 Simulink 仿真工具箱, 对伺服电机位置控制调节系统进行数字仿真^[3], 结果和理论计算值比较, 两者十分接近, 表明本方法的正确性与实用性。

1 使用观测器的状态反馈极点配置综述

设带零阶保持的 n 阶被控对象离散状态空间表达式为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (1)$$

式中 A 、 B 、 C 均为常数矩阵。

若系统采样周期 T_s 已知, $u(k)$ 幅度无界且为标量, 系统状态完全可控和完全可测。

n 阶预报观测器状态空间表达式为

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = (A - KC)\hat{x}(k) + Bu(k) + Ky(k) \\ u(k) = -L\hat{x}(k) \\ e(k+1) = (A - KC)[\hat{x}(k) - x(k)] \end{cases} \quad (2)$$

式中 K 为观测器反馈增益矩阵, L 为状态反馈增益矩阵, $e(k)$ 为重构误差。由式 (1) 与式 (2) 可得闭环系统特征方程。

$$\left| zI - \begin{bmatrix} A - BL & BL \\ 0 & A - KC \end{bmatrix} \right| = 0$$

据分离定理, 闭环系统设计可分两部分独立进行。其中状态反馈控制部分, 由闭环系统动态性能指标所期望的极点 p_i ($i=0, 1, 2, \dots, n$) 及下式确定。

$$\left| zI - A + BL \right| = (z - p_1)(z - p_2) \cdots (z - p_n) \quad (3)$$

求解式 (3) 或用 Ackermann 公式进行矩阵运算可得状态反馈增益矩阵 L

$$L = [l_1, l_2, \dots, l_n]$$

观测器部分要求其动态响应速率比整个闭环系统快 $2 \sim 5$ 倍, 由此可得出另一组期望极点 p'_i ($i=0, 1, 2, \dots, n$), 且有

$$\left| zI - A + KC \right| = (z - p'_1)(z - p'_2) \cdots (z - p'_n) \quad (4)$$

求解式 (4) 可得状态反馈增益矩阵 K

$$K = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T$$

式 (2) 取 Z 变换, 整理出闭环控制器、广义被控对象脉冲传递函数和系统特征方程为

$$D(z) = L(zI - A + BL + KC)^{-1}K \quad (5)$$

$$G_d(z) = C(zI - A)^{-1}B \quad (6)$$

* 收稿日期: 2002-01-05

作者简介: 吕志民 (1946-), 男, 副教授; E-mail: isde17@zsu.edu.cn

$$\begin{aligned} 1 + D(z) G_d(z) = \\ 1 + [L(zI - A + BL + KG)^{-1}K] \cdot \\ [C(zI - A)^{-1}B] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

至此，闭环控制系统完全确定。

若已知闭环系统初始状态 $x(0)$ 和观测器的初始状态 $\hat{x}(0)$ ，根据调节器定义，可从式 (1) 和式 (2) 的 z 变换中，求出 $x(k)$ ， $u(k)$ ， $y(k)$ ， $\hat{x}(k)$ 在各节拍下的采样值。

2 带预报观测器状态反馈调节系统的 CAD

一个伺服电机位置控制调节系统被控对象传递函数如图 1，闭环控制系统所具有的动态特性类似连续系统 $\zeta=0.461\ 3$ ， $\omega_n=1.226\ 1$ ，观测器动态响应速率为闭环系统的 4 倍，离散系统采样周期 $T_s=1\text{ s}$ ，设计带预报观测器的状态反馈调节系统，求出闭环系统状态变量 $x(k)$ 。

$$u(k) \rightarrow \frac{1 - e^{-T_s s}}{s} \cdot \frac{u(t)}{s} \rightarrow \frac{1.2730}{s(s+0.9706)} \rightarrow y(t)$$

图 1 被控对象传递函数

Fig. 1 The transfer function of controlled object

步骤 1 连续对象模型离散化
据图 1 得系统连续状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) + Ju(t) \end{cases} \quad (8)$$

式中

$$\begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} -0.970\ 6 & 0 \\ 1.273\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ H &= [0\ 1], \quad J = [0] \end{aligned}$$

使用控制系统工具箱模型转换命令，求得式 (1) 离散状态空间方程和输出方程各矩阵。

$$\begin{aligned} [A, B, C, D] = \\ c2dm(F, G, H, J, T_s, 'ZOH') \end{aligned} \quad (9)$$

式中， $A = \begin{bmatrix} 0.368\ 9 & 0 \\ 0.814\ 7 & 1.000\ 0 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 0.640\ 0 \\ 0.472\ 2 \end{bmatrix}$ ， $C = [0\ 1]$ ， $D = [0]$

步骤 2 求期望配置的极点
状态反馈控制部分所需配置的极点为

$$\begin{aligned} p = [\exp(-\zeta\omega_n T_s + i\omega_n T_s \sqrt{1-\zeta^2}), \\ \exp(\zeta\omega_n T_s - i\omega_n T_s \sqrt{1-\zeta^2})] \end{aligned} \quad (10)$$

设预报观测器动态响应速率比整个闭环系统快 4 倍，选择的极点为

$$p_0 = [\exp(-4\zeta\omega_n T_s), \exp(-4\zeta\omega_n T_s)] \quad (11)$$

解得

$$\begin{cases} p = [0.263\ 8 + 0.503\ 1i, 0.263\ 8 - 0.503\ 1i] \\ p_0 = [0.104\ 1, 0.104\ 1] \end{cases}$$

步骤 3 求状态反馈增益矩阵和观测器增益矩阵。使用 place 函数，求出状态反馈增益矩阵 L

$$L = \text{place}(A, B, P) \quad (12)$$

式中 $L = [0.610\ 1, 0.976\ 0]$

使用 acker 函数和利用对偶原理，求出预报观测器增益矩阵 K

$$K = [\text{acker}(A', C', P_0)]' \quad (13)$$

式中 $K = [0.092\ 7, 1.170\ 7]^T$

步骤 4 使用符号对象函数 sym 定义 z 为符号变量，计算式 (5)、式 (6) 和式 (7) 变量为

$$\begin{aligned} D(z) &= \frac{1.199\ 0z - 0.415\ 7}{z^2 + 0.643\ 1z + 0.385\ 0} \\ G_d(z) &= \frac{0.472\ 2z + 0.342\ 5}{z^2 - 1.379\ 0z + 0.378\ 9} \\ 1 + D(z) G_d(z) &= \end{aligned}$$

$$\frac{z^4 - 0.735\ 8z^3 + 0.443\ 3z^2 - 0.072\ 9z + 0.003\ 5}{z^4 - 0.735\ 8z^3 - 0.122\ 9z^2 - 0.287\ 2z + 0.145\ 8} = 0$$

步骤 5 使用符号对象函数 ztrans，从式 (1) 与式 (2) 的 z 变换整理得

$$\begin{cases} X(z) = (zI - A)^{-1} [zx(0) - BLX(z)] \\ X(z) = (zI - A + KC + BL)^{-1} \cdot \\ \quad [zx(0) + KCX(z)] \end{cases} \quad (14)$$

设 $x(0) = [1, 1]^T$ ， $\hat{x}(0) = [0, 0]^T$ ，使用 solve 和 subs 函数求出闭环系统 $X_1(z)$ ， $X_2(z)$ 的表达式为

$$\begin{aligned} X_1(z) &= (z^7 - 0.092\ 4z^6 - 0.412\ 3z^5 - \\ &\quad 0.633\ 1z^4 - 0.096\ 1z^3 + 0.022\ 3z^2 + 0.046\ 0z) / \\ &\quad (z^7 - 0.471\ 3z^6 + 0.390\ 1z^5 - 0.205\ 6z^4 + \\ &\quad 0.154\ 2z^3 - 0.074\ 0z^2 + 0.011\ 1z - 0.000\ 5) \\ X_2(z) &= (z^4 + 1.079\ 0z^3 + 0.665\ 0z^2 + \\ &\quad 0.167\ 8z) / (z^4 - 0.735\ 6z^3 + 0.443\ 2z^2 - \\ &\quad 0.072\ 9z + 0.003\ 5) \end{aligned}$$

步骤 6 使用 deconv 函数分别求出 $X_1(z)$ 与 $X_2(z)$ 前 7 个采样周期的样值，如表 1 所示。

表 1 理论计算 $x_1(k)$ 与 $x_2(k)$ 采样值
Tab. 1 The sampled data of $x_1(k)$ and $x_2(k)$ to theoretical calculation

采样节拍	0	1	2	3
$x_1(k)$	1.000 0	0.378 9	-0.623 8	-0.869 3
$x_2(k)$	1.000 0	1.814 7	1.556 7	0.581 7
采样节拍	4	5	6	
$x_1(k)$	-0.338 8	0.089 0	0.154 5	
$x_2(k)$	-0.133 1	-0.248 4	-0.086 7	

3 调节系统的数字仿真

根据式(1)和式(2), 伺服电机位置控制调节系统的结构如图 2 所示。

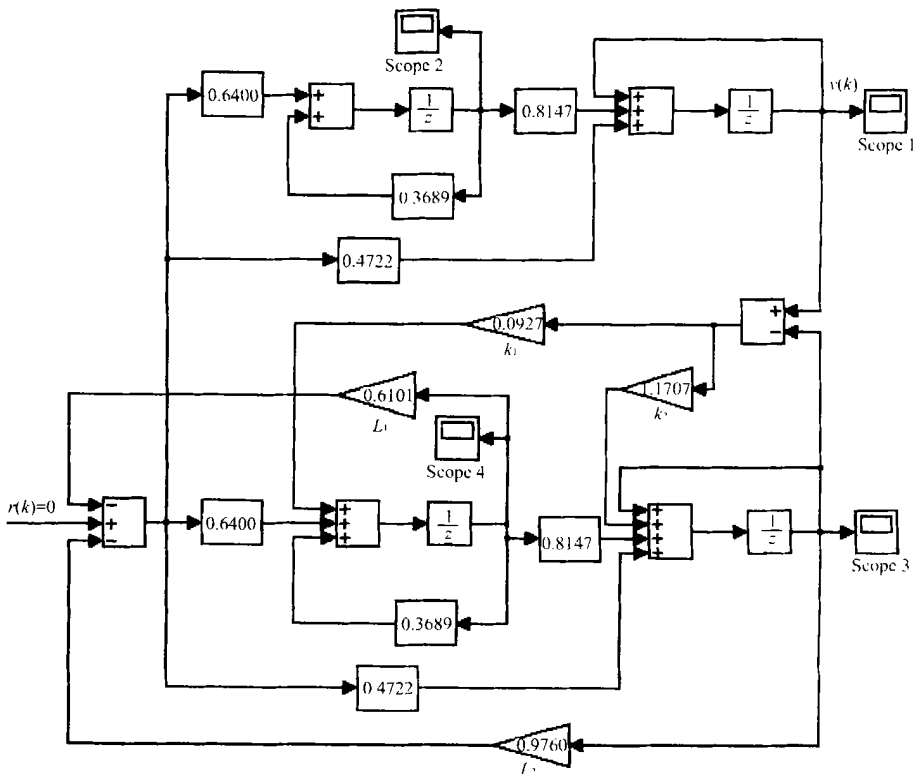


图 2 调节系统结构图
Fig. 2 The structure diagram of regulation system

使用 Simulink 仿真工具箱, 在输入信号 $r(k) = 0$, $x(0) = [1, 1]^T$ 和 $\dot{x}(0) = [0, 0]^T$ 情况下, 通过仿真可得状态变量 $x(k)$ 前 7 个节拍的采样值, 如表 2 所示。 $x(k)$ 输出特性曲线如图 3 所示。

表 2 仿真所得 $x_1(k)$ 与 $x_2(k)$ 采样值
Tah 2 The sampled data of $x_1(k)$ and $x_2(k)$ to simulation

采样节拍	0	1	2	3
$x_1(k)$	1.000 0	0.368 9	-0.631 4	-0.865 6
$x_2(k)$	1.000 0	1.814 7	1.549 0	0.567 8
采样节拍	4	5	6	
$x_1(k)$	-0.324 9	0.096 5	0.152 0	
$x_2(k)$	-0.141 5	-0.246 6	-0.082 1	

4 结束语

基于预报观测器状态反馈调节系统 CAD 设计方法, 把复杂的带变量矩阵运算和高次方程求解, 由计算机自动完成, 输出的结果和仿真数据基本一致。研究结果表明, 尽管预报观测器和闭环系统初始状态不同, 但经 5 个采样节拍后, 预报的状态变量 $\hat{x}(k)$ 已经趋向于系统变量 $x(k)$, 重构误差迅速收

敛, 可见本文的设计方法是正确的。

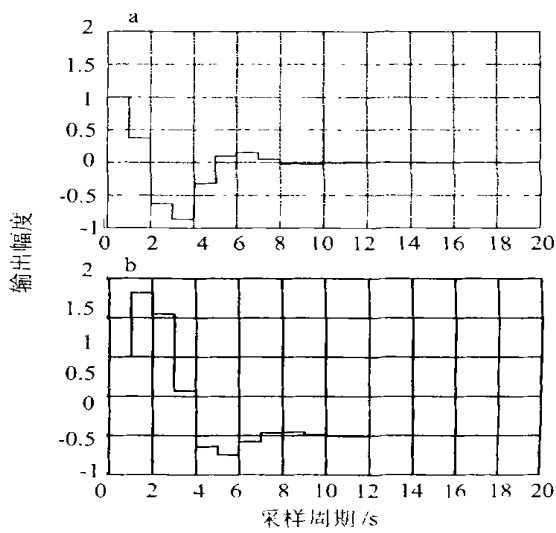


图 3 状态变量 $x(k)$ 特性曲线
Fig. 3 The characteristic curves of state variables $x(k)$
(a) $x_1(k)$ 输出响应; (b) $x_2(k)$ 输出响应

(转下第 33 页)

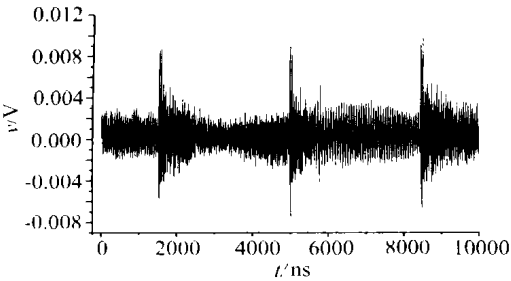


图 5 被调制的激光输出
Fig 5 Modulated laser signal output

参考文献:

[1] 时顺森, 屈乾华, 杜又文. FTIR-Q 开关 Nd: YAG 激光器巨脉冲特性的研究(II)[J]. 兵器激光, 1982(7): 22—26.

[2] 屈乾华, 时顺森. FTIR-Q 开关 Nd: YAG 激光器巨脉冲特性的研究(I) [J]. 兵器激光, 1982(2): 21—30.
[3] 程向明, 黄丽清, 王详林. 受抑全内反射 Q 开关性能研究 [J]. 激光杂志, 1997, 18(5): 32—34.
[4] COURT IN, WILLISEN F K V. Frustrated total internal reflection and application of its principle to laser cavity design [J]. Appl Opt, 1964, 3(6): 719—726.
[5] HILL K O, CAMPBELL C K. Studies of a porro prism Q-switched Nd³⁺: Glass giant pulse laser oscillator [J]. Canadian Journal of Physics, 1973, 51(1): 20—24.
[6] CHESLER R B, KARR M B, GEUSIC J E. An experimental and theoretical study of high repetition rate Q-switched Nd: YAG lasers [J]. Proceedings of The IEEE, 1970, 58(12): 1899—1913.

Study of Application of FTIR to
Continuously Pumped Nd: YAG Laser Q Switching

WANG Zhi xin, HUANG Qi wen, CHEN Wen xuan, ZHOU Da jun

(Institute of Laser and Spectroscopy, Sun Yat sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The mechanism of Q switching technology of FTIR and acoustooptic modulation are compared and the possibility of application of FTIR to continuously pumped Nd: YAG laser Q switching and the requirements of the key technical parameters was discussed.
Key words: FTIR; Q switching; CW Nd: YAG laser

(上接第 29 页)

参考文献:

[1] OGATA K. Modern control engineering [M]. Third ed. Prince Hall Inc, 1998.
[2] HANSELMAN D, LITTLEFIELD B. Mastering MAT-

LAB: a comprehensive tutorial and reference [M]. Prentice Hall Inc, 1996.
[3] RIMVALL C M. Computer-aided control system design [J]. IEEE Control Systems Magazine (Special issue on CACSD), 1993, 13: 14—16.

The CAD of State Feedback Regulation System Based on Prediction Observer

L ÜZhi min, L ÜJin, LIU Yang

(Department of Electronics and Communication Engineering,
Sun Yat sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: A CAD method of state feedback regulation system based on prediction observer is presented by using the relational functions in MATLAB control system toolbox and symbolic math toolbox. The theoretical calculation values are the same in comparison with the simulation data, and the result shows that it is a correct and practical method.
Key words: prediction observer; state feedback; regulation system