

体外反搏对血管壁剪切应力影响的数值模拟*

包芸¹, 杜健航¹, 靳亚非²

(1. 中山大学应用力学与工程系, 广东 广州 510275;
2. 中山大学辅助循环卫生部重点实验室, 广东 广州 510089)

摘要: 采用刚性直管流动的数值计算方法, 对实施体外反搏前后的小猪颈动脉血管流动状况及管壁剪切应力进行了数值模拟。计算结果表明, 体外反搏可以明显有效地改变血管壁剪切应力。

关键词: 血流动力学; 数值模拟; 体外反搏

中图分类号: R318.01 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579(2002)05-0019-03

体外反搏 (EECP) 是一种针对动脉粥样硬化等心脑血管疾病开发的无创的体外辅助循环装置, 其主要工作原理是: 通过对人体的下半身进行无创序贯加压, 将血流驱至上半身, 使机体的整个循环系统形成搏动性的高灌注压力, 增加心脏及其他重要脏器的舒张期血液灌注^[1]。体外反搏通过物理手段改善了全身各种器官的血液供应, 改变了人体内血流动力学环境, 这样就必然会引起血管壁剪切应力的变化^[2], 但其改变动脉壁剪切应力对内皮细胞功能的影响正在做进一步的研究。

剪切应力的测量需要在很小的范围里精确掌握速度的分布情况, 对测量对象的要求非常苛刻, 很难得到理想结果^[3]。因此利用流动动力学理论来定量求得血管壁剪应力分布在目前来说是一条实际而可行的途径, 而且有利于对血管壁剪应力做进一步研究分析。

本文的工作就是基于以上的背景进行的。根据血管流动的特性建立了力学模型, 推导并建立了控制方程, 利用有限差分法对血管剪切应力进行数值求解。本文中所用到的流动参数和血流量数据是从中山大学辅助循环卫生部重点实验室小猪在体实验中得到的。

1 力学模型的建立

本文建立 1 个常截面刚性直导管的血管力学模型, 如图 1 所示。

采用圆柱坐标系, 设坐标原点 O 位于血管平均截面的圆心处, 该截面半径为 R , x 轴沿管轴向, r 轴沿管径向。



图 1 血管柱坐标示意图

Fig. 1 Blood vessel sketch map in cylindrical coordinate

2 控制方程及初边条件

本文采用刚性圆直管脉动流的逆 Womersley 算法来对问题进行求解^[4,5]。假定血液为黏性不可压缩牛顿流体, 血液在血管里按轴对称层流方式流动。

在上述假设下血液流动满足黏性流体力学中的 Navier Stokes 方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} = 0 \\ \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} = \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} \right) \\ \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} = \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} - \frac{u_r}{r^2} \right) \end{cases} \quad (1)$$

式中 u_x , u_r 分别为动脉中血液流动的轴向和径向速度; p 为血液的压力; ρ 为血液的密度; ν 为血液的运动黏性系数 ($\nu = \mu / \rho$, μ 为动力黏性系数)。

再假设:

$$u_x = u_x(r, t), u_r = 0, p = p(x, t)$$

则式(1)可以简化为以下的形式:

* 收稿日期: 2002-01-11

作者简介: 包芸 (1960年生), 女, 博士, 副教授; E-mail: stsbj@zsu.edu.cn

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) \quad (2)$$

引入无量纲变量:

$$\begin{aligned} u^* &= \frac{u_x}{\omega R}, r^* = \frac{r}{R}, t^* = t\omega, \\ p^* &= \frac{p}{\mu\omega}, x^* = \frac{x}{R} \end{aligned} \quad (3)$$

将式 (2) 化为无量纲形式:

$$\alpha^2 \frac{\partial u^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left[r^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right] \quad (4)$$

其中, $\alpha = R \sqrt{(\omega/\mu)\rho}$ 称为 Womersley 参数, ω 为脉动流的基波角频率。

方程(4) 两端同乘 $2r^*$, 沿圆管径向积分, 可得流量微分、压力梯度和壁切应力三者之间的关系式

$$\alpha^2 \frac{dQ^*}{dt^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + 2\tau_w^* \quad (5)$$

这里, τ_w^* 是圆管内壁无量纲剪切应力, Q^* 是无量纲流量, 分别定义如下:

$$\tau_w^* = \frac{\tau_w}{\mu\omega} = \left. \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} \quad (6)$$

$$Q^* = \frac{Q}{\pi R^3 \omega} = 2 \int_0^1 u^*(r^*, t^*) r^* dr^* \quad (7)$$

利用方程 (6), 消除 (4) 式与 (5) 式的压力梯度项, 可得含局部瞬时流速与流量的微分方程:

$$\begin{aligned} \alpha^2 \frac{\partial u^*}{\partial t^*} &= \alpha^2 \frac{dQ^*}{dt^*} - 2 \left. \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} + \\ &\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left[r^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

为求解此微分方程, 给出以下 2 个边界条件:

- ① 轴对称条件: $\left. \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=0} = 0$
- ② 管壁无滑移条件: $u^*(1, t^*) = 0$

同时提出以下的初始条件:

$$2\pi \int_0^1 u^*(r^*, 0) r^* dr^* = Q^*(0)$$

3 有限差分求解

首先对定解区域进行离散, 取等间隔的时间和空间步距。时间步长, 空间步长及径向空间位置分别为:

$$\Delta h = \frac{1}{N-1}, \Delta t = \frac{T}{n}, r_i = (i-1)\Delta h$$

其中, N 代表沿管截面的径向空间点数, T 代表心动周期(无量纲化为 1), n 为一心动周期的时间点数。

采用隐式差分格式, 把方程(8) 改写为差分方程:

$$\begin{aligned} \alpha^2 \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta t} &= \alpha^2 \frac{Q^{j+1} - Q^j}{\Delta t} - \\ &2 \frac{3u_N^{j+1} - 4u_{N-1}^{j+1} + u_{N-2}^{j+1} + u_{i+1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{2h} + \\ &\frac{1}{r_i} \frac{u_{i+1}^{j+1} - u_{i-1}^{j+1}}{2h} \end{aligned} \quad (9)$$

式中 u, Q 的上标表示时间层数, 下标表示空间层数。

将式 (9) 整理得:

$$\begin{aligned} A_i u_i^{j+1} + B_i u_{i+1}^{j+1} + C_i u_{i-1}^{j+1} + \\ E_i u_{N-2}^{j+1} + F_i u_{N-1}^{j+1} + G_i u_N^{j+1} = D_i \end{aligned} \quad (10)$$

其中各项系数为:

$$\begin{aligned} A_i &= \Delta t(h - 2r_i); B_i = 2r_i(h^2\alpha^2 + 2\Delta t); \\ C_i &= -\Delta t(h + 2r_i); E_i = 2(\Delta t)hr_i; \\ F_i &= -8(\Delta t)hr_i; G_i = 6(\Delta t)hr_i; \\ D_i &= 2h^2\alpha^2 r_i(Q^{j+1} - Q^j + u_i^j). \end{aligned}$$

代入边界条件并将方程 (10) 改写成以下的矩阵形式:

$$[K] \{u\} = \{D\} \quad (11)$$

由于系数矩阵 $[K]$ 的形式接近于三对角阵, 所以本文推导了一种类似于“追赶法”的方法来求解方程组(11)。在计算中, 用每个周期($j+1 = NT$) 未求得的 u_i^j 作为下一代周期的起始速度分布。重复进行该过程, 直至得到满足精度需要的解为止。最后再由方程(5)、(6) 计算血管壁剪切应力。

4 计算结果及分析

4.1 反搏前后的实测数据曲线

图 2 和 3 分别是实验测得的未反搏和反搏压为 0.04 MPa 下的数据曲线, 包括心电图曲线, 流量曲线和血压曲线。反搏前后的平均心动周期分别为 0.77 s 和 0.73 s。

4.2 剪应力计算结果

实测计算参数: 实验小猪颈动脉内直径为 3 mm; 血液黏性系数为 5.50 g/(m·s); 血液密度为

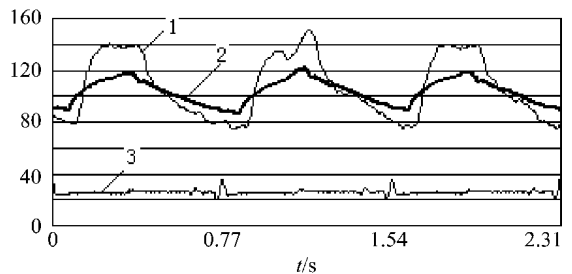


图 2 反搏前的实测数据图

Fig. 2 Metical data of pre-ECCP

1 血流量曲线 (mL/min); 2 血压曲线 (mmHg); 3 心电图

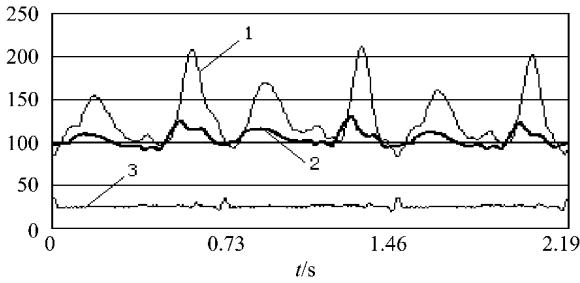


图 3 反搏中的实测数据图

Fig. 3 Metical data when in EECP

1 血流量曲线 (mL/min); 2 血压曲线 (mmHg); 3 心电

1 055 kg/m³; 图 4, 5 给出了反搏前后相应的管壁剪切应力的计算结果。

从图可见, 实施体外反搏后剪切应力的水平有明显的提高, 心动周期里剪切应力的最大值约是未反搏

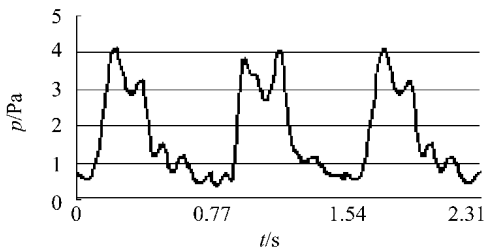


图 4 反搏前切应力计算图

Fig. 4 Shear stress curve of pre-EECP

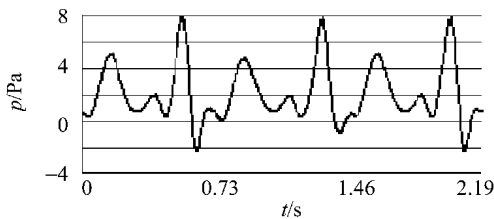


图 5 反搏中的切应力计算图

Fig. 5 Shear stress curve when in EECP

前最大值的两倍。另外可以看到在反搏中的心动周期里的一小部分区域里出现剪应力为负的现象。这说明在心动周期里虽然平均流量始终为正但部分时刻血管壁附近出现血液的回流现象。回流现象发生在血流量从急剧下降向回升过渡的地方, 反搏前没有这种现象。

4.3 一个心动周期里的结果比较

从表 1 的结果可以看到, 实施体外反搏后, 心动周期里的平均流量和平均剪应力都有明显的提高, 分别比反搏前提高了 18.7% 和 12.6%。而最大流量和最大剪应力则有大幅的增加, 分别比反搏前提到了 53.4% 和 105.3%。

表 1 计算结果统计表

Tab. 1 Statistic table of computational result

	平均流量 ¹⁾	最大流量 ¹⁾	平均剪应力 Pa	最大剪应力 Pa
未反搏	109.2	140.4	1.837	3.824
反搏中	129.6	215.4	2.068	7.852

1) 平均流量和最大流量的单位为 mL·min⁻¹

参考文献:

[1] 钱孝贤, 郑振声. 体外反搏的临床应用进展[J]. 新医学, 2000, 31(1): 48-54.
 [2] 王怀阳, 郑振声. 体外反搏对剪切应力脉动性影响的实验研究[J]. 山东生物医学工程, 2000, 19(1): 1-5.
 [3] WHITE K C. Hemodynamics and wall shear rate in the abdominal aorta of dogs (effects of vasoactive agents) [J]. Circ Res, 1994, 75(4): 637-649.
 [4] TSANGARIS S, STERGIOPULOS N. The inverse Womersley problem for pulsatile flow in straight rigid tubes [J]. J Biomechanics, 1988; 21(3): 263-266.
 [5] 刘琼. 血流动力学的调节及其与 c-sis 基因表达的数学模型与试验研究[D]. 重庆: 重庆大学, 1996.

Numerical Simulation of Influence for Shear Stress in Straight Rigid Blood Vessel by External Counterpulsation

BAO Yun¹, DU Jianhang¹, JIN Ya fei²

(1. Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China;

2. Key Laboratory on Assisted Circulation, Ministry of Health,

Sun Yat sen (Zhongshan) University, Guangzhou 510089, China)

Abstract: With the computation method of straight rigid blood vessel flow, the numerical simulation is carried out about the blood vessel flow state and the pipe wall shear stress for pig's arteria carotes before and after external counterpulsation is applied. The computation results show that the external counterpulsation can effectively change the blood vessel pipe-wall shear stress.

Key words: hemodynamics; numerical simulation; external counterpulsation