

噪声关联促使基因分离^{*}

郑 华¹, 艾保全², 叶须文³, 刘良钢²

(1. 湖北大学物理学系, 湖北 武汉 430062;

2. 中山大学物理学系, 广东 广州 510275;

3. 华中师范大学生命科学院, 湖北 武汉 430079)

摘 要: 研究关联白噪声对基因选择模型稳态性质的影响, 结果发现噪声关联能够破坏基因选择的平衡, 并且能够从基因群体中选择出某一特定的基因的单倍体。

关键词: 基因选择模型; 关联噪声; 福克—普兰克方程

中图分类号: Q274 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2003) 05-0022-03

最近, 噪声关联在物理、化学和生物等领域得到了广泛的应用^[1,2]。噪声关联能够改变系统的动力学性质, 诱导系统发生相变^[3], 在非线性系统中, 合理地引入噪声, 可以丰富系统的相变内容, 促进系统非平衡相变^[4]。本文在基因选择模型的基础上考虑外界环境变化(即噪声)对系统动力学性质的影响, 研究结果发现噪声关联能够破坏基因选择的平衡, 诱导系统发生相变, 使得我们从基因群体中选择出某一特定的基因单倍体成为可能。

1 基因选择模型

我们考虑某类单倍体群, 每个单倍体可能取 A 或 B 两种不同的基因, 取基因 A 和 B 的个体数分别为 N_A 和 N_B , 单倍体总数 $N = N_A + N_B$ 会因为单倍体的再生会随时间变化, 将 N_A , N_B 在每一代进行归一化为 x 和 $1-x$ ^[5]:

$$x = \frac{N_A}{N}, 1-x = \frac{N_B}{N}, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (1)$$

假设 Δt 是相邻两代的时间间隔, 基因 A , B 会在上、下代的遗传中发生变化。 $A \rightarrow B$ 和 $B \rightarrow A$ 的转化比例分别为 $m_A \Delta t$, $m_B \Delta t$, 则两代之间由变异引起 $x(t)$ 的变化:

$$x(t + \Delta t) - x(t) = -m_A \Delta t x(t) + m_B \Delta t [1 - x(t)] \quad (2)$$

另一方面, 考虑到每一种基因单倍体自身再生率:

$$N_A(t + \Delta t) = \omega_A N_A(t),$$

$$N_B(t + \Delta t) = \omega_B N_B(t) \quad (3)$$

其中, $\omega_A = 1 + S_t \Delta t$, $\omega_B = 1 - S_t \Delta t$, S_t 是选择因子。

这样自然选择导致两代 $x(t)$ 的变化:

$$x(t + \Delta t) - x(t) = \frac{S_t X(t) [1 - x(t)]}{1 - S_t + S_t x(t)} \quad (4)$$

同时考虑式 (2) 和式 (4) 并令 $\Delta t \rightarrow 0$, 我们可以得到 $x(t)$ 的微分方程:

$$\dot{x} = \beta - \gamma x + \mu x(1-x) \quad (5)$$

$\beta = m_B$, $\gamma = m_A + m_B$, $\mu = S_t \Delta t$ 。为了简化方程的参数我们假设 $m_A + m_B = 1$ 。由于外界环境变化的干扰, 使得参数 β 和 μ 出现涨落, 并分别表现为加性噪声和乘性噪声, 两噪声都是来源于外界环境的变化, 所以我们认为它们是关联噪声。于是我们可以得到如下的随机微分方程:

$$\dot{x} = \beta - x + \mu x(1-x) + x(1-x) \epsilon(t) + \Gamma(t) \quad (6)$$

$\epsilon(t)$, $\Gamma(t)$ 分是高斯白噪声, 并满足如下条件:

$$\langle \epsilon(t) \rangle = \langle \Gamma(t) \rangle = 0,$$

$$\langle \epsilon(t) \epsilon(t') \rangle = 2D \delta(t - t'),$$

$$\langle \Gamma(t) \Gamma(t') \rangle = 2\alpha \delta(t - t'),$$

$$\langle \epsilon(t) \Gamma(t') \rangle = 2\lambda \sqrt{D\alpha} \delta(t - t') \quad (7)$$

式中 D , α 分别是噪声 $\epsilon(t)$, $\Gamma(t)$ 的强度, λ 是两个噪声的关联强度, $0 \leq \lambda \leq 1$ 。

2 模型稳态性质的分析

为了研究系统稳态几率分布函数, 根据式 (6) 和式 (7) 我们可以导出相应的福克—普兰克方程^[6]:

* 收稿日期: 2003-01-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10275099, 10175096); 广东省自然科学基金资助项目 (001182, 021707)

作者简介: 郑华 (1976年生), 女, 在职硕士研究生, 通讯联系人: 刘良钢, E-mail: stdp05@zsu.edu.cn

$$\frac{\partial \mathcal{P}(x, t)}{\partial t} =$$

$$\frac{\partial A(x) P(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 B(x) P(x, t)}{\partial x^2} \tag{8}$$

$$A(x) = 2Dx^3 - (\mu + 3D)x^2 + (D + \mu - 1 - 2\lambda\sqrt{D\alpha})x + \beta + \lambda\sqrt{D\alpha} \tag{9}$$

$$B(x) = D[x(1-x)]^2 + 2\lambda\sqrt{D\alpha}x(1-x) + \alpha \tag{10}$$

福克—普兰克方程的稳定几率分布函数 (steady probability distribution function, SPDF) 我们可以从文献 [6] 得到:

$$P_{st}(x) = \frac{N_0}{B(x)} \exp\left[\int^x \frac{A(x')}{B(x')} dx'\right] \tag{11}$$

计算结果通过图 1—3 给出。

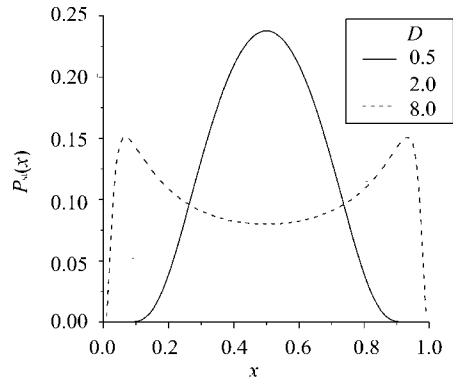


图 1 乘性噪声对概率分布函数的影响
Fig. 1 The effect of multiplication noise on SPDF
 $\mu=0, \alpha=0, \lambda=0, \beta=0.5$

图 1 给出了乘性噪声对 SPDF 的影响。当噪声强度很小时 ($D=0.5$), 图中给出的是一个单峰曲线, 峰的位置在 $x=0.5$, 这说明环境选择对于基因 A 和 B 是平等的, 我们很难把他们分离开。当 D 逐渐增大时, 单峰区域逐渐消失, 最后演化为双峰区域 ($D=8.0$), 并且峰的位置分别在 $x=0$ 和 $x=1.0$ 附近, 这充分说明系统不再处于对称状态, 它以更大的概率破坏这种 AB 对称性的状态, 这有利于我们把基因 A 和 B 的单倍体分离开。

图 2 给出加性噪声对 SPDF 的影响。当 α 较小时, 曲线是一个单峰区域, 随着 α 逐渐增大, 单峰逐渐变得模糊。很明显, 加性噪声对峰的位置影响很小, 主要影响峰的高度, 也就是说加性噪声起到了扩散的作用。

图 3 给出噪声关联强度对 SPDF 的影响。当 $\lambda=0$ 即没有关联, 曲线是一个单峰区域, 峰的位置在 $x=0.5$, 即环境选择对于基因 A 和 B 是均衡的。随着关联强度的增加, 位于 $x=0.5$ 处的峰逐渐下降, 与此同时, 靠近 $x=0$ 和 $x=1.0$ 附近的曲线逐

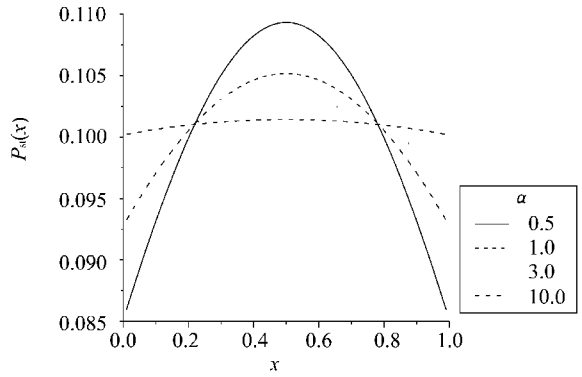


图 2 加性噪声对概率分布函数的影响
Fig. 2 The effect of the additive noise on SPDF
 $\mu=0, D=0, \lambda=0, \beta=0.5$

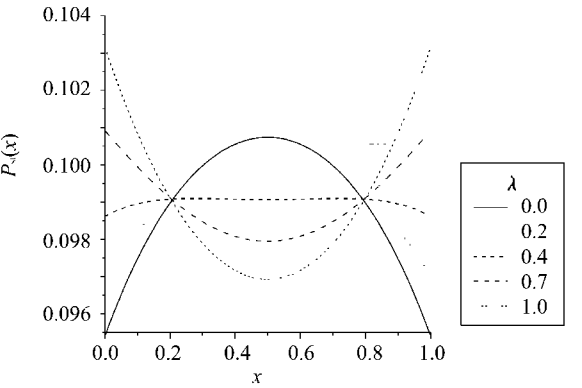


图 3 噪声关联对概率分布函数的影响
Fig. 3 The effect of noise correlation on SPDF
 $\mu=0, \alpha=2.0, D=0.5, \beta=0.5$

渐上升, 并形成二个凹峰 ($\lambda=1.0$)。很明显随着关联强度的增加, 环境选择对基因 A 和 B 的平衡逐渐被打破, 使得把基因 A 和 B 分离开来成为可能。

3 总 结

我们研究了基因选择模型在关联噪声下的稳态性质, 分别讨论了乘性噪声, 加性噪声以及噪声关联对 SPDF 的影响。乘性噪声能够破坏基因选择的平衡, 使得系统从单稳态演化到双稳态, 加性噪声则起到一个扩散作用, 噪声关联强度使得单稳态演化为一个双稳态, 导致选择概率不再均等。选择平衡的破坏意味着系统不再处于对称状态, 它以更大的概率破坏这种 AB 对称性的状态, 使得某种基因被选择出来, 这种对称性破缺和特定基因的选择直接联系着序的产生和生物进化过程, 使自组织过程中的重要一环。

另一方面, 从分析中可以看出, 一个完全不存在相变得确定性系统, 在合理的引入噪声作用后表

现出了丰富的相变内容, 这使人们对噪声促进非平衡相变得积极作用有了全新的认识, 噪声并不总是破坏序, 妨碍相变。

参考文献:

[1] AI B Q, WANG X J, LIU L G. Muscle' s motion in an overdamped regime[J] . Commun Theor Phys, 2002, 37: 125— 128.

[2] AI B Q, WANG X J, LIU L G. A microscopic mechanism for muscle motion [J] . Chin Phys Lett, 2002, 19: 137— 140.

[3] AI B Q, WANG X J, LIU G T. Correlated noise in a logistic growth model [J] . Phys Rev E, 2003, 67(022903): 1— 3.

[4] AI B Q, WANG X J, LIU G T. Fluctuation of parameters in tumor cell growth model[J] . Commun Theor Phys, 2003, 40: 120— 122.

[5] 胡岗. 随机力与非线性系统[M] . 上海: 上海科技教育出版社, 1994: 150— 154.

[6] WU D J, CAO L, KE S Z. Bistable kinetic model driven by correlated noises: Steady-state analysis [J] . Phys Rev, 1994, E50: 2496— 2502.

Gene Separation Induced by Noise Correlation

ZHENG Hua¹, AI Bao quan², YE Xu wen³, LIU Liang gang²

- (1. Department of Physics, Hubei Univerisity, Wuhan 430062, China;
2. Department of Physics, Sun Yat sen Univerisity, GuangZhou 510275, China
3. College of Life Science, Huazhong Nomal University, Wuhan 430079, China)

Abstract: The effect of noise on the genotype selection model is discussed. It is found that correlated noise can break the balance of gene selection and induce the phase transition which can make us select one type gene haploid from a gene group.

Key words: genotype selection model; correlated noise; Fokker Planck equation

(上接第 21 页)

On the Utilization and Management Mode of Land Resources
in the Construction of a Major Project

ZHOU Cui ying¹, PENG Ze ying², CHEN Rui lian³, CAI Li hui³, LIU Zuo qiu⁴

- (1. School of Science and Technology, Sun Yat sen University, Guangzhou 510275, China;
2. Hydrolic Department of Guangdong Province //General Headquarters of Water Supply
Reconstruction Project from Dongjiang to Shenzhen, Guangdong, Dongguan 510800, China;
3. Centre of Public Administration Research, Sun Yat sen University, Guangzhou 510275, China;
4. Department of Earth Sciences, Sun Yat sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: By combining excavation and the development of ground works in a major project, the key problems which are closely related to land resources using and scientific management in the process of construction are analyzed. And then a new management mode is brought up by matching the construction of a major project with information technique. At the end of the paper, the authors put great emphasis on the issue: by combining the three dimensional information technique with reasonable estimation of yardage as well as stable analysis, it can make an optimal use of land resources in engineering construction and save costs.

Key words: land resources; utilization and management mode; three dimensional spatial analysis; information technique