

# 一种基于两次 Radon 变换检测棋盘方格点的新算法\*

胡海峰, 熊银根

(中山大学电子与通信工程系, 广东 广州 510275)

**摘要:** 提出了一种新的方格角点检测算法。通过连续两次 Radon 变换, 找出角点所在的直线位置, 再利用线性拟合方法对得到的直线进行校正, 最后线性求解出角点的坐标。该方法最大的特点是能够自动地在正确区域找出所求方格角点, 而无需人机交互, 这对于动态校准的研究具有重要的意义。通过实际的应用, 验证了该方法的正确性和可靠性。

**关键词:** 方格角点检测; Radon 变换; 线性拟合; 摄像机校准

**中图分类号:** TP205 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2003) 02-0023-04

角点检测是计算机图像处理与计算机视觉研究的重要课题。准确的角点检测对许多视觉任务(如图像校准与立体匹配、目标识别及运动分析等)的完成起到非常重要的作用。

在摄像机校准过程中<sup>[1-4]</sup>, 方格角点的检测是必不可少的, 通常人们采用 Harris 算子<sup>[5]</sup>或简单地利用鼠标点击的方式对其进行获取。这些方法得到的角点定位不是很准确, 且精度只能达到像素级别。近来也有人如 Jean-Yves Bouguet 等通过鼠标点击方式划定角点所在范围, 再输入参数进行计算来对其获取, 该方法的不足之处在于要人们能预先估测出方格间的距离, 有时考虑到图像畸变等因素, 还需设定畸变估计量, 这就极不方便了。值得注意的是, 利用以上方法来检测方格角点的时候, 一般都需要人机交互, 这不仅麻烦且容易造成失误, 当对序列图像进行动态校准的时候, 显然是无法满足要求的。

针对以上不足, 本文提出了一种基于两次 Radon 变换检测方格角点的新方法。利用这种方法, 可以自动准确地找出所求角点的位置, 而无需人工干预。

## 1 摄像机校准问题

摄像机校准是立体视觉首要解决的问题。通过校准, 可以确定立体视觉系统中像平面坐标与空间坐标系之间的关系, 并得到摄像机的内外参数, 确定其空间位置。在实际校准过程中, 往往使用一个带有方格的棋盘图或者其它的方格图作为参考, 通

过求出方格角点的空间位置坐标和对应的图像坐标, 代入校准方程(式1)进行计算就可得到摄像机的方位元素值。

$$\begin{cases} x + f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} = 0 \\ y + f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $(X, Y, Z)$  为方格点在物空间的三维坐标,  $(X_s, Y_s, Z_s)$  为摄像机位置的空间坐标,  $a_i, b_i, c_i (i = 1, 2, 3)$  为摄像机的外方位元素,  $f$  为摄像机焦距,  $(x, y)$  为所对应方格点的图像坐标。

## 2 Radon 变换

Radon 变换是对二值图像进行直线检测的有效算法, 它原理简单、准确有效, 具有很强的实用性, 是本文主要采用的方法。

### 2.1 定义

Radon 变换可以定义在任意维变量空间域, 若考虑二维欧氏空间的特殊情况, 对图像空间中任意一条直线  $L$ :

$$\begin{aligned} \rho &= x \cos \theta + y \sin \theta, \\ \rho &\geq 0, \theta < \pi \end{aligned} \quad (2)$$

其 Radon 变换可写为:

$$f(\theta, \rho) = R\{F\} = \iint_D F(x, y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \quad (3)$$

其中,  $D$  为整个图像平面,  $F(x, y)$  为图像上点的

\* 收稿日期: 2002-07-02

基金项目: 广东省自然科学基金资助项目 (001172)

作者简介: 胡海峰 (1977 年生), 男, 博士研究生; 通讯联系人: 熊银根; E-mail: isde34@zsu.edu.cn

$(x, y)$  灰度值,  $\delta$  为 Dirac 函数,  $\rho$  为原点到直线的距离,  $\theta$  为直线的法线与  $x$  轴的夹角。

## 2.2 检测直线原理及具体实现方法

如图 1 所示, 直线  $L$  上不同的点  $(x, y)$  在经过 Radon 变换后, 在参数空间  $(\theta, \rho)$  中被变换为一簇相交于点  $p(\theta_0, \rho_0)$  的正弦曲线。显然, 若能确定参数空间中的  $p$  点, 就实现了直线  $L$  的检测。

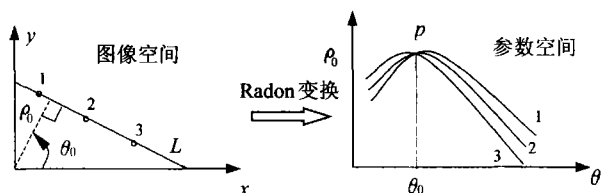


图 1 直线检测中的 Radon 变换

Fig. 1 Radon transform for lines detection

具体运算的时候, 需要在参数空间建立一个二维的累加数组。设这个累加数组为  $A(\theta, \rho)$ , 如图 2 所示。其中  $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$  和  $[\rho_{\min}, \rho_{\max}]$  分别为  $\theta$  和  $\rho$  的取值范围。开始置数组  $A$  为零, 然后对每一个图像空间中的给定边缘点, 让  $\theta$  取遍  $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$  上所有可能的值, 并根据式(2) 计算出对应的  $\rho$  值。再将已经取整的  $\theta$  和  $\rho$  的值进行累加:  $A(\theta, \rho) = A(\theta, \rho) + 1$ 。累加结束后, 由  $A(\theta, \rho)$  的值就可知道多少点是共线的, 即  $A(\theta, \rho)$  就是在  $(\theta, \rho)$  处共线点的个数。同时  $(\theta, \rho)$  的值也给出了直线方程的参数, 即点所在的直线。因此, 在利用 Radon 变换检测直线时, 只需根据实际情形设定阈值, 进行一个比较就可以找到符合要求的  $A(\theta, \rho)$ , 找出图像中的直线。

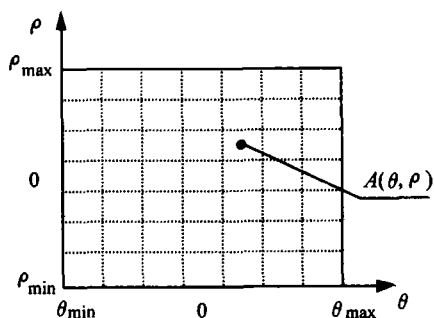


图 2 线空间里的累加参数

Fig. 2 Accumulating parameter in line space

## 3 两次 Radon 变换检测角点原理

要从待校准图像中找出方格角点的位置, 一般要进行图像分割处理, 将棋盘或其它方格物在图像中的区域找出来, 然后再利用一般的检测方法找出角点, 这是非常复杂的。但通过对校准图像进行边

缘检测后(图 3a) 可以发现, 所求的方格角点实际为两组基本平行且间距基本相等的直线集合(记为  $L_A$  及  $L_B$ ) 的交点, 如果我们利用上述特性找出这两族直线的位置, 则可以通过解方程的方法求出角点。

### 3.1 基本思想

在理想情况下(即不考虑透镜畸变等因素), 线集  $L_A$  及  $L_B$  中的直线可以认为平行且间距相等的, 因此有:

$$\theta_{A1} = \theta_{A2} = \cdots = \theta_{Am} \quad (4)$$

$$\Delta\rho_A = \rho_{A2} - \rho_{A1} = \cdots = \rho_{Am} - \rho_{Am-1} \quad (5)$$

$$\theta_{B1} = \theta_{B2} = \cdots = \theta_{Bn} \quad (6)$$

$$\Delta\rho_B = \rho_{B2} - \rho_{B1} = \cdots = \rho_{Bn} - \rho_{Bn-1} \quad (7)$$

由式(4) - (7) 可以看出, 在参数空间  $(\theta, \rho)$  中,  $p_{A1}, p_{A2}, \cdots, p_{Am}$  是共线的,  $p_{B1}, p_{B2}, \cdots, p_{Bn}$  也是共线的, 因此可以得出下述结论:

**结论 1** 基本平行且间距相同的直线族  $L$  经过 Radon 变换后所对应的点分布在一条直线上。

在实际摄取的图像中, 由于透视畸变和噪声干扰等因素, 直线族  $L_A$  及  $L_B$  中的直线并非完全平行, 而是存在一定的偏差, 根据测试可知存在如下关系:

$$\Delta\theta_A \approx \theta_{A2} - \theta_{A1} \approx \cdots \approx \theta_{Am} - \theta_{Am-1} \quad (8)$$

$$\Delta\theta_B \approx \theta_{B2} - \theta_{B1} \approx \cdots \approx \theta_{Bn} - \theta_{Bn-1} \quad (9)$$

综合式(5)、(7)、(8)、(9), 可得:

$$k_A = \frac{\Delta\rho_A}{\Delta\theta_A} \approx \text{const} \quad (10)$$

$$k_B = \frac{\Delta\rho_B}{\Delta\theta_B} \approx \text{const} \quad (11)$$

由上两式, 可以得出下述结论:

**结论 2** 在实际校准图像中, 两族直线  $L_A$  及  $L_B$  经过 Radon 变换后所得的点集  $L_A$  和  $L_B$  分布在两条直线 ( $l_{RA}, l_{RB}$ ) 附近。

从结论 2 可知, 经过 Radon 变换后, 直线族  $L_A$  及  $L_B$  所对应的在线空间中的点分布在两条直线周围, 而其它不是这两族的直线经过变换后的对应点与这两条直线则往往相距较远。如果我们求出 ( $l_{RA}, l_{RB}$ ) 后, 只需简单的设定一个阈值, 即可找出符合要求的点集  $L_A$  和  $L_B$ , 也就等于找出了方格角点所在的直线。因此检测角点的关键问题就是如何求出  $l_{RA}, l_{RB}$ 。

作者以为, 如果对第一次 Radon 变换后所得的线空间图经过二值处理后, 再进行一次 Radon 变换, 则可以容易找到  $l_{RA}, l_{RB}$  的对应点(见图 3(d), 图中的两个亮点所在处就是  $l_{RA}, l_{RB}$  经过变换后的对应

点),进行一次反变换,就可找出  $l_{RA}$ 、 $l_{RB}$ 。

### 3.2 图例分析

如图 3(a)所示,为了其中找出两族基本平行直线,论文对其进行了一次 Radon 变换(图 3(b)),从图 3(b)中可以看出大部分亮点存在一定的特性,即共线性。为了验证这一点,论文通过设定阈值,找出图 3(b)中亮点的位置,见图 3(c),然后对图 3(c)再进行一次 Radon 变换,可以发现在变换后的图中(见图 3(d))有两个亮点,实际上这就是  $l_{RA}$ 、 $l_{RB}$  在二次线空间中所对应的点,将这两点提取出来并经过一次 Radon 反变换就可获得  $l_{RA}$ 、 $l_{RB}$  位置了(见图 3(e))。从图 3(e)中可以明显看出,大部分亮点分布的确是共线的。此时设定一个阈值,利用简单的点线距离计算找出要求的直线族(图 3(f))。

## 4 算法实现步骤

本文通过 5 个步骤来检测方格点。

第 1 步,利用 LOG 边缘检测算子对原图像进行边缘提取,并进行二值处理。

第 2 步,进行两次 Radon 变换,找出  $(l_{RA}, l_{RB})$ 。

第 3 步,在已知亮点和直线位置后,利用简单的点线距离计算找出要求的直线族。此时满足要求的亮点  $P(\theta, \rho)$  的集合可表示为:

$$P(\theta, \rho) = \left\{ (\theta, \rho) \mid \frac{|A_1\theta + B_1\rho + C_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} < \Delta d \right.$$

$$\text{or} \quad \left. \frac{|A_2\theta + B_2\rho + C_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} < \Delta d \right\}$$

其中,  $l_{RA}: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ ,

$l_{RB}: A_2x + B_2y + C_2 = 0$ ,

$\Delta d$  为设定的阈值。

第 4 步, Radon 反变换得到角点所在直线。

第 5 步,对求取的直线进行线性拟合,通过求解线性方程找出方格角点位置。

## 5 实验结果

为验证上述算法的有效性,作者进行了一系列的实验进行验证。图 4(a)和 4(b)所示为对一个序列校准图像进行处理的结果,其中检测出的方格点位置用方框圈出。结果显示,利用本文算法可以有效准确地检测出要求的方格角点。同时为了验证本方法的非棋盘格点的检测能力,本文对参考文献[5]中的图像进行了角点检测,也获得了较好的效果(见图 4(c))。

## 6 结论

本文充分利用方格角点所在直线分布的全局特性,提出了一种基于两次 Radon 变换进行检测的方法,通过找出角点所在的两族直线,再利用线性代数方法解出角点位置。为了检验所提出方法的正确性,本文对多组校准图像进行了测试,并对其它特殊方格点图像也进行了验证,实验结果证明利用本文方法可以较好地找出图中的方格角点。

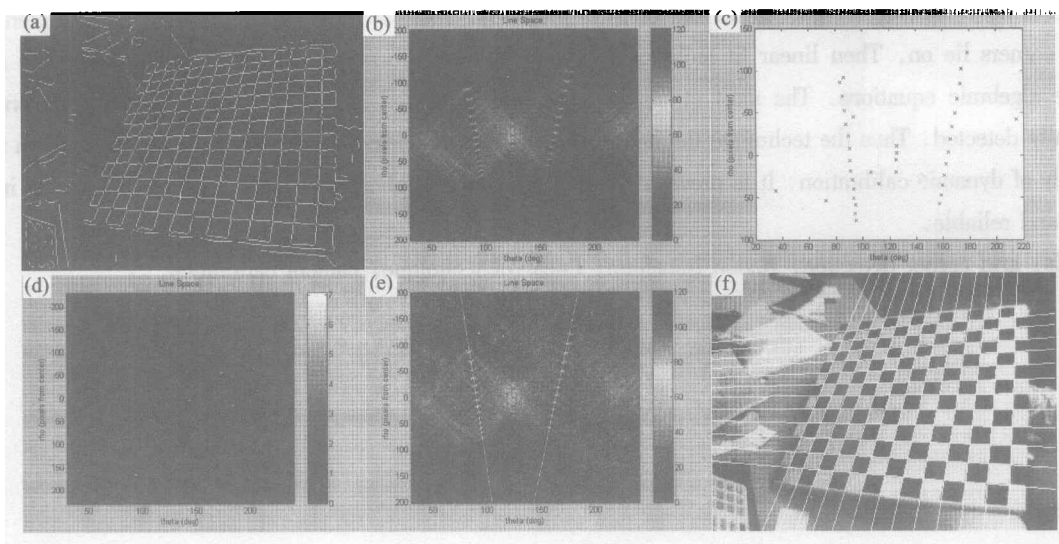


图 3 (a) 边缘检测后的图像; (b) 第 1 次 Radon 变换后的结果; (c) 从图 (b) 中抽取亮点后的图像; (d) 第 2 次 Radon 变换后的结果; (e) 找出的亮点分布所在直线; (f) 找出的角点所在直线

Fig.3 (a) Image after edge detection; (b) The result of the first Radon transformation;

(c) The lucent points from the first transform; (d) The result of second Radon transformation;

(e) The relation of lines from the two Radon transform and the correspond point set; (f) The lines which the grid corners lie on

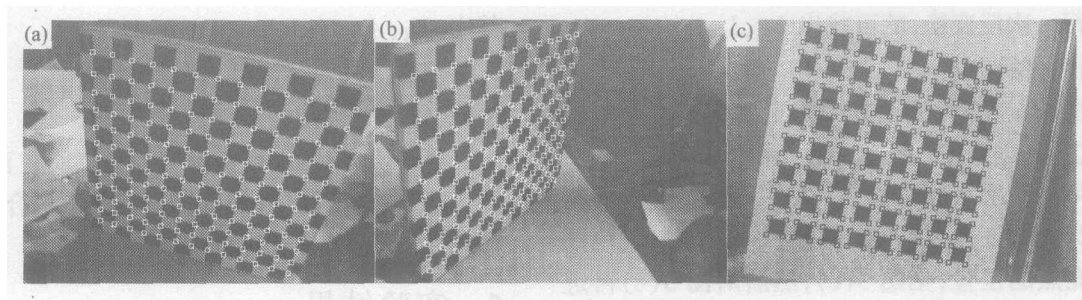


图 4 利用本文算法检测出来的角点图

Fig.4 The plot of detected grid corners using our method

## 参考文献:

- [1] BROWN D C. Close-range camera calibration[J]. Photogrammetric Engineering, 1971, 37(8): 855 - 866.
- [2] FAUGERAS O, TESCANI G. The calibration problem for stereo[J]. In Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 1986: 15 - 20, Miami Beach, FL,
- [3] HARRIS C G, STEPHENS M J. A combined corner and edge detector[J]. Proceedings Fourth Alvey Vision Conference, Manchester, 1988: 147 - 151.
- [4] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE J Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323 - 344.
- [5] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330 - 1334.

## A New Algorithm for Chessboard Grid Corners Detection Based on Two Successive Radon Transform

HU Hai-feng, XIONG Yin-gen

(Department of Electronics and Communication Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract:** A novel method for grid corner detection is proposed. Two successive radon transform is adopted to find the lines grid corners lie on. Then linear fit technique is used to rectify these lines. Finally grid corners are acquired by solving the algebraic equations. The most attractive point of the method is that the region of the grid corners can be automatically detected. Thus the technique through interactive mode to select corners is not necessary, which is important to the study of dynamic calibration. It is proved, through the actual application, that the method presented in this paper is correct and reliable.

**Key words:** grid corner detection; Radon transform; linear fit technique; camera calibration