

论模仿者动态理论*

张良桥¹, 郭立国²

(1. 顺德职业技术学院经济管理系, 广东 顺德 528300;
2. 番禺职业技术学院工商管理系, 广东 番禺 511483)

摘 要: 介绍进化博弈理论的基本动态模型: 对称博弈模仿者动态模型和非对称博弈模仿者动态模型及其相关结论。在文中引用了一些简单的例子说明它们之间的区别与联系。最后比较了经典博弈理论与进化博弈理论在动态概念上的差别。

关键词: 进化稳定策略; 模仿者动态; 博弈均衡

中图分类号: O225 文献标识码: A 文章编号: 0529-6579 (2003) 03-0097-03

进化博弈理论从有限理性的个体出发, 以群体为研究对象, 认为现实中个体并不是行为最优化者, 个体的决策是通过个体之间模仿、学习和突变等动态过程来实现的。动态概念在进化博弈理论中占有相当重要的地位, 许多博弈理论家对群体行为调整过程进行了广泛而深入的研究。到目前为止, 在进化博弈理论中应用最多的是由 Taylor and Jonker (此后记为 TJ) 提出的模仿者动态模型, 参见文 [5]。模仿者动态是进化博弈理论的基本动态, 它能较好地解释并预测群体行为变化趋势, 因而倍受博弈理论家们的重视。本文介绍确定性模仿者动态概念、模型及其与经典博弈动态概念的区别。

1 确定性模仿者动态

TJ 在考察生态演化现象时把一个生态环境中所有种群看作为一个大群体, 把群体中每个种群都程式化为一个特定的纯策略。群体在不同时刻所处的状态一般用混合策略来表示。假定群体中每一个个体在任何时候只选择一个纯策略。 $S_k = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$ 表示群体中各个体可供选择的纯策略集; N 表示群体中个体总数; $n_i(t)$ 表示在时刻 t 选择纯策略 i 的个体数。 $x(x_1, x_2, \dots, x_k)$ 表示群体在时刻 t 所处的状态, 其中, x_i 表示在该时刻选择纯策略 i 的人数在群体中所占的比例, 即 $x_i = n_i(t)/N$ 。以 $f(s_i, x)$ 表示群体中选择纯策略 s_i 的个体所得期望支付。 $f(x, x) = \sum x_i f(s_i, x)$ 表示群体平均期望支付。

在对称博弈中每一个个体都认为其对手来自于状态 x 的群体的虚拟个体。假定选择纯策略 s_i 的个

体数的增长率等于 $f(s_i, x)$, 那么可以得到如下的等式:

$$\begin{aligned} \frac{dn_i}{dt} &= n_i(t) \cdot f(s_i, x) \Rightarrow \\ N \left(\frac{dx_i}{dt} \right) &= \frac{dn_i(t)}{dt} - x_i \sum_{i=1}^k \frac{dn_i(t)}{dt} = \\ &= \frac{dn_i(t)}{dt} - x_i \sum_{i=1}^k f(s_i, x) n_i(t) \Rightarrow \\ \frac{dx_i(t)}{dt} &= [f(s_i, x) - f(x, x)] \cdot x_i \end{aligned}$$

显然 TJ 提出的模仿者动态仅仅考虑到纯策略的继承性, 而没有考虑到混合策略的可继承性。Bonze 证明了如果允许混合策略也可以被继承, 那么在模仿者动态下, 进化稳定策略等价于渐近稳定性。另外 Hofbauer 等提出并证明了“在模仿者动态下, 对称博弈中每一个 ESS 都是渐近稳定的”, 参见文 [2]。这个命题的逆命题并不成立, 考察图 1 所示的博弈, 该博弈有期望支付为 $2/3$ 的纳什均衡 $(1/3, 1/3, 1/3)$ 。该均衡不是进化稳定的, 因为它能够被策略 $(0, 1/2, 1/2)$ 侵入; 由均衡点 $(1/3, 1/3, 1/3)$ 处雅可比行列式的特征根 $-1/3$ 和 $-2/3$ 可知它是渐近稳定的。

0	1	1
-2	0	4
1	1	0

图 1 支付矩阵
Fig. 1 Payoff matrix

* 收稿日期: 2002-09-19
基金项目: 顺德职业技术学院科研基金资助项目 (200202YJ)
作者简介: 张良桥 (1968 年生), 男, 硕士; E-mail: zlbrikel@163.com
(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

另外，上述模拟者动态方程中支付函数经过 $f^* = \alpha f + \beta$, $\alpha, \beta > 0$ 变换不会改变群体演化路径而仅仅改变群体的演化速度。因而，在进行分析时，可对支付矩阵进行必要的简化处理。

2 多群体模仿者动态模型

Selten (1980) 引入角色限制行为而把群体分为单群体与多群体。多群体时，不同群体中的个体有不同纯策略集、不同群体平均支付及不同群体演化速度。下面给出多群体模仿者动态方程：

$$\frac{dx_i^j}{dt} = [f(s_i^j, x) - f(x^j, x^{-j})] \cdot x_i^j$$

其中，上标 $j(j = 1, 2, \dots, K)$ 表示第 j 个群体，其中 K 表示有 K 个群体； x_i^j 表示第 j 个群体中选择第 $i(i = 1, 2, \dots, N_j)$ 个纯策略的个体数占该群体总数的百分比； x^j 表示群体 j 在某时刻所处的状态， x^{-j} 表示第 j 个群体以外的其他群体在 t 时刻所处的状态； s_i^j 表示群体 j 中个体行为集中的第 i 个纯策略； x 表示混合群体的混合策略组合， $f(s_i^j, x)$ 表示混合群体状态为 x 时群体 j 中个体选择纯策略 s_i^j 时所能得到的期望支付； $f(x^j, x^{-j})$ 表示混合群体的平均支付。多群体模型并不是对单群体模型的简单改进，由单群体到多群体涉及到如均衡及稳定性等一系列问题的变化。Selten 证明了“在多群体博弈中进化稳定均衡都是严格纳什均衡”的结论，这就说明在多群体博弈中，传统的进化稳定均衡概念就显示出其局限性了。

3 单群体与多群体的区别

考察如图 2 所示的协调博弈，单群体时，令行代表虚拟参与人即群体状态；列代表个体。该博弈有 2 个非对称纳什均衡 $(A, B); (B, A)$ 和一个混合策略纳什均衡 $(A \frac{1}{2}, B \frac{1}{2})$ ，即群体中一半个体选择策略 A ，另一半个体选择策略 B 。单群体中个体无角色区分，这个系统不可能收敛到非对称纳什均衡 $(A, B); (B, A)$ 。在模仿者动态下，尽管没有单个个体选择混合策略，但这个混合策略纳什均衡却是该系统惟一的渐近稳定均衡。

	A	B
A	0, 0	1, 1
B	1, 1	0, 0

图 2 对称博弈支付矩阵

Fig. 2 Payoff matrix of a symmetric game

令 $\theta_i(A)$ 表示在时刻 t 群体中选择策略 A 的个体所占比例，那么此时群体中选择策略 B 的个体所

占的比例为 $1 - \theta_i(A)$ ，选择策略 A 所得的期望支付为 $1 - \theta_i(A)$ ，而选择策略 B 所得的期望支付为 $\theta_i(A)$ ，群体平均期望支付为 $2\theta_i(A)(1 - \theta_i(A))$ 。

于是就可以得到如下二维模仿者动态方程：

$$\dot{\theta}_i(A) = \theta_i(A)[1 - 3\theta_i(A) + \theta_i^2(A)]$$

由此可得只要群体中偏离混合策略 $(A \frac{1}{2}, B \frac{1}{2})$ ，系统就会自动回复到该均衡，图 3 是该动态系统的相位图。

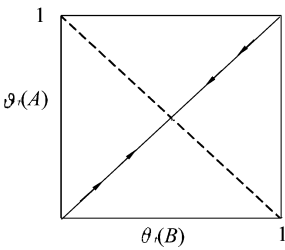


图 3 单群体协调博弈相图

Fig. 3 Phase portrait of coordination game with one population

下面引入个体角色区分以两群体为例继续分析图 2 所表示协调博弈，多群体时不同角色的个体可以从群体中分离出来。尽管博弈的支付矩阵没有变化，但却有不同的模仿者动态方程。该博弈有 2 个非对称的纳什均衡 $(A, B); (B, A)$ 和一个混合策略纳什均衡 $(A \frac{1}{2}, B \frac{1}{2})$ 。其中混合策略纳什均衡 $(A \frac{1}{2}, B \frac{1}{2})$ 并不满足稳定性条件。由模仿者动态微分方程可以得到平衡点 $(A \frac{1}{2}, B \frac{1}{2})$ 是系统的鞍点。图 4 是该系统的相位图。

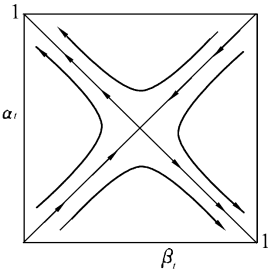


图 4 两群体博弈相图

Fig. 4 Phase portrait of coordination game with two populations

4 进化动态与动态博弈的异同

动态概念在进化博弈理论与经典博弈理论都占有相当重要的地位，但它们却存在着根本的区别。进化动态把参与人行为演化过程看作一个时间演化系统，重点研究参与人行为的调整过程。经典博弈的动态是以参与人行动所传递的信息为依据，重点研究参与人在预期信息下的决策结果。具体地说：

(1) 它们的理论基础不同。经典博弈理论的动力学概念是建立在古典经济学理性人假定的基础上，

通过引入参与人的互动行为而提出来的; 进化博弈理论的动态概念是建立在有限理性参与人假定的基础之上, 认为现实中参与人需要经过非常复杂的模仿、试验、学习及创新等过程来作出决策, 最优化计算只是影响决策因素之一。

(2) 它们对动态的理解不同。经典博弈理论来源于牛顿线性力学而不需要把时间纳入到其模型之中, 所谓动态即是指参与人信念调整的最优反应动态; 进化博弈理论则来源于生物进化论, 认为有限理性的参与人并不能对环境变化作出迅速、准确的反应, 其决策需要经过一个复杂的渐进过程才能完成。

(3) 它们的动态均衡概念不同。经典博弈理论的基本动态均衡概念主要包括 Selten 提出的子博弈精练纳什均衡及 Kreps and Wilson 提出的序贯均衡, 参见文 [3, 5]。这些概念虽然能够在一定程度上剔除博弈中不可置信的威胁但都不能够从根本上解决博弈中多重均衡问题。进化博弈理论的基本均衡概念主要包括 Maynard Smith and Price 提出的进化稳定策略及 Foster and Young 提出的随机稳定均衡概念, 参见文 [1, 4]。这些动态概念与动态系统的渐近稳定性及吸引子有相似的性质并且都是邻域概念, 主要描述系统局部的动态性质。

(4) 它们所用数学工具不同。经典博弈理论建立在信息可以免费获取、参与人有无限信息处理能力 & 参与人完全理性等假定下而得出经济系统常常

处于均衡状态的结论。在任何时候、任何条件下, 参与人都能够迅速解出最优决策, 因此在该理论中主要利用数学最优化理论来分析参与人的决策行为, 通过跨时期最优化计算来把静态理论动态化。进化博弈理论需要考察系统达到均衡过程中所受到的各种确定性或随机性因素的影响, 因此该理论需要用较高深的数学工具如: 动力系统理论、微(差)分方程理论、拓扑理论、混沌理论等来分析均衡过程。

参考文献:

- [1] FOSTER D, YOUNG P. Stochastic evolutionary game dynamics[J]. Theoretical Population Biology, 1990, 38: 219—232.
- [2] HOFBAUER J, SIGMUND K. The theory of evolution and dynamical system[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
- [3] KREPS W. Sequential Equilibrium[J]. Econometrica, 1982, 50: 863—894.
- [4] SMITH M J, PRICE G R. The logic of animal conflicts[J]. Nature, 1973, 246: 15—18.
- [5] SELTEN R. A note on evolutionarily stable stratifies in asymmetric animal conflicts[J]. J Theoret Biol, 1980, 84: 93—101.
- [6] TAYLOR P D, JONKJER L B. Evolutionarily stable strategy and game dynamics[J]. Math Biosci, 1978, 40: 145—156.

On the Theory of Replicator Dynamics

ZHANG Liang-qiao¹, GUO Li-guo²

(1. Department of Economics, Shunde Polytechnical College, Shunde 528300, China;

2. Department of Economics, Panyu Polytechnical College, Panyu 511483, China)

Abstract: This paper mainly introduces the basic dynamic models of evolutionary game theory: symmetric replicator dynamic model, asymmetric replicator dynamic model and some conclusions. For better understanding, some simple examples are applied to describe the differences between them. Finally, the differences between the concepts of dynamics of classic game theory and of evolutionary game theory are given.

Key words: evolutionarily stable strategy; replicator dynamics; game equilibrium