

关于模糊证据理论的一个新解释*

张倩生¹, 周作领², 贾保国¹

(1. 中山大学数学与计算科学学院, 广东 广州 510275;

2. 中山大学岭南学院, 广东 广州 510275)

摘要:推广了 Dempster 所提出的随机集概念, 并讨论了模糊信息源的不确定结构与模糊事件空间之间的关系, 最后特别地用广义的上、下概率概念给出了模糊证据理论的一种新的解释, 同时证明了模糊条件信任函数实际上是 Dempster 模糊条件规则的推广。

关键词:模糊证据理论; 信任函数; 上(下)概率; Dempster 模糊条件规则

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2003) 02-0001-04

1 模糊证据理论简介

定义 1^[1] 假设模糊辨识空间 $\mathcal{F}(X)$ 表示 X 上所有模糊集, $\forall \bar{A}, \bar{B} \in \mathcal{F}(X)$, 可定义其和、差、联、并、交、补分别为: $\forall x \in X$ 有

$$(\bar{A} \oplus \bar{B})(x) = \min(1, \bar{A}(x) + \bar{B}(x)),$$

$$(\bar{A} \ominus \bar{B})(x) = \max(0, \bar{A}(x) - \bar{B}(x)),$$

$$(\bar{A} \& \bar{B})(x) = \max(0, \bar{A}(x) + \bar{B}(x) - 1),$$

$$(\bar{A} \vee \bar{B})(x) = \max(\bar{A}(x), \bar{B}(x)),$$

$$(\bar{A} \wedge \bar{B})(x) = \min(\bar{A}(x), \bar{B}(x)),$$

$$\bar{A}' = X \ominus \bar{A}$$

$$\bar{A} \leq \bar{B} \Leftrightarrow \forall x \in X, \bar{A}(x) \leq \bar{B}(x)$$

ϕ, X 分别为 $\mathcal{F}(X)$ 中最小和最大的 $\mathcal{F}$ 集。

定义 2 若 $\eta \subseteq \mathcal{F}(X)$ 称为 X 上的 $\mathcal{F}$ 集的 δ 可加类, 则它必须满足

(1) $\phi \in \eta$;

(2) 若 $\bar{A}, \bar{B} \in \eta$ 则 $\bar{A} \ominus \bar{B} \in \eta$;

(3) 若 $\{\bar{A}_n\} \subset \eta$ 则 $\bigoplus_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n \in \eta$

定义 3 若 P 是 X 上模糊集的 δ 可加类 η 上的一个弱概率函数, $P: \eta \rightarrow [0, 1]$ 则必须满足

(1) $P(\phi) = 0$;

(2) $P(\bigoplus_{i=1}^{\infty} \bar{A}_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(\bar{A}_i)$; 当 $\{\bar{A}_i\}$ 为 η 中不交的 $\mathcal{F}$ 集列 (即 $(\bigoplus_{i=1}^{n-1} \bar{A}_i) \& \bar{A}_n = \phi, \forall n \geq 2$,

也即 $\sum_{i=1}^{\infty} \bar{A}_i(x) \leq 1, \forall x \in X$ 时);

显然 P 是单调的, 即 $\forall \bar{A}, \bar{B} \in \eta$, 若 $\bar{A} \leq \bar{B}$ 有 $P(\bar{A}) \leq P(\bar{B})$

定义 4 若 $\Lambda \subseteq \mathcal{F}(X)$ 称为 X 上的模糊集合的一个 δ 代数; 则它须满足:

(1) $X \in \Lambda$;

(2) 若 $\bar{A}, \bar{B} \in \Lambda$ 则 $\bar{A} \ominus \bar{B} \in \Lambda$;

(3) 若 $\{\bar{A}_n\} \subseteq \Lambda$ 则 $\bigoplus_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n \in \Lambda$ 。

由该定义显然有, $\phi = X \ominus X \in \Lambda$; 若 $\bar{A} \in \Lambda$ 则 $\bar{A}' = X \ominus \bar{A} \in \Lambda$;

若 $\bar{A}, \bar{B} \in \Lambda$ 则有 $\bar{A} \vee \bar{B} = (\bar{A}' \oplus \bar{B})' \oplus \bar{B} \in \Lambda$

以下总假定 $\langle \phi, \oplus, \ominus, ', \phi, \Omega \rangle$ 是 Ω 上的 $\mathcal{F}$ 集合的一个 δ 代数, 其中, ϕ, Ω 为 ϕ 中最小和最大的模糊集元素且 $\phi / \{\phi, \Omega\} \subset \mathcal{F}(\Omega) = \{\bar{A} \in \mathcal{F}(\Omega) / \exists x \neq y \in \Omega \text{ 使 } \bar{A}(x) = 1, \bar{A}(y) = 0\}$, ϕ 为一个模糊辨别空间。

定义 5 函数 $m: \phi \rightarrow [0, 1]$ 称为 ϕ 上的一个 mass 函数, 若满足如下条件:

(1) $m(\phi) = 0$;

(2) 在 ϕ 中存在有限个 $\bar{A}_1, \dots, \bar{A}_t$ 使 $m(\bar{A}_i) \neq 0$;

当 $\bar{A} \neq \bar{A}_i (i = 1, \dots, t), m(\bar{A}) = 0$,

且 $\sum_{\bar{A} \in \Omega} m(\bar{A}) = \sum_{i=1}^t m(\bar{A}_i) = 1$

若 $m(\bar{A}) > 0$, 则称 $\bar{A}$ 为 m 在 ϕ 上的焦元, 由上可知焦元个数有限。

定义 6^[5] 函数 $\text{bel}: \phi \rightarrow [0, 1]$ 称为 ϕ 上的一个信任函数, 如若存在一个 mass 函数 m , 使得对 $\forall \bar{A} \in \phi$ 有 $\text{bel}(\bar{A}) = \sum_{\bar{B} \leq \bar{A}} m(\bar{B})$; 称 $\text{pl}(\bar{A}) = 1 - \text{bel}(\bar{A}')$

* 收稿日期: 2002-08-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10041005); 广东省自然科学基金资助项目 (011221)

作者简介: 张倩生 (1975 年生), 男, 博士生; E-mail: mcp01zqs@student.zsu.edu.cn

为相应的似然函数。

定理1 函数 $\text{bel}: \varphi \rightarrow [0, 1]$ 是信任函数当且仅当它满足

- (1) $\text{bel}(\phi) = 0$;
- (2) $\text{bel}(\Omega) = 1$;
- (3) $\forall \{\tilde{A}_i\}_{i=1}^n \subseteq \varphi$, 有

$$\text{bel}\left(\bigvee_{i=1}^n \tilde{A}_i\right) \geq \sum_{\substack{\phi \neq I \subseteq \{1, \dots, n\}}} (-1)^{|I|+1} \text{bel}\left(\bigwedge_{i \in I} \tilde{A}_i\right)$$

定义7 假设模糊证据 $\tilde{E} \in \varphi$ 且 $\text{bel}(\tilde{E}') < 1$, 则关于它的条件信任函数 $\text{bel}(\cdot/\tilde{E}): \varphi \rightarrow [0, 1]$ 可定义为:

$$\text{bel}(\cdot/\tilde{E})(\tilde{A}) = \text{bel}(\tilde{A}/\tilde{E}) = \frac{\text{bel}(\tilde{A} \oplus \tilde{E}') - \text{bel}(\tilde{E}')}{1 - \text{bel}(\tilde{E}')} \quad (1)$$

相应的条件似然函数为: $\text{pl}(\tilde{A}/\tilde{E}) = \frac{\text{pl}(\tilde{A} \& \tilde{E})}{\text{pl}(\tilde{E})}$

定理2 设 m_1 和 m_2 是基于不同证据的2个 mass 函数, 若 $\sum_{\tilde{B} \& \tilde{C} \neq \phi} m_1(\tilde{B})m_2(\tilde{C}) > 0$ 则如下定义的函数 $m: \varphi \rightarrow [0, 1]$

$$m(\tilde{A}) = \begin{cases} \frac{\sum_{\tilde{B} \& \tilde{C} = \tilde{A}} m_1(\tilde{B})m_2(\tilde{C})}{\sum_{\tilde{B} \& \tilde{C} \neq \phi} m_1(\tilde{B})m_2(\tilde{C})} & \text{当 } \tilde{A} \neq \phi \text{ 时} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

显然是一个 mass 函数; 称 m 是 m_1 和 m_2 的 Dempster 合成, 记 $m = m_1 \circ m_2$ 。

定理3 设 φ 为一模糊辨别空间, φ 上所有的 mass 函数形成集 β , 设 $\odot$ 为 β 上两元素的复合运算, 则空间 $(\beta, \odot)$ (称信度合成空间) 为一个定义不完全的可交换么半群。即定义不完全运算 $\odot$ 满足

- (1) 可结合性, $\forall m_1, m_2, m_3 \in \beta$ 有
 $(m_1 \odot m_2) \odot m_3 \Leftrightarrow m_1 \odot (m_2 \odot m_3)$

- (2) 可交换性, $\forall m_1, m_2 \in \beta$ 有

$$m_1 \odot m_2 \Leftrightarrow m_2 \odot m_1$$

- (3) 存在么元 m_0 (m_0 为空信度函数, 即其焦元只有 Ω), 即

$$m \odot m_0 = m_0 \odot m = m, \forall m \in \beta$$

其中, “ $A \Leftrightarrow B$ ” 表示 A 成立时, 当且仅当 B 也成立并相等。

由此可见(1), (2), (3)不仅是定理2中定义的 Dempster 合成法则所满足的条件, 也是人类进行证据合成时所遵循的基本原则, 因此可作为定义一般合成的基本公理^[2]。

2 模糊证据理论的解释

定理4 设 $\langle \varphi, \oplus, \ominus, ', \phi, \Omega \rangle$ 是如前定义的

Ω 上的 $\mathcal{F}$ 集合的一个 δ 代数, 则它有如下性质

- (1) 若 $\tilde{A} \in \varphi$, 则 $\tilde{A} \leq \Omega$ 且存在惟一逆 $\tilde{A}'$, 且 $(\tilde{A}')' = \tilde{A}$

- (2) 若 $\tilde{A}, \tilde{B} \in \varphi$, 则

$$\tilde{A} \leq \tilde{B} \Leftrightarrow \tilde{A} \& \tilde{B}' = \phi$$

- (3) 若 $\tilde{A}, \tilde{B} \in \varphi$, 则

$$(\tilde{A} \oplus \tilde{B})' = \tilde{A}' \& \tilde{B}', (\tilde{A} \& \tilde{B})' = \tilde{A}' \oplus \tilde{B}'$$

- (4) 若 $\tilde{A}, \tilde{B} \in \varphi$, 则

$$\tilde{A} \vee \tilde{B} = (\tilde{A}' \oplus \tilde{B}')' \oplus \tilde{B} \in \varphi,$$

$$\tilde{A} \& \tilde{B} = (\tilde{A}' \oplus \tilde{B}')' \in \varphi$$

定义8 设 P 是样本空间 (θ, ϵ) 上的弱概率函数, 其中 ϵ 为 θ 上 $\mathcal{F}$ 集组成的一个 δ 可加类, 且 ϵ 中所有元素为一个不交 $\mathcal{F}$ 集列, 由映射 $T: \theta \rightarrow \Omega$ 可诱导 $T: \epsilon \rightarrow \varphi$, $\theta_i \rightarrow T(\tilde{\theta}_i)$, 即

$$\forall y \in \Omega, T(\tilde{\theta}_i)(y) = \bigvee_{\pi(x)=y} \tilde{\theta}_i(x)$$

则称 (P, T) 为一个广义 $\mathcal{F}$ 随机集。

从而知 φ 中每个元素 $\tilde{A}$ 将对应 ϵ 中的一个模糊集类 $\{\tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) = \tilde{A}\}$ 。 θ 可理解为传感器集, $P(\tilde{\theta}_i)$ 理解为专家给模糊传感器 $\tilde{\theta}_i$ 的权威值。为阐明 φ 上的不确定性结构, 这里用 (θ, ϵ) 空间上的一个不确定结构 P 来描述, 即建立 $T: \epsilon \rightarrow \varphi$, 把 P 传到 φ 上。

如果 $\{\tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \neq \phi\}$ 有限, 且

$$P(\oplus \{\tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \neq \phi\}) > 0$$

则可定义如下映射

$$T_{[P]}: \varphi \rightarrow [0, 1]$$

$$T_{[P]}(\tilde{A}) =$$

$$\begin{cases} \frac{P(\oplus \{\tilde{\theta}_i \mid \tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) = \tilde{A}\})}{P(\oplus \{\tilde{\theta}_i \mid \tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \neq \phi\})} & \text{若 } \tilde{A} \neq \phi \\ 0 & \text{若 } \tilde{A} = \phi \end{cases} \quad (2)$$

显然有 $T_{[P]}(\emptyset) = 0$,

$$\sum_{\tilde{A} \leq \Omega} T_{[P]}(\tilde{A}) =$$

$$\sum_{\tilde{A} \leq \Omega} \frac{P(\oplus \{\tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) = \tilde{A}\})}{P(\oplus \{\tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \neq \phi\})} =$$

$$\frac{P(\oplus \{\tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \neq \phi\})}{P(\oplus \{\tilde{\theta}_i \mid \tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \neq \phi\})} = 1$$

且 $T_{[P]}(\tilde{A}) \neq 0$ 的 $\tilde{A}$ 有限个, 即 $T_{[P]}$ 是 φ 上的一个 mass 函数。

定义9 设 (P, T) 是一个广义模糊随机集, 对 $\forall \tilde{A} \in \varphi$, 可定义

$$T_*(\tilde{A}) = \oplus \{\tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T(\tilde{\theta}_i) \leq \tilde{A}\}$$

$$T^*(\tilde{A}) = \oplus \{\tilde{\theta}_i \in \epsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \& \tilde{A} \neq \phi\}$$

若 $P(T_*(\Omega)) > 0$, 则称

$$(P_T)^*(\bar{A}) = \frac{P(T^*(\bar{A}))}{P(T^*(\Omega))} \text{ 为 } \bar{A} \text{ 的上概率}$$

$$(P_T)_*(\bar{A}) = \frac{P(T_*(\bar{A}))}{P(T_*(\Omega))} \text{ 为 } \bar{A} \text{ 的下概率}$$

定理 5 对于每一对上、下概率 $(P_T)^*$ 和 $(P_T)_*$ 皆有如下性质

(1) $(P_T)^*$ 和 $(P_T)_*$ 都是从 φ 到 $[0,1]$ 的函数

(2) $\forall \bar{A} \in \varphi, (P_T)_*(\bar{A}) \leq (P_T)^*(\bar{A})$

(3) $(P_T)_*(\phi) = (P_T)^*(\phi) = 0$ 且

$$(P_T)_*(\Omega) = (P_T)^*(\Omega) = 1$$

(4) $\forall \bar{A}, \bar{B} \in \varphi, \bar{A} \leq \bar{B} \Rightarrow (P_T)_*(\bar{A}) \leq (P_T)_*(\bar{B})$

且 $(P_T)^*(\bar{A}) \leq (P_T)^*(\bar{B})$

(5) $\forall \bar{A} \in \varphi$, 有 $(P_T)^*(\bar{A}) = 1 - (P_T)_*(\bar{A}')$

(6) $\forall \bar{A}, \bar{B} \in \varphi, (P_T)_*(\bar{A} \vee \bar{B}) \geq$

$$(P_T)_*(\bar{A}) + (P_T)_*(\bar{B}) - (P_T)_*(\bar{A} \wedge \bar{B})$$

证明 (1) - (4) 的证明较简单, 这里仅证(5)和(6)。

$$(5) \forall \bar{A} \in \varphi, T_*(\bar{A}') =$$

$$\oplus \{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \leq \bar{A}' \} =$$

$$\oplus \{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \& \bar{A} = \emptyset \} =$$

$$(\oplus \{ \bar{\theta}_i \mid \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \}) \ominus$$

$$(\oplus \{ \bar{\theta}_i \mid \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \& \bar{A} \neq \emptyset \}) =$$

$$T_*(\Omega) \ominus T^*(\bar{A})$$

因 $T_*(\Omega) \geq T^*(\bar{A})$, 所以

$$P(T_*(\bar{A}')) = P(T_*(\Omega)) - P(T^*(\bar{A}))$$

从而

$$(P_T)^*(\bar{A}) = \frac{P(T^*(\bar{A}))}{P(T^*(\Omega))} =$$

$$\frac{P(T_*(\Omega)) - P(T_*(\bar{A}'))}{P(T^*(\Omega))} = 1 - (P_T)_*(\bar{A}')$$

(6) 因 $\{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \leq \bar{A} \}$ 且 $T(\bar{\theta}_i) \leq \bar{A} \wedge \bar{B}$ 与 $\{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \leq \bar{B} \}$ 是 $\{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \leq \bar{A} \vee \bar{B} \}$ 的两个无公共元素的子集合, 即有

$$(P_T)_*(\bar{A} \vee \bar{B}) \geq$$

$$(P_T)_*(\bar{A}) + (P_T)_*(\bar{B}) - (P_T)_*(\bar{A} \wedge \bar{B})$$

用数学归纳法易证得

$$(P_T)_*(\bigvee_{i=1}^n \bar{A}_i) \geq$$

$$\sum_{\phi \neq I \subseteq \{1,2,\dots,n\}} (-1)^{|I|+1} (P_T)_*(\bigwedge_{i \in I} \bar{A}_i)$$

定理 6 设 $\langle \varphi, \oplus, \ominus, ', \phi, \Omega \rangle$ 和 (θ, ε, P) 如前定义, 模糊映射 $T: \varepsilon \rightarrow \varphi$, 则 $(P_T)_*$ 是 φ 上的信任函数且 $(P_T)^*$ 为 φ 上相应的似然函数; 并且当空间

(θ, ε) 有限时, 对 $\forall \bar{B} \in \varphi$ 有 $(P_T)_*(\bar{B}) = \sum_{\bar{A} \leq \bar{B}} T_{[P]}(\bar{A})$ 。

证明 前部分由定理 5 立即可知, 只须证后半部分。

由公式 (2) 有:

$$\begin{aligned} \sum_{\bar{A} \leq \bar{B}} T_{[P]}(\bar{A}) &= \sum_{\phi \neq \bar{A} \leq \bar{B}} \frac{P(\oplus \{ \bar{\theta}_i \mid \bar{\theta}_i \in \varepsilon, T(\bar{\theta}_i) = \bar{A} \})}{P(\oplus \{ \bar{\theta}_i \mid \bar{\theta}_i \in \varepsilon, T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \})} = \\ &= \frac{1}{P(\oplus \{ \bar{\theta}_i \mid \bar{\theta}_i \in \varepsilon, T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \})} \cdot \\ &= \sum_{\phi \neq \bar{A} \leq \bar{B}} \frac{P(\oplus \{ \bar{\theta}_i \mid \bar{\theta}_i \in \varepsilon, T(\bar{\theta}_i) = \bar{A} \})}{P(\oplus \{ \bar{\theta}_i \mid \bar{\theta}_i \in \varepsilon, T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \})} = \\ &= \frac{1}{P(\oplus \{ \bar{\theta}_i \mid \bar{\theta}_i \in \varepsilon, T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \})} \cdot \\ &= \frac{P(T_*(\bar{B}))}{P(T_*(\Omega))} = (P_T)_*(\bar{B}) \end{aligned}$$

3 信任值修正

定义 10^[7] 设 $\langle \varphi, \oplus, \ominus, ', \phi, \Omega \rangle$ 是一个 δ 代数, P 为有限样本空间 (θ, ε) 上的弱概率函数, $T: \varepsilon \rightarrow \varphi$ 是一个映射, 称 $T^{\bar{E}}: \varepsilon \rightarrow \varphi, T^{\bar{E}}(\bar{\theta}_i) = T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E}$ 为 T 关于模糊证据 $\bar{E}$ 的修正映射, 称 $T_{[P]}^{\bar{E}}$ 为一个修正的 mass 函数。

定理 7 若 $P(\oplus \{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E} \neq \phi \}) > 0$, 则对 $\forall \bar{A} \in \varphi$, 有

$$(P_T^{\bar{E}})_*(\bar{A}) = \frac{(P_T)_*(\bar{A} \oplus \bar{E}') - (P_T)_*(\bar{E}')}{1 - (P_T)_*(\bar{E}')}$$

$$\text{和 } (P_T^{\bar{E}})^*(\bar{A}) = \frac{(P_T)^*(\bar{A} \& \bar{E})}{(P_T)^*(\bar{E})}$$

证明 因 Ω 是在偏序关系“ $\leq$ ”下 φ 中的最大元素, 从而有 $\{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E} \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E} \leq \Omega \} = \{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E} \neq \phi \}$

由定理 4 可知

$$T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E} \leq \bar{A} \Leftrightarrow T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E} \& \bar{A}' = \phi \Leftrightarrow$$

$$T(\bar{\theta}_i) \& (\bar{E}' \oplus \bar{A})' = \phi \Leftrightarrow T(\bar{\theta}_i) \leq \bar{A} \oplus \bar{E}'$$

$$T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E} \neq \phi \Leftrightarrow T(\bar{\theta}_i) \not\leq \bar{E}' \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \neq \phi$$

所以

$$\oplus \{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E} \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \& \bar{E} \leq \bar{A} \} =$$

$$(\oplus \{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \leq \bar{A} \oplus \bar{E}' \}) \ominus$$

$$(\oplus \{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T(\bar{\theta}_i) \leq \bar{E}' \})$$

$$(P_T^{\bar{E}})_*(\bar{A}) = \frac{P(T_{[P]}^{\bar{E}}(\bar{A}))}{P(T_{[P]}^{\bar{E}}(\Omega))} =$$

$$\frac{P(\oplus \{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T^{\bar{E}}(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T^{\bar{E}}(\bar{\theta}_i) \leq \bar{A} \})}{P(\oplus \{ \bar{\theta}_i \in \varepsilon \mid T^{\bar{E}}(\bar{\theta}_i) \neq \phi \text{ 且 } T^{\bar{E}}(\bar{\theta}_i) \leq \Omega \})} =$$

$$\frac{P(\oplus \{\tilde{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \& \tilde{E} \neq \phi \text{ 且 } T(\tilde{\theta}_i) \& \tilde{E} \leq \tilde{A}\})}{P(\oplus \{\tilde{\theta}_i \in \varepsilon \mid T(\tilde{\theta}_i) \& \tilde{E} \neq \phi \text{ 且 } T(\tilde{\theta}_i) \& \tilde{E} \leq \Omega\})} =$$

$$\frac{P(T_*(\tilde{A} \oplus \tilde{E}')) - P(T_*(\tilde{E}'))}{P(T_*(\tilde{E}))} =$$

$$\frac{(P_T)_*(\tilde{A} \oplus \tilde{E}') - (P_T)_*(\tilde{E}')}{1 - (P_T)_*(\tilde{E}')} =$$

$$(P_T)_*(\tilde{A}/\tilde{E})$$

同理可证

$$(P_{\tilde{F}})^*(\tilde{A}) = \frac{(P_T)^*(\tilde{A} \& \tilde{E})}{(P_T)^*(\tilde{E})} =$$

$$(P_T)^*(\tilde{A}/\tilde{E})$$

该定理一方面证明了由上、下概率定义的模糊条件信任函数是 Dempster 模糊条件规则的推广, 另一方面也清晰地表达了模糊证据与一个信任函数的关系。

本文利用推广的上、下概率给出了模糊证据理论的合理解释, 并用 T 建立了 $\mathcal{F}$ 信息源与 $\mathcal{F}$ 命题空间的联系。另一方面, 利用本文提供的不确定性结构的传递方式, 可以构造模糊证据空间 (θ, ε) 到模糊事件的 δ 代数 φ 的映射 $T: \varepsilon \rightarrow \varphi$, 使用这

样的映射可以表示专家系统中的规则, 并把它所表示的知识用 φ 上的一个 mass 函数刻画。

参考文献:

- [1] 张广全. 模糊值测度论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [2] 段新生. 人工智能证据理论与决策[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1993.
- [3] KRUSE R. Uncertainty and vagueness in knowledge based systems[M]. New York: Springer-Verlag, 1991.
- [4] GUAN J W, BELL D A. A generalization of the Dempster-shafer theory[C]. Proc IJCAI-93, Chambly, 1993: 592 - 597.
- [5] SMETS P. Medical diagnosis: Fuzzy sets and degree of belief[J]. FSS, 1981(5): 259 - 266.
- [6] LINDLEY D V. The probability approach to the treatment of uncertainty in artificial intelligence and expert systems[J]. Stat Sci, 1987, 2: 17 - 24.
- [7] 刘大有, 李岳峰, 唐海鹰. 证据函数的限定化关系[J]. 软件学报, 1996, 7: 216 - 223.
- [8] WU Y G, YANG J Y. On the evidence inference theory[J]. Information Sci, 1996, 89: 245 - 260.

A New Interpretation of Fuzzy Evidence Theory

ZHANG Qian-sheng¹, ZHOU Zou-ling², JIA Bao-guo¹

(1. Department of Mathematics and Computing Science, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;

2. Lingnan College, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: This paper generalizes the concept of random sets presented by Dempster, and discusses the relationship between the uncertainty structure of fuzzy information sources and fuzzy event spaces. The paper also gives a kind of interpretation for the fuzzy evidence theory by the generalized concept of upper and lower probabilities. Meanwhile, it shows that the fuzzy conditioning belief function is, in fact, a generalization of Dempster's rule of fuzzy condition.

Key words: fuzzy evidence theory; belief function; upper (lower) probability; Dempster's rule of condition