

基于振动特性的损伤识别方法的研究进展^{*}

刘济科, 汤 凯

(中山大学应用力学与工程系, 广东 广州 510275)

摘 要: 对基于振动特性的损伤识别方法做了比较详细的综述。介绍了基于振动特性的损伤识别技术的基本问题及其在土木工程中应用的历史发展与现状, 并对有关方法进行了总结和评述。最后指出了基于振动特性的损伤识别方法还需要进一步解决的问题。

关键词: 振动特性, 损伤识别, 工程结构

中图分类号: TU317; O32 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2004) 06-0057-05

目前, 损伤识别技术已经发展并具有了坚实的物理和数学理论基础, 是一门快速发展并具有广阔前景的研究领域。基于振动特性的系统损伤识别方法是目前国内外研究的热点和难题。这是一种全局方法, 需要测得系统的模态参数(如固有频率, 模态振型和模态阻尼), 其基本思想是模态参数是系统物理特性(如刚度, 质量和阻尼)的函数, 因而物理特性的改变与系统动力响应的改变间是相关联的, 可以利用这种关联来识别损伤。这种方法和传统的无损检测技术相比特别适用于大型复杂结构, 已被广泛运用于航空、航天、精密机械以及石油平台、大型桥梁、超高层建筑、大跨度网架等大型土木工程结构中。

本文拟对国内外基于振动特性的土木工程损伤识别的最新研究进展进行评述, 指出了该研究领域中有待解决的一些问题。

1 振动特性的系统损伤识别

系统的特性可以用模态参数和物理参数(主要是刚度和质量参数)进行描述。物理参数是系统特性的直观表述, 可以直接用于评价系统的特性。模态参数也是系统的一个非常重要的特性, 反映结构的质量和刚度分布状态, 如果结构模态参数发生变化, 也能间接反映结构的物理特性的变化。损伤识别作为结构振动反问题, 在识别过程中, 先识别振动模态参数, 再由模态参数识别系统物理参数, 最后选用合理的损伤识别方法比较损伤前后系统的特性可以定性和定量地估计系统的损伤。因此, 损伤

识别按照过程可分为以下3个基本问题: ①模态参数识别, 谭冬梅^[1]对模态的参数识别做了较完整的综述; ②系统动力模型修正, 顾松年^[2]对模型修正方法做了很好的综述; ③损伤识别, 选用恰当方法进行损伤识别的。这几个问题涉及面都非常广, 许多学者为解决这几个问题做了大量工作并取得了大量研究成果。本文仅就第3个问题作重点介绍。

在实际应用中, 基于振动特性的损伤识别方法存在一些困难。第一, 测得的模态参数是一种数据压缩, 是由时程响应估计得到的。之所以进行数据压缩, 是因为模态比时程更容易观察和解释^[3]。然而, 在数据压缩和损伤识别过程会丢失一些结构状态信息, 再加上存在各种误差, 导致最后识别得到的模态参数不能完全代表结构真实动力学性质。第二, 损伤是一种局部现象, 只有高频模态可以得到局部响应的信息, 而低频模态则给出结构整体响应信息, 对局部响应不敏感。要产生高频模态非常困难, 且由于高阶模态很密集, 识别有很大困难。

2 损伤识别方法

下面按照是否使用分析模型分类介绍一些常用的模态识别方法, 实际应用中可根据问题的类型予以合理选用。

2.1 无模型识别方法

又称为指纹识别法。利用结构损伤前后自振特性建立指纹, 通过指纹比较可以直观进行损伤识别, 其最大优点是可不依赖分析模型, 但须提供实际结构的未损伤情况下的振动信息。该法早期是利用

^{*} 收稿日期: 2004-08-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10102023); 高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划资助项目(2001); 广东省自然科学基金资助项目(031588 001180); 广东省科技计划资助项目(2002C32405)

作者简介: 刘济科(1967年生), 男, 教授, 博士生导师, E-mail: jikelu@hotmail.com

Allemang 等^[4]提出的模态保证准则 MAC (Modal Assurance Criterion) 或它的演变形式进行损伤识别。实质上, MAC 方法是通过构造各阶模态的相关系数矩阵, 并使其迹最大, 从而实现模态匹配。可以看到, MAC 在模态的基础上对信息做了更进一步的压缩, 因此如何使信息在压缩过程中尽可能少地丢失有用信息是该方法成功应用的关键。例如 Möller 等^[5]提出的改进方法, 能更充分地利用 MAC 矩阵中的信息。指纹法简单易行, 是工程界易于接受的方法。

2.1.1 模态法 West^[6]首次利用模态信息确定损伤位置。该法先测得飞机机翼各个部分服役前和服役后的模态, 用 MAC 来确定机翼各个部分服役前后模态的相关程度, 相关程度显著变化的部分就表明该部分有损伤。该法同时也验证了 MAC 法的可行性。Fox^[7]研究发现 MAC 法对损伤不够敏感, 改进提出了节线模态保证准则 (Node Line MAC)。该法将测量点置于某阶模态的节线 (点) 处, 这样得到的 MAC 对损伤更敏感。并研究了将振型节点和振型位移最大值联系起来的损伤识别方法和按比例改变振型形状的方法, 比例改变后能更好地从模态图上直接识别损伤。Ratcliffe^[8]用模态的 Laplace 算子的有限差分近似法来识别损伤, 提出了梁损伤定位的一种方法。

2.1.2 曲率模态和应变模态法 根据位移和应变关系, 每一阶位移模态对应一阶应变模态。当结构损伤时, 损伤位置附近产生较明显的应力重分布, 引起应变模态发生较大变化, 通过比较前后应变模态可以判断损伤位置。通常用于梁、板、壳等结构的损伤识别。这些结构的曲率同弯矩和刚度间有着直接的关系, 从而可以根据各阶模态曲率变化进行损伤检测。Pandey 等^[9]指出, 模态曲率的改变能够很好地表征损伤。模态曲率可以由模态通过差分法计算得到。虽然他们当时是在梁有限元模型上计算得出这个结论的, 实际应用中不必依赖分析模型。Stubbs 等^[10]提出了一种将结构划分成若干单元, 用单元的损伤前后各阶模态应变能之和的比值作为损伤指标来确定损伤位置的新方法。其中, 单元的各阶模态应变能可根据模态曲率计算得到。Salawu 等^[11]证明, 用试验数据得到的曲率改变并非总能很好地表征损伤, 并指出成功识别的关键在于分析中将使用哪些阶模态。董聪^[12]提出结构应变模态是位置坐标的单调函数适合于损伤定位。Ratcliffe^[13]用基于曲率和频率的实验方法识别结构损伤。该法实验测得的频率响应函数得到位移 (频率的函数), 推得曲率, 利用曲率作为损伤指标。实例表明该法能够正确识别仅 0.8% 梁高的锯口的损伤。李德葆等^[14]

讨论了承弯结构曲率模态与应变模态之间的关系。推导了曲率模态正交性和叠加性等特性。认为曲率模态表达式比应变模态表达式更简洁, 且梁式结构的曲率与刚度有直接关系, 因而使用起来更直接更方便, 并给出了根据振型计算曲率的实用公式。

但应该指出, 应变、曲率模态在实际应用中有 2 个问题。①高阶模态比低阶模态振型更易于识别结构损伤, 而实测一般不能获得较为精确的高阶模态; ②模态误差对识别结果影响很大, 有时测量误差与结构局部变化引起的模态变化量相当。

2.1.3 能量法 Shi 等^[15]提出了基于模态应变能改变率 MSECR (modal strain energy change ratio) 识别损伤的方法。该法仅需试验模态振型和单元刚度矩阵信息就可以准确识别单、多个结构损伤, 而无需未损结构信息。在桁架和框架两个算例中考虑了环境噪声、测量误差和模态测量不完整等不利因素影响, 证明了该法容错性、实用性和对损伤的敏感性。Cornwell 等^[16]将梁式结构模态应变能损伤识别方法推广到了二维弯曲的板式结构损伤识别, 并研究了相应算法。该算法仅需结构损伤前后的模态。该法可以仅根据前若干阶模态准确识别板上某个区域内最低到 10% 的损伤, 并用分析模型和试验进行了验证。

2.2 基于模型识别方法

这种方法需要建立分析模型, 通过比较分析模型和试验结果来识别损伤位置, 并定性或定量识别损伤的程度。在实际大中型土木工程损伤检测中, 绝大部分采用基于分析模型的损伤识别方法, 如香港的青马大桥健康监测^[17]。该方法的前提是建立一个好的有限元分析模型和较为精确的预测实结构体的动力响应。

2.2.1 频率法 该方法早在上世纪 70 年代就广泛应用于海上石油平台的损伤识别, 限于当时的技术条件和问题的特殊性, 这种方法的成功率很低。其主要优点是频率与其它模态性质相比受外界因素影响小便于精确测量, 其明显的局限性是频率对损伤灵敏度不高。Cawley 等^[18]提出了一种根据频率的改变来检测复合材料损伤的方法。他们将不同阶的模态频率变化的比值 ω_i / ω_j 作为损伤指标 (ID)。基于 FEM 模型, 分析可能损伤位置的指标值 (ID Ai), 并与测量数据算得的指标值 (ID X) 做比较。当满足 $\min |ID Ai - ID X|$ 时, 分析损伤位置 i 就是实际损伤位置, 但这种方法只考虑了单个损伤。Fox^[19]研究了一根梁的数值和试验结果, 试验数据表明当梁上有锯口时某些阶模态频率反而略微增加。这是测量模态频率的方法不够精确导致的, 并认为频率不

是好的损伤指标。Srinivasan 等^[20]还对板损伤进行了研究,得到了与 Fox 类似的结论。Penny 等^[21]将各种损伤情况下,分析和试验得到的各阶模态频率变化作为 2 个向量,用最小二乘法对分析和试验结果进行匹配实现损伤识别。Farrar 等^[22]的研究表明,频率变化对高速公路桥的损伤不灵敏,即使全桥截面刚度减少 21%,模态频率亦无显著变化,须求助于高精度测量仪器。认为频率主要表征结构的整体性质,不能识别损伤的位置和程度。Juneja 等^[23]提出了一种对比最大化 (contrast maximization) 方法。该法把各种损伤结构的响应数据库同实际结构响应对应起来,从而定位损伤。他们还提出了损伤探测的一种预测方法。

上述这些频率方法都是已知损伤 (各种损伤假设) 求出结构固有频率,与试验测得固有频率做某种比较来判断损伤的出现、位置,一般不能识别损伤程度,属于损伤识别的正问题。相应地,反问题常常可以看作模型修正法的实际应用。原理是原模型参数存在误差,用试验结果来找出原结构参数的不准确部分就确定了损伤部位。Stubbs 等^[24]在文 [18] 的工作基础上,进一步提出了一种基于频率变化灵敏度的损伤识别方法。计算每阶模态的每一结构单元 p 的误差函数 e_p ,假定只有一个单元损伤,则使误差最小的单元就是有损伤单元。该法的缺点是计算量大且依赖准确的数值模型。Heam 等^[25]提出了一种利用多阶模态频率改变,先识别损伤位置再识别损伤程度。该法假设损伤不改变质量矩阵并忽略二阶项。通过动力特征方程将第 i 阶模态频率改变的平方与单元刚度矩阵的改变以及单元刚度矩阵损伤指标联系起来,推导得到频率改变的平方是损伤指标和损伤位置的函数,其比值只与损伤位置有关。确定损伤位置后,计算损伤指标从而确定损伤程度。

用频率法进行损伤识别的研究表明,仅仅用模态频率来识别损伤是不够的,尤其是在损伤位置的确定方面。这是因为,频率尤其是通常测得的前几个低阶频率是一种全局信息,而损伤一般是一种非常局部的现象,这给识别带来了较大困难。例如,结构不同部位的损伤可能造成相近的频率变化,表明频率不包含损伤位置信息。将不同阶的模态频率相关联虽然可以提供损伤位置信息,但研究表明由于频率变化对损伤的不敏感以及误差的存在和损伤情况的复杂性,该法识别结果并不令人满意。

2.2.2 柔度法 工程实际中,一般仅能测出结构的前若干阶模态,如果直接计算刚度或柔度矩阵会产生模态截断误差。由于结构固有频率随结构模态阶

数增加而增长,计算柔度矩阵比刚度矩阵模态截断误差要小得多。早期的研究是用正则化的柔度参数监测海上石油平台。认为柔度参数对质量改变不敏感,适合用于石油平台监测。Lin^[26]提出了单位检测法用于确定模型损伤位置。该法基本思想是:测量柔度矩阵与分析刚度矩阵的乘积应该得到单位矩阵。Pandey 等^[27]提出了一种基于柔度改变的结构损伤定位方法。数值和试验结果表明仅用前 2 阶模态就可以确定损伤位置。

2.2.3 模型修正法 模型修正法的提出是为了建立更准确的有限元模型,损伤识别是其特例。结构发生损伤时,结构的未损模型 (假设是精确的) 已不适合新的测量结果,修正模型过程中发现的不准确部分表明该处有损伤。该法在数学上属于反演问题,由于测量模态较少,方程数少于未知数,约束不足,要求解只能添加约束方程。常用的约束条件有矩阵的对称性、稀疏性和正定性条件。求解方法有 3 类:矩阵优化修正法、灵敏度修正法、特征结构配置法。Baruch 等^[28]基于最小范数概念,用试验测得的振动特性修正结构刚度矩阵。Zimmelman 等^[29,30]基于振动的特征结构配置法提出了一种算法用于损伤位置识别。该法有很高的计算效率,采用最小秩修正理论确定损伤程度。最小范数法的缺点是对整个刚度矩阵进行修正,而损伤是局部的,给这种方法带来困难。Doebeling^[31]指出,在损伤识别中,最小秩法优于最小范数法。灵敏度修正法是基于泰勒级数展开的一种损伤识别方法。Hemez^[32]讨论了灵敏度修正的各种方法及其分类,各方法区别在于灵敏度矩阵的计算。对试验灵敏度,可用模态参数正交关系计算其导数。解析灵敏度方法则需对刚度和质量矩阵的导数进行计算,它对数据干扰和参数扰动的敏感性不如试验灵敏度矩阵。Sanayei 等^[33]讨论有关算法对噪声的灵敏度,研究了所选择的测量自由度对识别参数误差的影响,提出了一种试凑法,减少对基本刚度参数很灵敏的自由度。Wong 等^[34]提出了一种基于特征参数灵敏度分析的摄动方法,用于多层建筑损伤识别。用损伤指标向量指示损伤位置和定性的损伤程度。Lam 等^[35]提出了框架结构损伤识别方法。该法用 APC (approximate parameter change) 和 DSM (damage signature matching) 两种方法结合进行损伤定位,可以定性确定损伤程度。刘济科等^[36]将固有频率和固有模态灵敏度分析相结合,利用泰勒级数展开及最小二乘法,直接求解损伤指标。

实际应用中,灵敏度修正法计算量很大。王柏生等^[37]先用损伤指标确定损伤位置,再用灵敏度法确定损伤程度,降低了计算量。

3 损伤识别方法中的关键问题和展望

诸多识别方法遇到的困难主要有: ①信息不足。通常只能得到结构前几阶模态, 且在对时程响应压缩的过程中丢失了一部分有用信息。测点不足和测点位置不当也是信息不足的重要因素, 例如无测点区域损伤用曲率模态法无法识别。②信息太复杂。结构振动信息非常复杂, 模态和频率从本质上说是属于结构的宏观信息, 利用它们实现比较精确的损伤定位是非常困难的, 复杂结构尤其如此, 目前大部分研究成果仍集中于简单的梁式结构损伤识别。③信息的不确定性。许多方法都依赖于动力测试的精度。模型误差、测量误差、数据处理误差常常“淹没”了损伤信息。此外, 一些计算方法如振型扩阶、模型缩聚、测点插值等不可避免地会带来误差, 增加信息不确定性。④获得基准模型的困难。不论有模型还是无模型损伤识别方法, 大都需要提供未损结构信息, 显然这在实际应用中有一定困难。基于以上困难, 我们认为尚待进一步研究的一些问题有:

(1) 传感器优化布置方法。目前的优化方法大都依赖总体分析模型, 有分析模型的误差直接导致优化算法失效。因此, 减少对模型依赖的优化方法很有发展前景。

(2) 环境振动条件下系统识别方法。与机械结构不同, 土木工程结构最好的激振源是环境振动。模态参数识别精度是成功进行损伤识别的关键。任伟新^[38]概述了各种系统识别方法。

(3) 寻找更优秀的损伤指标。要求对损伤非常敏感, 在损伤初期就能准确识别损伤的发生和位置, 同时不依赖于未损结构信息。

(4) 将人工神经网络技术应用于损伤识别。传统的数学模型对误差非常敏感, 而神经网络对噪声和不完整信息具有低敏感性, 并且具有自动特征提取能力, 值得深入研究。

(5) 充分利用间接的损伤信息。医生诊断病人需要了解其病史, 同样, 损伤识别如能将已知的损伤情况及其结构响应信息考虑进去, 就能更准确的估计损伤, 例如贝叶斯概率方法^[39]等。

(6) 目前大部分方法是针对梁式结构损伤识别的, 框架结构、板和壳损伤识别期待更多的研究, 将识别方法实用化。

(7) 发展能够进行实时监测的识别方法。国内许多大型结构健康监测数据日积月累, 尚无有效方法进行处理。

(8) 建立基准结构模型。损伤识别方法对比性

研究缺乏基准, 需要建立一个基准结构模型, 突出显现不同方法的优缺点, 如 IASC—ASCE 结构健康监测工作组建立的基准结构模型^[40]。

参考文献:

- [1] 谭冬梅. 振动模态的参数识别综述[J]. 华中科技大学学报, 2002, 19(3): 73—78.
- [2] 顾松年. 结构动力修改的发展与现状[J]. 机械强度, 1991, 13(1): 1—9.
- [3] EWINS D J. Modal testing: theory and practice[M]. New York: John Wiley, 1984.
- [4] ALLEMANG R J, BROWN D L. A correlation coefficient for modal vector Analysis[C]. Proc. of the 1st IMAC, Orlando, Florida, November 1982; 110—116.
- [5] MÖLLER P W, FRIBERG O. An Approach to the mode pairing problem [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1998, 12(4): 515—523.
- [6] WEST W M. Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in a test specimen[C]. Proc of the Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity, 1984; 1—6.
- [7] FOX C H J. The location of defects in structures: A comparison of the use of natural frequency and mode shape data [C]. Proc of the 10th IMAC, 1992; 522—528.
- [8] RATCLIFFE C P. Damage detection using a modified laplacian operator on mode shape data[J]. J Sound and Vibration, 1997, 204(3): 505—517.
- [9] PANDEY A K, BISWAS M, SAMMAN M M. Damage detection from changes in curvature mode shape [J]. J Sound and Vibration, 1991, 145(2): 321—332.
- [10] STUBBS N, KIM J T, TOPOLE K. An efficient and robust algorithm for damage localization in offshore platforms[C]. Proc ASCE 10th Structures Congress, 1992; 543—546.
- [11] SALAWU O S, WILLIAMS C. Damage location using vibration mode shape[C]. Proc 12th IMAC, 1994; 933—939.
- [12] 董聪. 基于动力特性的结构损伤定位方法[J]. 力学与实践, 1999, 21(4): 62—63.
- [13] RATCLIFFE C P. A frequency and curvature based experimental method for location damage in structures [J]. J Vibration and Acoustics, 2000, 122(3): 324—329.
- [14] 李德葆, 陆秋海, 秦权. 承弯结构的曲率模态分析[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, 42(2): 224—227.
- [15] SHI Z Y, LAW S S, ZHANG L M. Structural damage localization from modal strain energy change [J]. J Sound and Vibration, 1998, 218(5): 825—844.
- [16] CORNWELL B, DOEBLING S W, FARRAR C R. Application of the strain energy damage detection method to plate like structures [J]. J Sound and Vibration, 1999, 224(2): 359—374.
- [17] 王柏生, 倪一清, 高赞明. 青马大桥桥板结构损伤位置识别的数值模拟[J]. 土木工程学报, 2001, 34(3): 67—73.
- [18] CAWLEY P, ADAMS R D. The locations of defects in structures from measurements of natural frequencies [J]. J

- Strain Analysis 1979, 14(2): 49—57.
- [19] FOX C H J. The location of defects in structures: A comparison of the use of natural frequency and mode shape data[C]. Proc the 10th IMAC, 1992: 522—528.
- [20] SRINIVASAN M G, KOT C A. Effects of damage on the modal parameters of a cylindrical shell[C]. Proc the 10th IMAC, 1992: 529—535.
- [21] PENNY J E T, WILSON D A L, FRISWELL M I. Damage location in structures using vibration data[C]. Proc the 11th IMAC, 1993: 861—867.
- [22] FARRAR C R, BAKER W E, BELL T M, et al. Dynamic characterization and damage detection in the interstate 40 bridge over the rio grande[R]. Los Alamos National Laboratory Report LA—12767—MS, 1994.
- [23] JUNEJA V, HAFIKA R T, CUDNEY H H. Damage detection and damage detectability: Analysis and experiments[J]. J Aerospace Engineering, 1997, 10(4): 135—142.
- [24] STUBBS N, OSEGUEDA R. Global non-destructive damage evaluation in solids[J]. Modal Analysis, 1990, 5(2): 67—69.
- [25] HEARN G, TESTA R B. Modal analysis for damage detection in structures[J]. J Structural Engineering, 1991, 117(10): 3042—3063.
- [26] LIN C S. Location of modeling error using modal test data[J]. AIAA, 1990, 28: 1650—1654.
- [27] PANDEY A K, BISWAS M. Damage detection in structures using changes in flexibility[J]. J Sound and Vibration, 1994, 169(1): 3—17.
- [28] BARUCH M, HIZHACK I Y B. Optimum weighted orthogonalization of measured modes[J]. AIAA, 1978, 16(1): 346—351.
- [29] ZIMMERMAN D C, WIDENGREN W. Model correction using a symmetric eigenstructure assignment technique[J]. AIAA, 1990, 28: 1670—1676.
- [30] ZIMMERMAN D C, KAOUK M. Structural damage detection using a minimum rank update theory[J]. J Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME, 1994, 116: 222—231.
- [31] DOEBLING S W. Minimum rank optimal update of elemental stiffness parameters for structural damage identification[J]. AIAA J, 1996, 34(12): 2615—2621.
- [32] HEMEZ F M. Theoretical and experimental correlation between finite element models and modal tests in the context of large flexible space structures[D]. Boulder: University of Colorado, 1993.
- [33] SANAYEI M, ONIPEDE O, BABU S R. Selection of noisy measurement location for error reduction in static parameter identification[J]. AIAA, 1992, 30(9): 2299—2309.
- [34] WONG C W, CHEN J C, TO W M. Perturbation method for structural damage detection of multi-story buildings[C]. Proc the International Conference on Structural Dynamics, Vibration Noise and Control, 1995: 1363—1368.
- [35] LAM H F, KO J M, WONG C W. Localization of damaged structural connections based on experimental modal and sensitivity analysis[J]. J Sound and Vibration, 1998, 210(1): 91—115.
- [36] 刘济科, 李雪艳. 基于灵敏度分析的机械系统损伤识别方法[J]. 机械科学与技术, 2002, 31(3): 456—459.
- [37] 王柏生, 倪一清, 高赞明. 青马大桥桥板结构损伤位置识别的数值模拟[J]. 土木工程学报, 2001, 34(3): 67—72.
- [38] 任伟新. 环境振动系统识别方法的比较分析[J]. 福州大学学报, 2001, 29(6): 80, 85.
- [39] SOHN H. A bayesian probabilistic approach to damage detection for civil structures[D]. Stanford: Stanford University, 1999.
- [40] JOHNSON E A, LAM H F, KATIFYGIOTIS L. A benchmark problem for structural health monitoring and damage detection[C]. Proc the 14th ASCE Engineering Mechanics Conference. Austin, Texas, 2000.

Advances of Vibration based Damage Identification Methods

LIU Ji ke, TANG Kai

(Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: Detection, location and qualification of damage in engineering structures are very important topics of research, due to increasing demands for quality and reliability. The research effort to use changes in vibrational modal parameters (frequencies and modes) to identify structural damages in civil engineering has increased during recent two decades. Vibration based damage identification methods are summarized in the present paper. Some basic problems of vibration based damage identification technology and the past, current applications of the technology to civil engineering are discussed. Comments on some current methods in the literature are made. Critical issues for future research in the area are also presented.

Key words: vibration characteristics; damage identification; engineering structure