

基于细分优化方法的织物模拟^{*}

高成英¹, 刘 宁¹, 罗笑南¹

(中山大学计算机应用研究所, 广东 广州 510275)

摘 要: 提出一种基于插值细分造型的织物模拟算法。通过对织物物理和几何属性分析, 构造出一个带约束的几何模型, 在改进的四点插值细分造型基础上, 通过动态细分网格并结合曲面优化调整以达到高效模拟柔性织物自然行为的目的。克服了以往仿真方法中求解物理模型复杂、模拟过程难以控制的缺陷, 简化了计算模型, 提高了计算效率。最后, 以织物模拟为例说明该算法的实现。

关键词: 柔性物体; 织物模拟; 细分曲面; 几何约束

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2004) 02-0017-04

织物仿真在计算机动画、电脑游戏和三维服装模拟等领域有着广泛的应用, 近年来吸引了众多学者对此进行深入研究。现有的仿真技术分为 3 类: 几何、物理和混合方法, 其中基于物理模型的方法, 虽然计算复杂度高, 但能产生逼真模拟效果, 因而得以广泛发展。Terzopoulos 等^[1]建立的弹性变形模型, 成功模拟了柔性体对外力的动力学响应。Provot 等^[2]采用经典质子/弹簧模型, 通过求解微分方程对虚拟人模着装过程进行模拟。模型简单, 但精度较差。Breen 等^[3]利用能量最小化原理, 求解出具有最小能量时织物形态。Baraff 等^[4]提出了隐式积分方法。该方法克服了显式方法中步长太小, 计算不稳定的弊端, 极大地缩短了仿真时间。然而该方法在迭代时仍需求解一个大型稀疏线性矩阵的逆矩阵, 计算十分复杂。国内在这方面, 也做了许多有益的研究^[5-7]。

针对物理模型模拟方法存在的模拟运算量大、过程难以控制, 本文提出一种基于细分优化造型的模拟算法。该算法根据织物物理属性, 构造出基于几何约束模式表述的物体能量函数, 利用细分方法并结合曲面优化方法对织物自然形态进行模拟, 从而达到简单、高效模拟柔性体形态的目的。

1 算法思想

对织物进行模拟, 一般将织物离散为一系列质点构成网格形式。通过这种离散方式来模拟连续物体, 简化了计算, 且便于分析物体内部机械属性。但网格离散的疏密程度直接影响到模拟的精确性和

计算复杂度: 分割过疏, 不能精确模拟织物行为; 分割过密, 则大大增加模拟过程的计算量。而用细分算法生成的层次网格表示织物, 可在模拟过程中, 根据不同精度和速度要求, 动态选取不同细分层来表示柔性物体, 有效避免以往网格分割的盲目性。

本文提出的细分优化织物模拟算法, 首先将织物离散成粗糙的四边形初始网格, 再根据织物物理与几何特性确定优化目标函数, 利用细分曲面和能量优化造型方法相结合, 对初始网格进行网格逐层加密和调整, 使离散网格达到能量最小位置, 从而模拟出织物的自然状态。

1.1 织物细分曲面表示

细分方法是近年来应用十分广泛的一种曲面造型方法。在 1998 年的 SIGGRAPH 会议中, DeRose 利用 Catmull-Clark 细分曲面生成了动画短片中人物的服饰, 模拟效果逼真, 引起了巨大轰动。但由于该方法虽具有较好的光滑性质, 却不能满足插值给定关键点, 为此 DeRose 等提出了一些独特的剖分模式, 来实现尖点, 棱边等特殊效果, 但方法较为复杂, 不利于简单应用和推广。

四点细分曲面是由 Dyn^[8]提出的四点法插值曲线的张量积推广而成, 生成的细分曲面是具有 C^1 连续的四边形网格上的插值曲面。其生成的细分网格可经过给定的插值点, 能更好保留柔性织物的形状特征; 其四边形网格细分的特性, 能自然地反映织物经向和纬向编织结构, 易于通过网格点间距离的变化来建立几何约束形式的物体能量函数, 反映

* 收稿日期: 2003-06-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60273063)

作者简介: 高成英 (1972 年生), 女, 博士, 讲师; E-mail: mcsgcy@zsu.edu.cn

织物能量变化。且其数据结构非常简单,易于计算机实现。因而本文选择了四点细分曲面来构造织物外形。

1.1.1 初始控制网格及边界点的生成 首先将连续织物离散为初始四边形网格,离散方法参见文[9]。为使生成的细分网格通过所有网格点,必须补充网格边界点,其边界点的生成可由 Kobbelt^[19]提出的四点细分曲线边界点方法推广得到。

1.1.2 细分网格点生成 将织物离散点阵和自然边界点作为细分网格第 0 步,记为 $P_{i,j}^0; i=-2, \cdots, n+2, j=-2, \cdots, m+2$,则由 k 步网格点集细分一层得到 $k+1$ 步网格点集的方法为:先沿 i 下标,应用四点插值曲线法,在点与点之间,插入新点, $i=-1, \cdots, 2^k n, j=-2, \cdots, 2^k m+1$;然后再沿 j 下标,应用四点插值曲线法,插入新点。最后产生的 $k+1$ 层的网格点集为,其中 w 的取值一般为 $1/16$:

$$\begin{cases} P_{2i,2j}^{k+1} = P_{i,j}^k, \\ -1 \leq i \leq 2^k n + 1, -1 \leq j \leq 2^k m + 1 \\ P_{2i,2j}^{k+1} = \\ \left[\frac{1}{2} + w \right] (P_{i,j}^k + P_{i+1,j}^k) - w(P_{i-1,j}^k + P_{i+2,j}^k) \\ -1 \leq i \leq 2^k n, -1 \leq j \leq 2^k m + 1 \\ P_{i,2j+1}^{k+1} = \\ \left[\frac{1}{2} + w \right] (P_{i,2j}^{k+1} + P_{i,2j+2}^{k+1}) - w(P_{i,2j-2}^{k+1} + P_{i,2j+4}^{k+1}) \\ -1 \leq i \leq 2^k n + 1, -1 \leq j \leq 2^k m \end{cases}$$

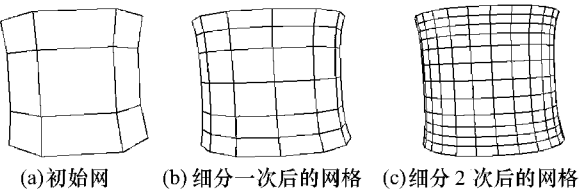


图 1 细分曲面构造
Fig. 1 Subdivision surface

1.2 织物约束几何模型建立

本文从织物的结构特征与几何表示出发,根据其能量变化后几何形态发生的改变,构造其几何性质的能量模型作为目标函数,并结合相应约束条件,运用最优化方法来模拟织物的状态。

(1) 织物能量优化造型方法采用如下数学模型描述:

$$\begin{cases} \min_p f(p) \\ \text{s.t. } c(p) \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$
$$\quad (2)$$

其中, P 是织物被离散后形成的网格点 p_i 的集合,

$f(p)$ 是目标函数。 $c(p)$ 是相应约束条件。柔性物体在静止状态时所具有的能量为势能和内能之和。基于几何性质的能量模型目标函数可表示为如下形式:

$$f(p) = \sum_{i=1}^n p_{i3} + \sum_{j \in J} \frac{1}{2w} L_j(p)^2 \quad (3)$$

其中, n 为网格点数目, P_{i3} 表示每一网格点的高度值, $L_j(p) = 0$, 表示基于惩罚的几何约束函数。织物在受到外力后,其几何形状的变化可以用几何约束函数来反映。因织物在外力作用下,长度和面积一般不会发生大的变化,因此可以建立长度约束函数、面积约束函数等来表示。 w_j 为约束函数的权因子,对于材质不同的柔性体,受力后产生的形变大小也是不同的。为模拟出不同类型柔性体受力后的形变效果,可通过设定不同的权因子来进行调整。当权因子 w 取值较大时,对应于物体弹性系数较小,允许物体形变程度较大,当 w 取值较小时,对应于物体弹性系数较大,物体形变程度较小。实际模拟中的取值可通过测试物体属性得到。

(2) 织物受力时所产生的形变可分为拉伸、弯曲和剪切形变,根据其物理特性和四边形网格的剖分方式,可采用以下 3 个几何约束来表示:

1.2.1 拉伸约束 拉伸变形可模拟织物在受到拉伸力(或排斥力)作用后,所产生的形变效果,通过约束相邻网格点间的距离进行描述。

$$\sum_i \sum_j \left[\frac{1}{2w_{\text{stretch}}} (\|P_{ij+1} - P_{ij}\| - U_0)^2 + \frac{1}{2w_{\text{vstretch}}} (\|P_{i+1j} - P_{ij}\| - V_0)^2 \right]$$

其中, $w_{\text{stretch}}, w_{\text{vstretch}}$ 分别为经向和纬向的拉伸约束权因子, U_0, V_0 为相邻网格点间的初始距离。

1.2.2 剪切约束 剪切变形是由于施加了不垂直于物体表面方向的力,导致织物相邻部分相互滑动而引起的,可通过约束网格控制点对角线距离进行描述。对每 4 个点构成的区域,由于一条对角线的伸长是以另一条的缩短为代价,所以可仅对一条对角线的长度进行限制,以加快模拟速度。

$$\sum_i \sum_j \frac{1}{2w_{\text{shear}}} (\|P_{i+1j+1} - P_{ij}\| - L_0)^2$$

其中, w_{shear} 为剪切约束的权因子, L_0 为对角线上两点间的初始距离。

1.2.3 弯曲约束 弯曲形变是织物柔软质感的重要反映,可通过约束经向、纬向间隔网格点间的长度进行描述。

$$\sum_i \sum_j \left[\frac{1}{2w_{\text{bend}}} (\|P_{i+2j} - P_{ij}\| - u_0)^2 + \right]$$

$$\frac{1}{2w_{\text{bend}}} \| P_{j+2} - P_j \| - v_0^2 \Big]$$

其中， w_{bend} 、 w_{bend} ，为经向和纬向的弯曲约束权因子， u_0 、 v_0 为经向和纬向间隔网格点间的初始距离。

(3) 细分、优化方法求解织物最小能量位置点:

不失一般性，下面以求解经 k 次细分后的网格优化问题为例说明求解过程。设 P^k 表示初始网格 P^0 经过 k 次细分之后的控制网格，由于 $c_l(p)$ 碰撞约束为不等式约束形式，为保证算法的全局收敛，采用 Cominetti 等^[11] 提出的指数惩罚函数法，碰撞约束函数以 $r \exp \frac{c_l(p)}{r}$ 来描述，则该细分网格层的无约束能量最小化表达式为：

$$\min_{p \in P^k} f_r(p) = \sum_{i \in P^k} P_{\text{B}} + \sum_{i \in P^k} \frac{1}{2w_j} L_{ij}(p)^2 + r^k \sum_l \exp \frac{c_l(p)}{r^k} \tag{4}$$

对方程 (4) 求 $f_r(p)$ 的梯度向量， $\nabla f_r(p)=0$ 的解即为当前控制网格的能量最小位置点^[11]。在实际模拟中，一般只需解出其 ϵ^k 逼近解，即： $\| \nabla f(p) \| \leq \epsilon^k$ (ϵ^k 是优化精度)，便可保证该问题全局收敛性^[12]，随着 $\epsilon^k \rightarrow 0$ ， $r^k \rightarrow 0$ ，网格点 P^k 沿着一个可微的轨迹到达其能量最小位置点。在实际模拟过程中，为满足精度/速度要求，可以灵活选择细分曲面和网格优化调整的结合方式，动态调整网格优化精度大小，直接控制曲面收敛速度和精确度。

2 实验与结果分析

2.1 不同限制权因子下模拟效果对比

对上文建立的织物模型，通过选取不同约束权因子，可模拟出具有不同材质的柔性体形态。下面设置了不同权因子来对比模拟橡胶与棉布落在圆球上的现象。初始物体被水平放置于球体上端，初始网格大小为 8×8 ，细分一次后，形成的网格大小为 15×15 ，优化精度为 10^{-2} 。相应权因子及模拟效果如下：

表 1 约束权因子
Tab 1 Constraint weight vales

项目	w_{weft}	w_{weft}	w_{weft}	w_{weft}
橡胶	0.25	0.25	0.25	0.50
棉布	0.5	0.5	0.5	5

2.2 不同优化精度序列下模拟效果对比

通过调整给定细分层相应的模拟精度值，来满足不同模拟精度/速度要求。对给定的优化精度 ϵ ，



图 2 不同约束权因子下模拟效果对比
Fig 2 Contrast of simulation effects with different constraint weight values

为提高模拟精度/速度，采取如下模拟方案：在优化求解过程中，在 $(0 \sim \epsilon)$ 区间中递增/递减选取优化精度 ϵ' 作为当前能量优化精度，进行曲面调整。这样，当要求较高模拟精度时，可通过逐渐提高优化精度，避免粗剖分网格在高精度优化调整时所产生的大形变；当要求较高模拟速度时，可通过逐渐降低优化精度，避免高密度剖分网格在高精度优化调整时的大量计算。需注意的是，约束权因子的取值一般应大于 10^{-2} ，否则极易造成病态方程，导致网格点发散。

下面以模拟一块悬挂的布为例，通过在模拟中采用不同的优化精度序列进行对比，结果如图 3。

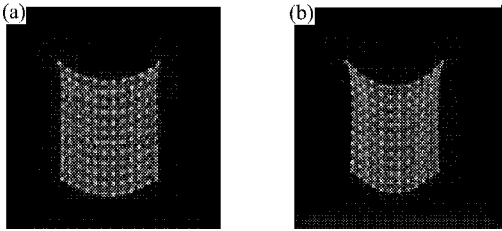


图 3 不同优化精度序列下模拟效果对比
Fig 3 The contrast of simulation effects with different optimization precision

- (a) 优化精度序列 $[10^{-2}, 10^{-3}]$ ，耗时 284.9 s
- (b) 优化精度序列 $[10^{-3}, 10^{-2}]$ ，耗时 31.8 s

3 结 论

本文提出一种模拟织物形态的通用算法，方法利用插值细分方法以层次网格来表示柔性织物，但不能较好地保留织物的形状特征，且在模拟过程中，可利用细分网格层次性的特点，根据模拟精度和速度的要求，动态选取不同细分网格层进行优化调整。从几何约束角度描述织物受力变化，来构造优化目标函数，表达形式更简洁。通过构造不同的几何限制函数，很容易将本算法应用到对其它类型柔性体的模拟中。算法将细分曲面和能量优化造型方法有机地结合，有效提高了模拟的灵活性，降低了计算量。本文提出的算法已在 VC++ 平台上全

部得以实现。实际应用表明，该方法能较好模拟织物自然形态，并较以往算法在效率上有较大提高。下一步工作主要是基于该模型的三维服装着装效果模拟研究。

参考文献：

[1] TERZOPOULO D, PLATT J, BARR A, et al. Elastically deformable models [J] . Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH), 1987, 21(4): 205—214.

[2] PRPVPT X. Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior[J] . Graphics Interface, 1995: 141—155.

[3] BREEN D E, HOUSE D H, WOZNY M J. Predicting the drape of woven cloth using interacting particles[M] . New York: Proc Siggraph, ACM Press, 1994: 365—372.

[4] BARAFF D, WITKIN A. Large steps in cloth simulation[J] . Computer Graphics 1998: 43—54.

[5] 樊劲, 周济, 王启付, 等. 基于弹簧质点模型的二维/三维映射算法[J] . 软件学报, 1999, 10(2): 140—148.

[6] 陈、徐乃平. 采用能量法进行真实感布仿真[J] . 软件学报, 2001, 12(2): 303—308.

[7] 成迟慧, 石教英, 徐迎庆, 等. 基于物理模型的窗帘运动实时动画[J] . 软件学报, 2000, 11(9): 1228—1236.

[8] LEVIN D. A 4-point interpolatory subdivision scheme for curve design[J] . Computer Aided Geometric Design, 1987 (4): 257—268.

[9] 刘宁, 高成英, 罗笑南. 柔性织物三维动态模拟中的网格剖分研究[J] . 中山大学学报(自然科学版), 2002, 41 (5): 105—107.

[10] KOBBELT L. Interpolatory subdivision on open quadrilateral nets with arbitrary topology //Proceedings of Eurographics 96 Computer Graphics Forum[C] . 1996: 409—420.

[11] COMINETTI R, DUSSAULT J P. A stable exponential penalty algorithm with super-linear convergence. J. O. T. A, 1994.

[12] DUSSAULT J P. Numerical stability and efficiency of penalty algorithms[J] . SIAM J Numerical Analysis 1990, 32 (1): 296—317.

Cloth Simulation Based on Subdivision and Optimization

GAO Cheng ying, LIU Ning, LUO Xiao nan

(Computer Application Institute, Sun Yat sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: A general algorithm based on interpolate subdivision surface to simulate stationary flexible cloth is presented. It offers a geometrical model of constraints by combining physical characteristic with geometrical characteristic. And 4-point interpolation subdivision scheme is introduced into optimization process, so predigesting model and improving simulation speed. It is avoided to complex computing of foregoing cloth modeling techniques and hard controlling to simulation process. In the end, a cloth modeling is given to illuminate in detail the algorithm.

Key words: flexible object; cloth simulation; subdivision surface; geometry constraint