

Henon 映射混沌系统的间歇控制与同步^{*}

龚礼华

(达县师范高等专科学校物理系, 四川达州 635000)

摘要: 研究了不同参数的 Henon 映射混沌系统在关联耦合基础上的间歇控制同步问题。在选择合适的间歇控制周期和关联耦合系数的情况下, 可以用很小的控制代价获得满意的同步结果; 仿真结果验证了其有效性。

关键词: Henon 映射; 混沌系统; 间歇控制; 混沌同步

中图分类号: TP271 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2004) 05-0035-04

由于混沌同步在保密通信、扩频通信等领域显示了良好的应用前景, 混沌同步的研究受到了广泛的关注, 并且已经提出了一些同步的方法^[1-8], 如自适应控制方法^[2], 观测器同步法^[3], 神经网络同步法^[6]等。近年来, 两个动力学表达形式及参数相同的系统, 即相同混沌系统的同步问题也倍受关注。由于混沌系统对初值极其敏感, 两个相同参数的混沌系统, 如果其初值相异 (即使相差很小), 它们的运动轨迹也会随时间指数发散。当前混沌运用的一个重要方向, 就是利用这一初值敏感带来的不可预见性和内在随机性, 实现混沌加密通信。

在混沌同步的实际应用中, 必须考虑同步的控制代价问题。本文提出和研究了基于关联耦合的间歇控制同步方法。与连续控制方法相比较, 间歇性的控制方法可以用较低的代价获得预定的同步要求, 且实施便捷。在这种方法中, 通过调整间歇控制周期和系统变量之间的线性关联矩阵, 从而影响系统变量的运动轨迹, 实现对两个初值不同的 Henon 映射混沌系统的同步控制。

1 关联耦合基础上间歇控制同步方法

关联耦合的基本思想是利用相关技术, 把两个混沌系统中的系统变量通过关联矩阵进行耦合, 通过调整耦合强度, 达到同步控制的目的。相关技术以信息论和随机过程理论作为基础。根据随机数据分析方法, 对于平稳随机过程 $\{X_k(t)\}$, 其均值是与 t 无关的常数^[9]。随机变量的数学期望, 也称为平均值, 定义为

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} \xi p_x(\xi) d\xi = X \quad (1)$$

其中, $p_x(\xi)$ 为随机变量 $X = \{x(t); t \in T\}$ 的概率密度函数 (当 t 取离散值时, X 即为离散参量的随机序列)。对于 X_1 和 X_2 两个随机变量, 其相关性表示为

$$E[X_1, X_2] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \xi_1 \xi_2 p_{x_1 x_2}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 \quad (2)$$

如果 X_1 和 X_2 是均值为零且互不相关的随机信号, 根据线性代数和随机过程理论关于相关、内积和互相关函数的定义, 互相关函数 $R_{X_1 X_2}$ 为

$$\begin{aligned} R_{X_1 X_2} &= E[X_1, X_2] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x_1 p(x_1) dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} x_2 p(x_2) dx_2 = \\ &= E[X_1] E[X_2] = R_{X_2 X_1} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

因此, 相关函数是随机变量之间相似程度的度量。可以把两个混沌系统看作 m 维的随机矢量, 为了使两个混沌系统同步, 可以考虑通过一定的变量代换, 将本来不相关的随机过程变为相关, 并将得到的相关矢量反馈回原来的混沌系统, 替代原有的随机矢量, 达到同步效果。方法之一就是可以使用一个线性变换矩阵 (关联矩阵), 将不相关的随机矢量变为相关矢量。

设 X_1 和 X_2 是均值为零且互不相关的 m 维的随机矢量信号, 对其分别进行线性变换, 并构造新的随机信号矢量 X'_1 和 X'_2 , 有

$$X'_1 = B_1 X_1 + B_2 X_2 \quad (4)$$

$$X'_2 = B_3 X_1 + B_4 X_2 \quad (5)$$

B_1, B_2, B_3 和 B_4 为 $m \times m$ 维的变换矩阵 (关联矩阵)。由互相关函数的定义, 新的两个随机信号矢量的相关性为

* 收稿日期: 2004-03-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10175010)

作者简介: 龚礼华 (1946 年生), 男, 副教授; E-mail: xwt7604@126.com

$$R_{X'_1 X'_2} = E[X'_1 X'^T_2] =$$
$$E[(B_1 X_1 + B_2 X_2)(B_3 X_1 + B_4 X_2)^T] =$$
$$E[(B_1 X_1 + B_2 X_2)(X^T_1 B^T_3 + X^T_2 B^T_4)] \quad (6)$$

(6) 式整理得

$$R_{X'_1 X'_2} = B_1 R_{X_1 X_1} B^T_3 + B_1 R_{X_1 X_2} B^T_4 +$$
$$B_2 R_{X_2 X_2} B^T_4 + B_2 R_{X_2 X_1} B^T_3 \quad (7)$$

由 (3) 式, 最终得

$$R_{X'_1 X'_2} = B_1 R_{X_1 X_1} B^T_3 + B_2 R_{X_2 X_2} B^T_4 \quad (8)$$

由上式可知, 当随机矢量 X_1 和 X_2 在所有频率上能量非均匀分布时, 就有 $R_{X'_1 X'_2} > 0$ 。因此, 通过上述变换, 新的随机变量 X'_1 和 X'_2 具有了相关性。对于混沌的驱动和响应系统, 可以通过类似的变量之间的线性转换 (即关联耦合), 增强驱动和响应系统变量间的关联性, 并最终在采用一定的关联强度的情况下, 实现混沌同步。

在上述关联耦合的基础上, 可以进一步进行周期性的间歇控制, 同样可以达到预定的同步结果, 而且可以减少控制代价。本文对 Henon 映射混沌系统的间歇控制与同步进行了研究, 证实了其有效性。

2 数值仿真结果

考虑用 Henon 映射表示的两个系统

$$x_{n+1} = p_0 - x^2_n + 0.3y_n, y_{n+1} = x_n \quad (9)$$

$$f_{n+1} = p_0 - f^2_n + 0.3g_n, g_{n+1} = f_n \quad (10)$$

当 $p_0 = 1.152$ 时, 系统 (9) 和 (10) 都处于混沌状态^[10]。当两个系统的初值不同时, 由于混沌系统的初值敏感性, 两个系统的轨迹是不相干的。此时将系统 (9) 看作驱动系统, 系统 (10) 看作响应系统。采用如下的间歇控制方法实现两个混沌系统的同步。

令

$$\begin{cases} x'_n = a_{11}x_n + a_{12}f_n \\ f'_n = a_{21}x_n + a_{22}f_n \\ y'_n = b_{11}y_n + b_{12}g_n \\ g'_n = b_{21}y_n + b_{22}g_n \end{cases} \quad (11)$$

式中, $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}$ 为关联耦合系数, 即代表了关联耦合的强度。当 $n = N \times k$ (N 为间歇控制周期, $k = 1, 2, 3, \dots$) 时进行间歇同步控制, 将 x'_n, y'_n, f'_n, g'_n 代回系统 (9) 和 (10), 得到受控后的系统方程

$$x_{n+1} = p_0 - x'^2_n + 0.3y'_n, y_{n+1} = x'_n \quad (12)$$

$$f_{n+1} = p_0 - f'^2_n + 0.3g'_n, g_{n+1} = f'_n \quad (13)$$

令系统初值 $x_0 = 0.2, y_0 = 0.3, f_0 = 0.4, g_0 = 0.5, a_{11} = a_{22} = 0.2, a_{12} = a_{21} = 0.3, b_{11} = b_{22} = 0.3, b_{12} = b_{21} = 0.25$, 从迭代次数 $n = 500$ 开始进行间歇同步控制。笔者分别取 $N = 1, 2, 4, 6, 8, 10$ 时, 通过计算机仿真运算得出了相应的同步结果。其中, $N = 1$ 和 $N = 10$ 时的仿真结果分别如图 1 (a) 和图 1 (b) 所示。

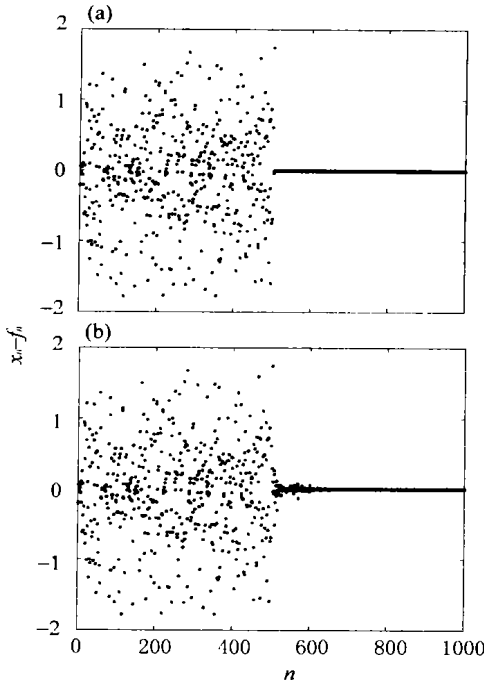


图 1 $N=1$ 和 10 时的混沌同步结果

Fig. 1 The result of chaos synchronization
(a) $N=1$; (b) $N=10$

从数值仿真实验的结果得知, 随着 N 的增大, 施加控制的次数减少, 同步的速度变慢。例如: 当 $N=1$ 时 (此时即为连续控制), 迭代 5 次左右达到了 10^{-5} 的控制精度; 当 $N=8$ 时, 达到同样的同步精度需迭代 60 步左右。虽然采用间歇控制后, 同步速度减慢, 但仍然是可以接受的。

同时, 从本文采用的间歇控制方法可知, 同步的速度和效果不仅与间歇控制周期 N 有关, 而且还依赖于关联耦合系数。我们还可以固定间歇控制周期, 改变关联系数, 或者同时调整这两种变量来达到预定的同步效果。仍然令 $x_0 = 0.2, y_0 = 0.3, f_0 = 0.4, g_0 = 0.5$, 由计算机数值运算得到的部分仿真结果, 如图 2 和图 3 所示 (均从迭代次数 $n = 500$ 开始进行间歇控制)。

图 2 是同时改变间歇周期和关联系数进行间歇控制的结果, 这可以使得控制手段更加灵活。图 3 (a) 至图 3 (c) 是固定间歇周期 $N=8$ 不变, 改变关联系数 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}$ 时的同步结果。可以

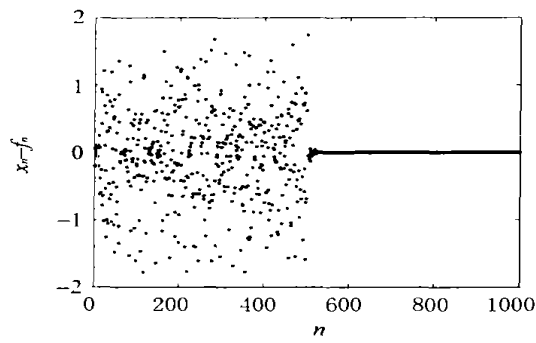


图 2 $N=3$ 时的混沌同步结果

Fig 2 The result of chaos synchronization when $N=3$

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{22} = 0.2, \quad a_{12} = a_{21} = 0.6, \\ b_{11} &= b_{22} = 0.3, \quad b_{12} = b_{21} = 0.8 \end{aligned}$$

看出, 当 $a_{12}=a_{21}=0.05$ 、 $b_{12}=b_{21}=0.1$ 时, 同步效果令人满意。当其他控制变量不变, a_{12} 、 a_{21} 、 b_{12} 、 b_{21} 逐渐增大时, 同步速度明显变慢。当 $a_{12}=a_{21}=0.6$ 、 $b_{12}=b_{21}=0.2$ 时, 已经不能实现同步。这是由于作为间歇控制方法基础的关联耦合的耦合系数 (耦合强度) 是有一定取值范围的。

3 结 论

本文用基于关联耦合的间歇控制方法, 对 Henon 映射混沌系统的同步问题进行了研究。计算机数值仿真结果表明, 混沌同步的速度和效果与间歇控制周期 N 和关联系数都有关系。在关联系数选取合适的条件下, 可以在尽量大的间歇控制周期 N 下获得预定的同步效果, 使得控制代价大大减小, 从而具有一定的实用价值。

参考文献:

[1] PECORA T M, CARROLL T L. Synchronization in chaotic systems[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64: 821—826.
[2] 贺明峰, 穆云明, 赵立中. 基于参数自适应控制的混沌同步[J]. 物理学, 2000, 49(5): 830—832.
[3] LIAO T L, TSAI S H. Adaptive synchronization of chaotic systems and its application to secure communication[J]. Chaos Solutions and Fractals, 2000, 11: 1387—1396.
[4] PYRAGAS K. Weak and strong synchronization of chaos[J]. Phys Rev, 1996, E54: 4508—4515.
[5] GUEMEZ J, MATIAS M A. Synchronization in small assemblies of chaotic systems[J]. Phys Rev, 1996, E53: 3192—3198.
[6] 关新平, 范正平, 彭海朋, 等. 扰动情况下基于 RBF 网络的混沌系统同步[J]. 物理学报, 2001, 50(9): 1670—1674.

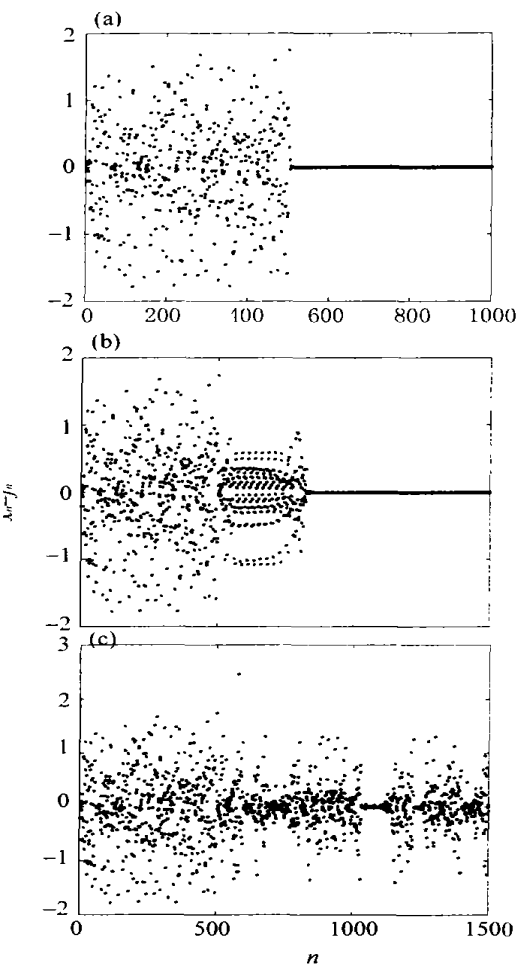


图 3 $N=8$ 时的混沌同步结果

Fig 3 The result of chaos synchronization when $N=8$

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & a_{11} = a_{22} = 0.2, \quad a_{12} = a_{21} = 0.05, \\ & b_{11} = b_{22} = 0.3, \quad b_{12} = b_{21} = 0.1 \\ \text{(b)} \quad & a_{11} = a_{22} = 0.2, \quad a_{12} = a_{21} = 0.45, \\ & b_{11} = b_{22} = 0.3, \quad b_{12} = b_{21} = 0.15 \\ \text{(c)} \quad & a_{11} = a_{22} = 0.2, \quad a_{12} = a_{21} = 0.6, \\ & b_{11} = b_{22} = 0.3, \quad b_{12} = b_{21} = 0.2 \end{aligned}$$

[7] KAPITANIAK T, WOJEWODA J, BRINDLEY J. Synchronization and desynchronization in quasi-hyperbolic chaotic systems[J]. Phys Lett, 1996, A210: 283—289.
[8] 张旭, 沈柯. 时空混沌的单向耦合同步[J]. 物理学报, 2002, 51(12): 2702—2706.
[9] [美] 贝达特 J S, 皮尔索 A G. 随机数据分析方法[M]. 凌福根, 译. 北京: 国防工业出版社, 1976: 86—182.
[10] 郝柏林. 分叉、混沌、奇怪吸引子、湍流及其他[J]. 物理学进展, 1983, 3(3): 329—416.

(下转第 40 页)

物在 CH₃OH 中不同条件下的电化学性质。图 2 中 —125 mV 处的还原峰是与 CuCl₂/乙醇胺(体积比为 1 :1) 配合物键合的氧分子的电还原峰, 因此 CuCl₂/乙醇胺(体积比为 1 :1) 配合物具有载氧功能, 可以催化 O₂ 的电还原。实验结果还表明铜胺配合物不但能够载氧, 而且作为模拟酶同时能够与底物(1, 1′-联-2-萘酚) 发生配位作用。

参考文献:

[1] LI R B, KLINMAN J P, MATHEWS F S. Copper amine oxidase from *Hansenula polymorpha*: the crystal structure determined at 2.4 Å resolution reveals the active conformation[J]. Structure, 1998, 6 (3): 293—307.
[2] DOOLEY D M, MCGUILL M A, BROWN D E, et al. A Cu

(I) -semiquinone state in substrate-reduced amine oxidase [J]. Nature, 1991, 349: 262—264.
[3] DAWKES H C, PHILLIPS S E V. Copper amine oxidase: cunning cofactor and controversial copper [J]. Current Opinion in Structural Biology, 2001, 11(6): 666—673.
[4] TAN D M, LI H H, WANG B, et al. A novel domino reaction of 1, 1′-bi-2-naphthol catalyzed by copper (II) -amine complexes[J]. Chinese J Chem, 2001, 19(1): 91—96.
[5] SHINOBU I, YASUJI H, SHUNICHI F. Reaction of Cu(I) complexes bearing a phenol group in the ligand with O₂[J]. Applied Catalysis A: General, 2000, 194—195: 453—461.
[6] 宋继国, 宋化灿, 谭端明, 等. Cu(II) -胺配合物催化 1, 1′-联-2-萘酚氧化的循环伏安法研究[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2002, 41(6): 117—119.

Catalytic Reduction of Oxygen in CH₃OH Solution of Copper (II) -amine Complexes

SONG Ji guo, SHEN Pei kang

(State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies //

School of Physics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The electrochemical behaviors of copper (II) -amine complexes were studied in this paper. The experimental results showed that CuCl₂/ethanolamine (1 :1) complex is easily synthesized. By comparing CV curves of CuCl₂/ethanolamine (1 :1) complex with that of CuCl₂, it is observed that a new cathodic peak at —125 mV in the CV curves of CuCl₂/ethanolamine (1 :1) complex in CH₃OH solution. When argon and O₂ were bubbled into the CH₃OH solution for different time, it was found that the new cathodic peak had little change and it is proposed that the new cathodic peak corresponds to the catalytic reduction of O₂. However, the reductive peak of O₂ disappeared after the reactive substrate 1, 1′-bi-2-naphthol was added into the solution. All experimental results showed that CuCl₂/ethanolamine (1 :1) complex has dioxygen affinity and can catalyze the reduction of O₂.

Key words: copper (II) -amine complexes; catalytic reduction; dioxygen affinity

(上接第 37 页)

Intermittent Control and Synchronization of the Henon Map Chaotic Systems

GONG Li hua

(Department of Physics, Daxian Teachers College, Dazhou, Sichuan, 635000, China)

Abstract: Based on associated coupling method of the Henon map chaotic systems with different parameters the intermittent control synchronization is studied. A satisfactory result of chaos synchronization is obtained at very low cost of control in the case of appropriate intermittent control period and associated coupling coefficient. The simulation results illustrate its effectiveness.

Key words: Henon map; chaotic system; intermittent control; chaotic synchronization