

广东省社会经济发展与用水量间的灰色系统分析和预测^{*}

刘德地, 陈晓宏, 黎 坤

(中山大学水资源与环境研究中心, 广东 广州 510275)

摘 要: 根据1980—2000年广东省社会经济发展的数据和用水量, 利用灰色系统中的关联分析对广东省的用水量和四个社会经济指标的关联关系进行了分析, 结果表明, 用水量和人口数的关联性最大; 并在此基础上建立了用水量和人口数的GM(1, 2)模型, 模拟、预测的结果和实际符合很好。

关键词: 社会经济; 用水量; 灰色系统

中图分类号: P343 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579(2004)S1-0200-04

广东地处亚热带, 是中国第一经济大省, 1978—2002年国内生产总值(GDP)年均递增13.4%。但随着国民经济的高速发展, 水资源的需求量也越来越大, 2002年总用水量达到447.18亿m³, 是全国的用水大户。因此对广东省未来的用水状况作出预测, 为社会经济的可持续发展提供基础, 具有重要的作用。当前的用水量预测方法主要有回归分析, 指数增长法等。本文应用灰色系统中相关理论, 针对这一问题作了一些初步的分析和探讨。

1 灰色系统理论^[1]

灰色系统理论的研究对象是部分信息已知, 部分信息未知的贫信息不确定性系统, 它通过对部分已知信息的生成、开发实现对现实世界的确切描述和认识。

1.1 灰色关联分析

灰色关联分析的基本思想是根据序列曲线几何形状的相似程度来判断其联系是否紧密。曲线越接近, 相应序列之间的关联度越大, 反之就越小。

1.1.1 灰色绝对关联度

命题1 设行为序列

$$X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$$

记折线 $(x_i(1) - x_i(1), x_i(2) - x_i(1), \dots, x_i(n) - x_i(1))$ 为 $(X_i - x_i(1))$, 令

$$s_i = \int_1^n (X_i - x_i(1)) dt$$

则①当 X_i 为增长序列时, $s_i \geq 0$; ②当 X_i 为衰减序列时, $s_i \leq 0$; ③当 X_i 为振荡序列时, s_i 的符号不定。

定义1 设序列 X_0 与 X_i 两个行为序列长度相同, s_0, s_i 如命题1中所示, 则称

$$\epsilon_{0i} = \frac{1 + |s_0| + |s_i|}{1 + |s_0| + |s_i| + |s_i - s_0|}$$

为 X_0 与 X_i 的灰色绝对关联度, 简称绝对关联度。

1.1.2 灰色相对关联度

定义1 设序列 X_0, X_i 长度相同, 且初值皆不等于零, X'_0, X'_i 分别为 X_0, X_i 的初值像, 则称 X'_0 与 X'_i 的灰色绝对关联度为 X_0 与 X_i 的灰色相对关联度, 简称相对关联度, 记为 γ_{0i} 。

灰色相对关联度是序列 X_0 与 X_i 相对于始点的变化速率之联系的数量表征, X_0 与 X_i 的变化速率越接近, γ_{0i} 越大, 反之就越小。其中

$$X'_i = X_i / x_i(1) = \left\{ \frac{x_i(1)}{x_i(1)}, \frac{x_i(2)}{x_i(1)}, \dots, \frac{x_i(n)}{x_i(1)} \right\}$$
$$X'_0 = X_0 / x_0(1) = \left\{ \frac{x_0(1)}{x_0(1)}, \frac{x_0(2)}{x_0(1)}, \dots, \frac{x_0(n)}{x_0(1)} \right\}$$

1.1.3 灰色综合关联度

定义2 设序列 X_0, X_i 长度相同, 且初值均不等于零, ϵ_{0i} 和 γ_{0i} 分别为 X_0 与 X_i 的灰色绝对关联度和灰色相对关联度, $\theta \in [0, 1]$, 则称

$$\rho_{0i} = \theta \epsilon_{0i} + (1 - \theta) \gamma_{0i}$$

为 X_0 与 X_i 的灰色综合关联度, 简称综合关联度。它既体现了折线 X_0 与 X_i 的相似程度, 也可反映出 X_0 与 X_i 相对于始点的变化速率的接近程度, 始较为全面地表征序列之间联系是否紧密地一个数量指标。 θ 一般取0.5。

1.2 灰色预测

灰色预测是根据灰色系统模型来预测, 本文应用GM(1, N)模型中的GM(1, 2)模型来预测广东省的水资源需求量。

* 收稿日期: 2004-03-16

作者简介: 刘德地(1980年生), 男; 通讯联系人: 陈晓宏; E-mail: eescxh@zsu.edu.cn

定义3 设

$$X_1^{(0)} = (x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), \cdots, x_1^{(0)}(n))$$

为系统特征数据序列, 而

$$X_2^{(0)} = (X_2^{(0)}(1), X_2^{(0)}(2), \cdots, X_2^{(0)}(n))$$

为相关因素序列, $X_i^{(1)}$ 为 $X_i^{(0)}$ 的 $1-AGO$ 序列

$$(i = 1, 2), Z_1^{(1)}$$
 为 $X_1^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列, 则称

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = b_2x_2^{(0)}(k)$$

为GM (1, 2) 灰色方程。

2 广东省用水量与国民经济指标之间的灰色关联分析

改革开放以来, 广东省国民经济的各个方面得到了飞速的发展, 用水量也不断地增加。如何定量确定用水量与国民经济各个部门产值之间的关系是非常困难的, 本文选取人口、GDP (2000 年不变价)、农业总产值 (2000 年不变价)、工业总产值 (2000 年不变价) 四个因素来进行分析 (见表 1)。

表 1 广东省社会经济指标和用水量统计表¹⁾
Tab 1 The amount of using water and social economical index in Guangdong province

变 量	1980	1985	1990	1995	2000
X_0 /(万 m ³)	3247805.880	3321449.414	3628540.461	4024737.772	4309884.151
X_1 /(万人)	5227.670	5655.600	6246.321	6788.743	7498.540
X_2 /(万元)	6388731.263	11614771.297	21890075.466	57957789.791	96622299.736
X_3 /(万元)	5090066.208	6800940.766	9923100.450	14832571.728	17011800.000
X_4 /(万元)	4692408.071	9052450.373	22713902.497	81440412.196	169044700.000

1) X_0 为用水量; X_1 为第三次人口普查(1982 年)的统计人口口径; X_2 为 GDP; X_3 为农业总产值; X_4 为工业总产值;
表中数据由广东省水文局提供

2.1 求绝对关联度

令 $X_{i0} = (x_i(1) - x_i(1), x_i(2) - x_i(1), x_i(3) - x_i(1), x_i(4) - x_i(1), x_i(5) - x_i(1)) =$
 $(x_i^0(1), x_i^0(2), x_i^0(3), x_i^0(4), x_i^0(5)); i = 0, 1, 2, 3, 4$

则

$$X_0^0 = (x_0^0(1), x_0^0(2), x_0^0(3), x_0^0(4), x_0^0(5)) = (0.000, 73643.534, 380734.581, 776931.892, 1062078.271)$$

$$X_1^0 = (x_1^0(1), x_1^0(2), x_1^0(3), x_1^0(4), x_1^0(5)) = (0.000, 427.930, 1018.652, 1561.073, 2270.870)$$

$$X_2^0 = (x_2^0(1), x_2^0(2), x_2^0(3), x_2^0(4), x_2^0(5)) = (0.000, 5226040.033, 15501344.203, 51569058.527, 90233568.473)$$

$$X_3^0 = (x_3^0(1), x_3^0(2), x_3^0(3), x_3^0(4), x_3^0(5)) = (0.000, 1710874.559, 4833034.242, 9742505.520, 11921733.792)$$

$$X_4^0 = (x_4^0(1), x_4^0(2), x_4^0(3), x_4^0(4), x_4^0(5)) = (0.000, 4360042.302, 18021494.426, 76748004.125, 164352291.929)$$

由 $|s_i| = \left| \sum_{k=2}^4 x_i^0(k) + 1/2 * x_i^0(5) \right|; i = 0, 1, 2, 3, 4$, 得

$$|s_0| = 1762349.143; |s_1| = 4143.090; |s_2| = 117413227.000;$$

$$|s_3| = 22247281.216 |s_4| = 181305686.817$$

由 $|s_i - s_0| = \left| \sum_{k=2}^4 (x_i^0(k) - x_0^0(k)) + 1/2 * (x_i^0(5) - x_0^0(5)) \right|; i = 0, 1, 2, 3, 4$, 得

$$|s_1 - s_0| = 1758206.053; |s_2 - s_0| = 115650877.857;$$

$$|s_3 - s_0| = 20484932.073; |s_4 - s_0| = 179543337.675$$

由 $\epsilon_{0i} = \frac{1 + |s_0| + |s_i|}{1 + |s_0| + |s_i| + |s_i - s_0|}; i = 1, 2, 3, 4$, 得

$$\epsilon_{01} = 0.501; \epsilon_{02} = 0.508; \epsilon_{03} = 0.540; \epsilon_{04} = 0.505$$

2.2 求相对关联度

先求出 $X_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 的初值像, 由

$$X'_i = X_i / x_i(1) = (x'_i(1), x'_i(2), x'_i(3), x'_i(4), x'_i(5)) = \left[\frac{x_i(1)}{x_i(1)}, \frac{x_i(2)}{x_i(1)}, \frac{x_i(3)}{x_i(1)}, \frac{x_i(4)}{x_i(1)}, \frac{x_i(5)}{x_i(1)} \right];$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

得

$$X'_0 = (x'_0(1), x'_0(2), x'_0(3), x'_0(4), x'_0(5)) = (1.000, 1.023, 1.117, 1.239, 1.327)$$

$$X'_1 = (x'_1(1), x'_1(2), x'_1(3), x'_1(4), x'_1(5)) = (1.000, 1.082, 1.195, 1.299, 1.434)$$

$$X'_2 = (x'_2(1), x'_2(2), x'_2(3), x'_2(4), x'_2(5)) = (1.000, 1.818, 3.426, 9.072, 15.124)$$

$$X'_3 = (x'_3(1), x'_3(2), x'_3(3), x'_3(4), x'_3(5)) = (1.000, 1.336, 1.950, 2.914, 3.342)$$

$$X'_4 = (x'_4(1), x'_4(2), x'_4(3), x'_4(4), x'_4(5)) = (1.000, 1.929, 4.841, 17.356, 36.025)$$

诸 $X'_i (i = 0, 1, 2, 3, 4)$ 的始点零化像为

$$X'^0_i = (x'^0_i(1), x'^0_i(2), x'^0_i(3), x'^0_i(4), x'^0_i(5)) =$$

$$(x'_i(1) - x'_i(1), x'_i(2) - x'_i(1), x'_i(3) - x'_i(1), x'_i(4) - x'_i(1), x'_i(5) - x'_i(1))$$

$$X'^0_0 = (x'^0_0(1), x'^0_0(2), x'^0_0(3), x'^0_0(4), x'^0_0(5)) = (0.000, 0.023, 0.117, 0.239, 0.327)$$

$$X'^0_1 = (x'^0_1(1), x'^0_1(2), x'^0_1(3), x'^0_1(4), x'^0_1(5)) = (0.000, 0.082, 0.195, 0.299, 0.434)$$

$$X'^0_2 = (x'^0_2(1), x'^0_2(2), x'^0_2(3), x'^0_2(4), x'^0_2(5)) = (0.000, 0.818, 2.426, 8.072, 14.124)$$

$$X'^0_3 = (x'^0_3(1), x'^0_3(2), x'^0_3(3), x'^0_3(4), x'^0_3(5)) = (0.000, 0.336, 0.950, 1.914, 2.342)$$

$$X'^0_4 = (x'^0_4(1), x'^0_4(2), x'^0_4(3), x'^0_4(4), x'^0_4(5)) = (0.000, 0.929, 3.841, 16.356, 35.025)$$

由 $|s'_{i0}| = \left| \sum_{k=2}^4 x'^0_i(k) + 1/2 * x'^0_i(5) \right|; i = 0, 1, 2, 3, 4$

$|s'_{i0}| = \left| \sum_{k=2}^4 (x'^0_i(k) - x'^0_0(k)) + 1/2 * (x'^0_i(5) - x'^0_0(5)) \right|; i = 0, 1, 2, 3, 4$ 得

$|s'_{00}| = 0.543, |s'_{10}| = 0.793, |s'_{20}| = 18.378, |s'_{30}| = 4.371, |s'_{40}| = 38.638$

$|s'_{10} - s'_{00}| = 0.250, |s'_{20} - s'_{00}| = 17.836, |s'_{30} - s'_{00}| = 3.828, |s'_{40} - s'_{00}| = 38.095$

由 $\gamma_{0i} = \frac{1 + |s'_{00}| + |s'_{i0}|}{1 + |s'_{00}| + |s'_{i0}| + |s'_{i0} - s'_{00}|}; i = 1, 2, 3, 4$

得 $\gamma_{01} = 0.903; \gamma_{02} = 0.528; \gamma_{03} = 0.607; \gamma_{04} = 0.513$

2.3 求综合关联度

取 $\theta = 0.5$, 由 $\rho_{0i} = \theta \epsilon_{0i} + (1 - \theta) \gamma_{0i}; i = 1, 2, 3, 4$, 得

$\rho_{01} = 0.702, \rho_{02} = 0.518, \rho_{03} = 0.573, \rho_{04} = 0.509$

2.4 结果分析

由 $\rho_{01} > \rho_{03} > \rho_{02} > \rho_{04}$, 可知 $X_1 > X_3 > X_2 > X_4$

X_1 为最优因素, X_3 次之, X_2 又次之, X_4 最劣。也就是说人口数对广东省用水量的影响最大, 在今后一段的时间内, 广东省的人口数还将继续增长, 所以以它为主要因素来预测广东省的水资源需求量的变化。

3 广东省水资源用水量的灰色预测

把 1980, 1985, 1990, 1995 年用水量资料作为灰色系统特征数据序列, 2000 年的作为检验数据。令

$X^{(0)}_1 = \{x^{(0)}_1(k)\}_1^4 = (3247805.88, 3321449.414, 3628540.461, 4024737.772)$

把广东省 1980, 1985, 1990, 1995 年的人口数作为相关因素数据序列

$X^{(0)}_2 = \{x^{(0)}_2(k)\}_1^4 = (5227.670, 5655.600, 6246.321, 6788.743)$

以此为依据来建立 GM(1, 2) 模型。设 GM(1, 2) 白化方程为 $\frac{dx^{(1)}_1}{dt} + ax^{(1)}_1 = bx^{(1)}_2$

对 $X^{(0)}_1$ 和 $X^{(0)}_2$ 作 1-AGO, 得

$X^{(1)}_1 = (x^{(1)}_1(1), x^{(1)}_1(2), x^{(1)}_1(3), x^{(1)}_1(4)) = (3247805.880, 6569255.294, 10197795.755, 14222533.527)$

$X^{(1)}_2(1) = (x^{(1)}_2(1), x^{(1)}_2(2), x^{(1)}_2(3), x^{(1)}_2(4)) = (5227.670, 10883.270, 17129.591, 23918.334)$

$X^{(1)}_1$ 的紧邻均值生成序列

$Z^{(1)}_1 = (z^{(1)}_1(2), z^{(1)}_1(3), z^{(1)}_1(4)) = (8055.470, 14006.431, 20523.963)$

于是有 $B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}_1(2) & x^{(1)}_2(2) \\ -z^{(1)}_1(3) & x^{(1)}_2(3) \\ -z^{(1)}_1(4) & x^{(1)}_2(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4908530.587 & 10883.270 \\ -8383525.524 & 17129.591 \\ -12210164.641 & 23918.334 \end{bmatrix}$

$$Y = [x_1^{(0)}(2), x_1^{(0)}(3), x_1^{(0)}(4)]^T = [3321449.414, 3628540.461, 4024737.772]^T$$

所以
$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1}; \quad B^T Y = \begin{bmatrix} 2.2721214 \\ 1327.0973 \end{bmatrix}$$

得预测模型
$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} + 2.2721214x_1^{(1)} = 1327.0973x_2^{(1)}$$

近似时间响应式

$$x_1^{(1)}(k+1) = (x_1^{(0)}(1) - \frac{b}{a}x_2^{(1)}(k+1))\exp(-ak) + \frac{b}{a}x_2^{(1)}(k+1) =$$

$$(3247805.880 - 584.0785x_2^{(1)}(k+1))\exp(-2.2721214k) + 584.0785x_2^{(1)}(k+1)$$

由此可得 $x_1^{(1)}(2) = 6036179.711, x_1^{(1)}(3) = 9933208.946, x_1^{(1)}(4) = 13958436.47, x_1^{(1)}(5) = 18348215.19$ (预测值)。作 IAGO 还原

$$x_1^{(0)}(k) = x_1^{(1)}(k) - x_1^{(1)}(k-1)$$

$$X_1^{(0)}(k) = (x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), x_1^{(0)}(3), x_1^{(0)}(4), x_1^{(0)}(5)) =$$

$$(3247805.880, 2788373.831, 3897029.235, 4025227.528, 4389778.712)$$

对预测结果进行检验，检验结果见表 2。

表 2 误差检验表
Tah 2 Results of the error test

序号	原始数据 $x^{(0)}(k)$	模拟和预测数据 $\hat{x}^{(0)}(k)$	残差 $\epsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)$	相对误差 /% $\Delta k = \epsilon(k) / x^{(0)}(k)$
2	3321449.414	2788373.831	533075.6	16.05
3	3628540.461	3897029.235	-268489	-7.40
4	4024737.772	4025227.528	-489.756	-0.01
5(预测值)	4309884.151	4389778.712	-79894.6	-1.85

根据以上所建立的 GM(1, 2) 模型, 对 2005 年广东省用水量进行预测, 结果表明 2005 年广东省用水量将为 4625041.70 万 m³ (人口预计为 7916 万)。

而根据 1980、1985、1990、1995 和 2000 年用水量和人口数的资料建立回归方程: $\hat{y} = 561127.8289 + 500.5838086x$, 得到 2005 年广东省用水量为 4523749.258 万 m³, 与 GM(1, 2) 模型预测结果很相近, 相差仅为 2.190%。

4 结论和问题

根据 3 中所得结果可以看出, 在灰色关联分析的基础上, 再进行灰色预测, 得到的结果和实际的很

相近。就本文研究的问题来说, 广东省的用水量与人口数的关联性很大, 并且以此进行的灰色预测表明, 预测的结果和实际符合较为理想, 所以, 预测广东省的今后一段时期的用水量, 可以在此基础上进行。这就避免了在选取相关因素时的人为主观性。当然, 如果用 GM(1, N) (N>2) 的话, 结果可能更好一些, 至于这个方面的工作还需要作更深一步的研究。

参考文献:

[1] 刘思峰, 郭天榜. 灰色系统理论及其应用[M]. 第 2 版. 北京: 科学出版社, 1999: 5-127.

Application of Grey System Theory to the Relationship Analysis
between the Economical Development and Using Water in Guangdong Province

LIU De di, CHEN Xiao hong, LI Kun

(Water Resources and Environment Research Center, Sun Yat sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: Based on social economical development and using water in Guangdong province from 1980 to 2000, and using the relational analysis method in grey system, the paper analyzes their relationship. The results indicate that the relationship between the amount of using water and the population is obvious, and a GM (1, 2) model is constructed for simulating and predicting the future using water in Guangdong province.

Key words: social economical; the amount of using water; grey system theory