

一种基于HHT的信号周期性分析方法及应用^{*}

杨志华¹, 齐东旭^{1,2}, 杨力华³, 吴立军¹

(1. 中山大学信息科学与技术学院, 广东 广州510275;

2. 澳门科技大学资讯与科技学院, 澳门;

3. 中山大学数学与计算科学学院, 广东 广州510275)

摘要: 提出了一种基于HHT (Hilbert-Huang Transform) 的信号周期性分析方法, 通过分析信号的非线性对主频分布的影响, 找到了具有丰富高频含量的近似周期信号的主频与其周期性的近似对应关系, 实验表明, 根据信号的主频分布来估计信号的周期性具有很好的精确性。将其应用于自然纹理图像的分析, 能很好地提取纹理图像的周期特征, 为纹理分类、分割、识别和图像检索提供了新的解决途径。

关键词: 经验模型分解 (EMD); Hilbert-Huang 变换; 纹理分析

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2005) 02-0014-05

Hilbert Huang 变换 (HHT) 是由 Huang 等^[1] 于 1998 年提出的一种具有高时频分辨能力的信号分析方法。其核心包括 2 个部分: 经验模型分解 (Empirical mode decomposition, 简称 EMD) 和 Hilbert 谱分析。该方法首先通过 EMD 提取复杂信号在每一个时间局部的振荡模式, 将复杂信号分解为有限个固有模式函数 (Intrinsic mode function, 简称 IMF) 之和, 然后对每一个 IMF 作 Hilbert 变换, 进而计算每一个 IMF 的瞬时频率和振幅 (能量), 最后将所有 IMF 的时间、瞬时频率和振幅的关系形成一个时间—频率—振幅的三维表示, 即 Hilbert 谱。不同于信号的 Fourier 分解和小波分解, EMD 没有确定的基, 它的“基”是根据信号而自适应产生的, 这使得它不仅具有很高的分解效率, 同时也具有良好的时频局部性。更为重要的是基于 HHT 的信号分析方法具有非常明显的物理意义。这使得该方法获得了信号处理界的广泛关注。近年来, 关于 HHT 理论和应用的文献不断涌现^[2,3]。应用领域已经遍及地震^[4]、海洋^[5]、医学^[6,7]、语音^[8]及图像分析和处理^[9]等。2003 年 Nunes 等^[10] 将一维 EMD 方法推广到二维, 提出了二维经验模型分解方法 (Bidimensional empirical mode deposition, 简称 BEMD), 并将其应用于图像分析和纹理分析, 为图像分析和纹理分析提供了新的分析方法, 也为 HHT 开辟了新的应用领域。

本文提出了一种基于 HHT 的信号周期性分析方法, 通过分析信号的非线性对主频分布的影响, 找到了具有丰富高频含量的近似周期信号的主频与其周期性的近似对应关系。实验表明, 根据信号的主频分布来估计信号的周期性具有很好的精确性。将其应用于自然纹理图像的分析, 能很好地提取纹理图像的周期特征, 为纹理分类、分割、识别和图像检索提供了新的解决途径。

1 Hilbert Huang 变换的简单介绍

Hilbert Huang 变换是由 Huang 等^[1] 于 1998 年首先提出来的一种新的信号分析方法。它主要由 2 部分组成: 经验模型分解 (EMD) 和 Hilbert 谱分析。经验模型分解方法是一种自适应的、高效的数据分解方法。由于这种分解是以局部时间尺度为基础, 因此, 它适应于非线性、非平稳过程。通过经验模型分解, 任何复杂的数据集都可以被分解为个数有限的、而且常常是为数不多的几个固有模函数 (intrinsic mode functions, 简称 IMF) 的线性叠加。

固有模函数是指满足如下条件的函数:

① 极值点的个数与过零点的个数相同或至多相差为 1;

② 在任意点处, 由所有局部极大值点确定的上包络和由所有局部极小值点所确定的下包络的均值为零。

* 收稿日期: 2004-06-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60475042, 60133020, 69873001); 国家 973 基金资助项目 (G1998030607); 广州市科技计划资助项目 (2003J1-C0201); 广东省自然科学基金重点资助项目 (036608)

作者简介: 杨志华 (1964 年生), 男, 讲师, 博士研究生; E-mail: yangyangzh@tom.com; mcsylh@zsu.edu.cn

固有模函数具有很好的 Hilbert 变换性质。通过对每一个固有模函数作 Hilbert 变换，可以得到它们的瞬时频率。作为时间的函数，瞬时频率可以对信号的结构作出精确的分辨。最终，得到一个能量—频率—时间的分布，称为 Hilbert 谱。

由 Hilbert 谱进一步可以定义信号的边缘谱，边缘谱反映了信号中各种频率成分对信号的贡献。

2 基于 HHT 的信号周期性分析

为了下文叙述的方便，先给出 3 个定义。

定义 1 设 $x(t)$ 是任意离散信号， $h(\omega)$ 是它的边缘谱，称 ω_m 为 $x(t)$ 的主频，如果 ω_m 满足： $h(\omega_m) \geq h(\omega), \forall \omega$ 。

定义 2 设 $X = \{x_j(t) \mid j = 1, 2, \dots, n\}$ ，其中， $x_j(t)$ 是长度为 m 的任意离散序列，称 X 中主频为 f 的 $x(t)$ 的个数为 X 的主频分布，记为： $\text{dis}(f)$ 。

定义 3 设 $x(t)$ 是周期为 T 的离散信号， f 是它的主频，称 f 与 $1/T$ 之间的偏差为主频漂移。

我们希望找到信号的主频和周期性的某种关系，并借此能够从信号的主频来分析和估计信号的周期性。下面从最简单的情况开始分析这种关系。

设 $x(t) = \sin(2\pi ft)$ ， $f = 0.01$ ，图 1 给出了它的边缘谱。可以看到， $x(t)$ 的主频为 0.01，正好是信号周期的倒数；而且，信号的大部分能量集中在主频上。

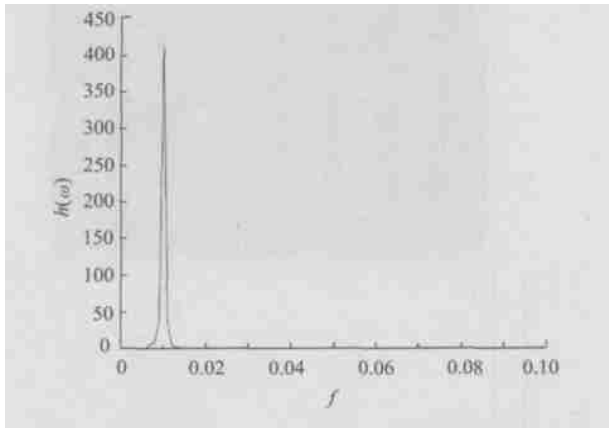


图 1 $x(t) = \sin(2\pi ft)$ ， $f = 0.01$ 的边缘谱。
Fig 1 The marginal spectrum of $x(t) = \sin(2\pi ft)$ ， $f = 0.01$

令人遗憾的是，实际的信号大多数不是正弦（余弦）信号，而是它们的各种各样、各种程度的非线性变形的结果。如何才能使得由于信号的非线性而产生的主频漂移的影响尽可能小？我们通过大量实验发现，当信号在每一个时间局部都有足够多的高频含量时，主频漂移的影响将会减小。对于这

一现象我们目前尚不能作出精确的理论论证，但是，我们认为，一个比较合理的解释是这得益于 EMD 分解方法。实验表明，EMD 分解有助于消除低频含量的非线性变形，因此，当信号中包含有足够多的高于主频的频率含量时，主频含量的非线性变形被得到一定程度的减小，因此导致主频漂移程度减小。通过上面的分析，可以得到一个基本的结论：对于周期为 T 的信号，当它的每一个时间局部都含有足够丰富的高频含量时，其主频将近似等于 $1/T$ 。

为了验证上面的结论的正确性，我们进行了大量的实验。图 2 是其中的一个例子。图 2 给出了 100 段长度为 250、周期为 50 的信号的主频分布。其中每一段信号的生成方法是：先随机生成长度为 50 的一段信号，然后将它重复排列 5 次。显然，这 100 段信号都具有完全周期性，其周期为 50。图 2 所示的主频分布表明，这 100 段周期信号的主频大部分集中在 0.02 附近，其中，主频为 0.02 的占 34 个，为 0.021 的占 11 个。

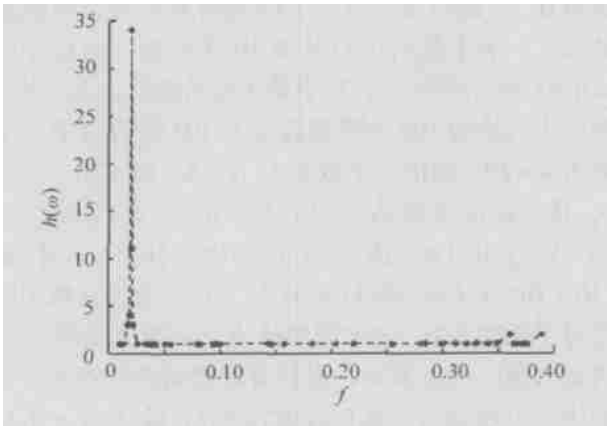


图 2 100 段周期为 50 的信号的主频分布
Fig 2 The main frequencies distribution of 100 random periodic signals with period 50

进一步，以一个实验为例来考察当信号具有近似周期性时主频分布的情况。实验的数据分 2 个部分：① 最大幅值为 1、长度为 300 的 100 段随机数据，这些数据显然不具备周期性；② 周期为 100 的正弦信号 $x(t) = k \sin(2\pi ft)$ ， $f = 0.01$ ，其中 $k = 0.0, 0.1, \dots, 0.9$ 。实验分 10 次进行，分别对应 $k = 0.0, 0.1, \dots, 0.9$ 。第 1 次实验取 $k = 0.0$ ，第 10 次实验取 $k = 0.9$ 。在每次试验中，我们将正弦信号与随机数据相加形成 100 段长度为 300 的实验数据。由于随机数据的非周期性，因而实验数据是近似周期的，而且，随着 k 的增加，周期程度也增加。

表 1 10 次实验的主频分布

Tab 1 The main frequency distribution corresponding to $k=0, 0.1, \dots, 0.9$

主频 $\times 10^{-3}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	其它
$k=0$	1	3	11	11	8	10	9	7	3	4	5	2	4		2	3	17
$k=0.1$			2	7	14	4	11	12	20	16	8	2	2			1	
$K=0.2$	1	2	3	4	5	10	15	20	22	10	6	2					
$k=0.3$		2	3	6	3	3	16	26	26	11	4						
$k=0.4$			2	2	1	7	20	32	24	11	1						
$k=0.5$		1	1			2	11	28	34	18	5						
$k=0.6$		2	3		1	2	12	28	37	12	3						
$k=0.7$						2	6	32	42	17	1						
$k=0.8$		1	1			2	5	20	56	14	1						
$k=0.9$			1		1	1	3	29	50	15							

表 1 给出了 10 次实验的主频分布，表中第 1 行是这 10 次实验中所出现的所有主频（注意，由于主频高于 17×10^{-3} 的情况很少，为了避免表格过宽，把所有高于 17×10^{-3} 的主频都归纳到表中“其它”项中），第 2~11 行分别是 $k=0.0, 0.1, \dots, 0.9$ 时的主频分布 $\text{dis}(f)$ ，表中空格表示对应的数据为 0。下面以表中最后 1 行为例来说明表中数据的意义：表中最后 1 行是第 10 次实验（对应于 $k=0.9$ ）的主频分布，其中第 4 列的数据为 1，表示在该次实验的 100 个周期近似为 100 的信号中，主频为 4×10^{-3} 的信号个数为 1，即 $\text{dis}(4\times 10^{-3})=1$ ，其它数据分别表示 $\text{dis}(6\times 10^{-3})=1, \text{dis}(7\times 10^{-3})=1, \text{dis}(8\times 10^{-3})=3, \text{dis}(9\times 10^{-3})=29, \text{dis}(10\times 10^{-3})=50, \text{dis}(11\times 10^{-3})=15$ ，为其它频率的信号个数均为 0。表中用黑体表示的数据是该行中的最大值，可以看到，在具有近似周期性的 9 个实验中（不包含 $k=0.0$ 时的情况），除了 $k=0.3, 0.4$ 以外，其它 7 次实验的主频分布均在 $f=10\times 10^{-3}$ 处出现最大值，也即在这 7 次实验中，可以通过确定主频分布的最大值位置来估计它的近似周期。而且，随着周期程度的增加，主频分布的峰值越来越大，主频分布越来越好地集中到主频峰值的附近。

3 纹理图像的周期性分析

根据 Hawkins^[11] 的关于纹理的定义，纹理应该具有 3 个要素：①局部的空间变化序次在更大的区域内不断重复；②序次是由基本元素非随机排列而组成；③纹理区域内任何地方都有大致相同的结构尺寸。纹理图像区别于非纹理图像的一个显著的特征是它存在空间上的近似周期性，通过分析纹理图像的周期性，可以得到许多有用的特征，它们对于纹理的分类、分割、识别等都是有用的。

下面，用基于 HHT 的信号周期性分析方法分析纹理图像的周期性。首先，需要将纹理图像一维化。为了简单起见，本文采用了最简单的水平和垂直方向取样方法。

在抽取纹理图像的行(列)数据后，计算每一行(列)的主频，并统计所有行(列)的主频分布。由于大多数自然纹理都具有丰富的高频含量，因此，我们相信通过分析纹理图像的主频分布就可以对纹理图像的周期性作出比较精确的估计。

图 3 (a) 是一幅 256×256 的纹理图，在水平方向上具有大约 8 个周期，因此，其周期约为 32。

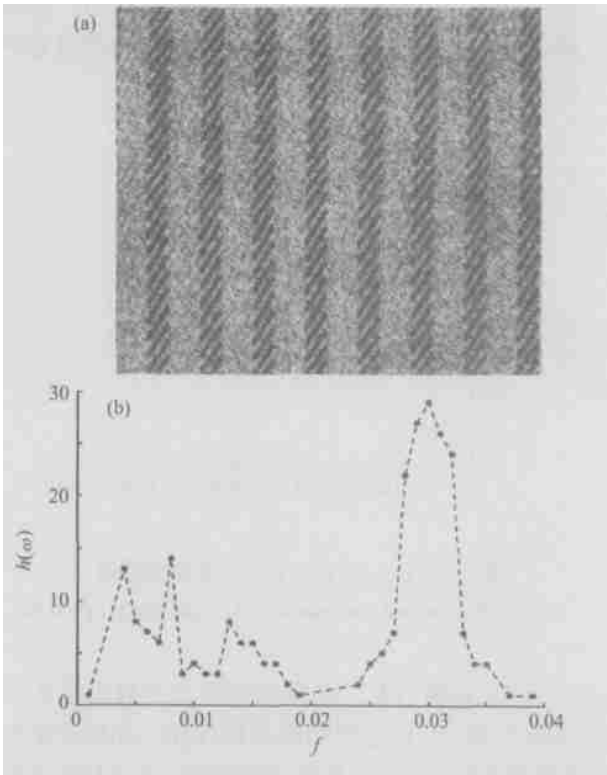


图 3 纹理图像 D11 和它的行数据的主频分布

Fig 3 The texture image D11 and its main frequency distribution along horizontal axis

图 3 (b) 是它的行数据的主频分布, 可以清楚地看到, 在 0.03 (约等于 $1/b_2$) 附近出现了一个明显的主频峰, 其峰值为 29。这说明在图像的总共 256 行中, 有 29 行其主频为 0.03, 占总行数的 11.33%。而在它的左右, 主频为 0.028, 0.029, 0.031, 0.032 的行数分别是 22, 27, 26, 24。这 5 个相邻的主频加起来的行数总共为 128 行, 占总行数的一半。因此, 我们根据这个主频分布估计该图像在水平方向上的周期大约为 33 是合理的。这一估计与实际情况符合得很好。

图 4 (a1, b1, c1) 是 3 幅 512×512 的纹理图, 图 4 (a2, b2, c2) 的 3 个图是它们对应的主频分布图。注意, 每一个主频分布图上都有 4 条曲线, 分别为纹理图左上方、右上方、左下方和右下方同样大小的大小为 256×256 的子图的行数据的主频分布。这样做的目的是为了比较当纹理具有相似性时其主频分布的差异。由图可看到, 当纹理具有相似性时,

其主频分布的差异也很小。另一个值得注意的现象是最左边的纹理图的主频分布出现了 2 个明显的尖峰, 这暗示着在水平方向上存在 2 种明显不同的周期性, 并且, 比较 2 个尖峰的高度可以判断, 具有低频周期性的行数比具有高频周期性的行数更多。观察其下方的纹理图像, 不难发现, 事实正好是如此。

对其它纹理图像所作的大量实验表明, 通过主频分布来估计纹理图像在某个方向 (水平、垂直等) 上的周期性具有很高的估计精度。并总体上服从下面的 2 个规律: ①主频分布在主频峰值附近的集中程度越高, 纹理的周期性越好; ②相似纹理, 具有相近的主频分布。

前一个规律为我们根据主频分布来判断纹理的周期程度提供了很好的依据。后一个规律则说明以纹理的主频分布为特征来进行纹理分类、分割、识别和检索是完全可能的。

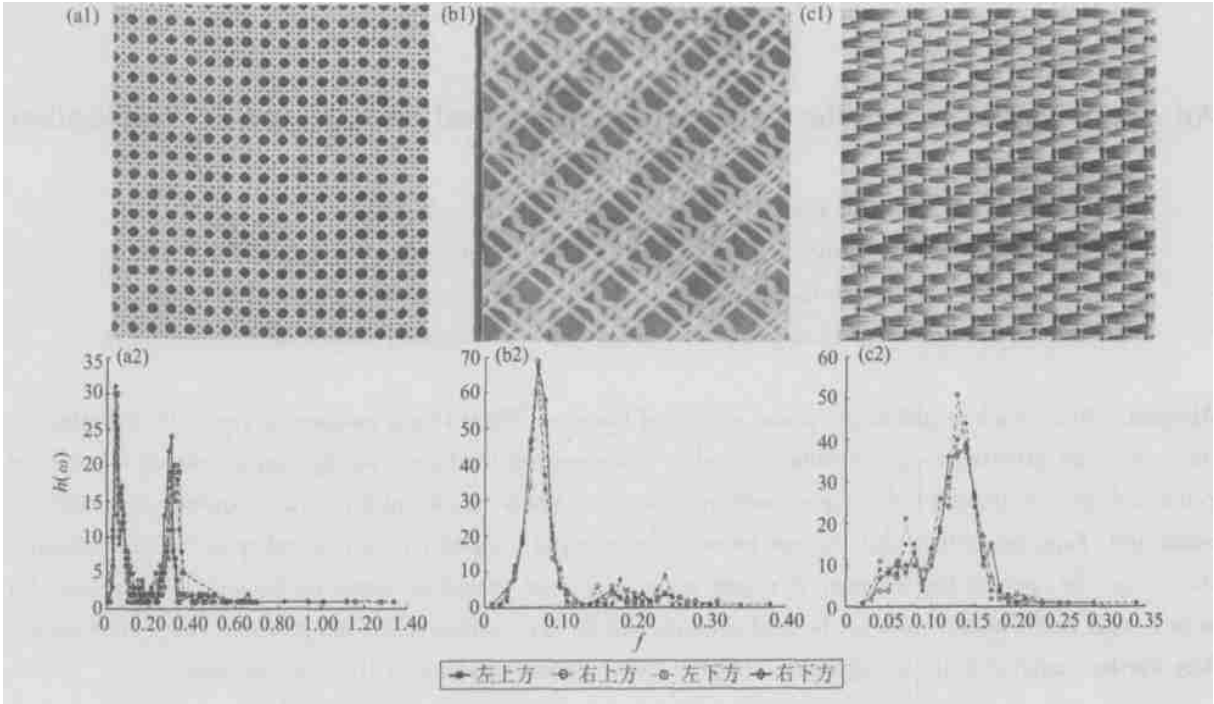


图 4 纹理图像 D101 (a), D46 (b), D56 (c) 和它们的行数据的主频分布

Fig 4 The texture image D101 (a), D46 (b), D56 (c) and their main frequency distributions along horizontal axis

4 结论和讨论

本文提出了一种基于 HHT 的信号周期性分析方法, 通过分析信号的非线性对主频分布的影响, 找到了具有丰富高频含量的近似周期信号的主频与其周期性的近似对应关系。

归纳起来, 我们的方法具有 2 个明显的优点: ①对噪声具有很好的鲁棒性, 由于噪声大多为高频

信息, 大多数情况下它们都会包含在高频的 IMF 中, 不会对代表信号周期性的较低频的 IMF 产生很大的影响, 因此, 只要它们的能量不是足够大, 对于分析结果不会产生很大的影响; ②对于近似周期信号, 也有很好的估计精度。

由于相似纹理具有相近的主频分布, 因此, 我们相信以此为特征进行纹理分类、分割、识别和图像检索是完全可能的, 这也是我们在今后的研究中

需要关注的问题。

参考文献:

[1] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non stationary time series analysis[J] . Proceedings of the Royal Society of London, 1998, 454(A): 903— 995.

[2] FLANDRIN P, RILLING G, GONCALVES P. Empirical mode decomposition as a filter bank[J] . IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(2): 112— 114.

[3] 邓拥军, 王伟, 钱成春, 等. EMD 方法及 Hilbert 变换中边界点问题的处理[J] . 科学通报, 2001, 46(3): 257— 263.

[4] LOH C, H WU T C, HUANG N E et al. Application of emd + hht method to identify near-fault ground motion characteristics and structural responses[J] . BSSA, Special Issue of Chi-Chi Earthquake, 2001, 91(5): 1339— 1357.

[5] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R. A new view of nonlinear water waves: the Hilbert spectrum[J] . Ann Rev Fluid Mech, 1999, 31: 417— 457.

[6] HUANG W, SHEN Z, HUANG N E et al. Nonlinear indicial response of complex nonstationary oscillations as pulmonary hypertension responding to step hypoxia[J] . Proc Natl Acad Sci USA, 1999, 96: 1834— 1839.

[7] PHILLIPS S C, GLEDHILL R J, ESSEX J W, et al. Application of the Hilbert-Huang transform to the analysis of molecular dynamic simulations[J] . J Phys Chem, 2003, 107(A): 4869— 4876.

[8] YANG Z H, QI D X, YANG L H. A novel pitch period detection algorithm based on Hilbert Huang transform[J] . Advances in Biometric Personal Authentication, 2004, 595— 602.

[9] 韩春明, 郭华东, 王长林. 基于 EMD 方法的多尺度边缘提取[J] . 高技术通讯, 2003, 6: 13— 17.

[10] NUNES J C, BOUAOUNE Y, DELECHELLE E, et al. Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition[J] . Image and Vision Computing, 2003, 21: 1019— 1026.

[11] HAWKINS J K. Picture processing and psychopictures[M] . New York: Academic Press, 1970.

An Approach to Analyze the Period of a Signal Based on HHT and Its Application

YANG Zhi hua, QI Dong xu, YANG Li hua, WU Li jun

- (1. School of Information Science and Technology, Sun Yat sen University, Guangzhou 510275, China;
- 2. Faculty of Information Technology, Macao University of Science and Technology, Macao, China;
- 3. School of Mathematics and Computing Science, Sun Yat sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: An approach to analyze the period of a signal based on Hilbert Huang transform is given. By analyzing the influence on the main frequency distribution caused by nonlinearity of the signal, an approximate relation between the period and the main frequency of an approximate periodic signal which contains plenty of high frequency components is established. Experiments show that one can estimate the period of a signal precisely according to its main frequency distribution. By applying the technique to texture analysis, a novel method to extract the features of the period of a texture image is developed, which can be used in texture classification, segmentation, recognition and other applications.

Key words: empirical mode decomposition (EMD); Hilbert Huang transform (HHT); texture analysis