

有单移除策略的 $M/G/1$ 重试可修排队系统^{*}

伍慧玲¹, 尹小玲²

(1. 华南师范大学南海校区数学教研室, 广东 南海 528225;

2. 中山大学统计科学系, 广东 广州 510275)

摘 要: 采取补充变量和母函数方法研究了有负顾客的 $M/G/1$ 重试可修排队系统, 其中负顾客的机制是带走正在接受服务的正顾客和使得服务器处于修理状态。文中给出了系统存在稳态的充分必要条件, 系统状态和 orbit (重试组) 队长的联合分布的母函数, 服务器处于空闲、工作和修理状态的概率, orbit 的平均人数 L , 系统的平均人数 K 和系统可靠度的 Laplace 变换。

关键词: 负顾客; 重试排队系统; 可修系统

中图分类号: O122 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2005) S1-0133-05

1989 年, Gelenbe^[1] 在研究神经网络模型时首次引入了带有负顾客的系统。他把到达系统的顾客分成两类: 正顾客和负顾客。负顾客是一类特殊的顾客, 他们并不需要接受服务, 到达系统对服务器造成一定的影响后 (如带走正顾客) 立刻消失。根据研究的需要, 负顾客对系统的影响大致分成以下几种: 单移除 (Individual Removal), 整批移除 (Batch Removal), 灾难 (Disaster), 触发移除 (Triggered Movement), 随机移除 (Random Work Removal)。很多学者对此类排队系统进行了研究, 读者可以参考^[2-3]。

负顾客可以看成是影响系统运作的干扰因素, 与负顾客相对应的是正顾客, 正顾客就是我们平常所说的需要接受服务的顾客。正顾客也有多种多样的行为方式。当正顾客来到系统却发现他们不能立刻得到服务时, 他们可能会离开系统去办理其他事情, 隔一段时间后重新申请服务, 这种行为被称为“重试 (Retrial)”。可修的重试排队系统已经有人研究过, 读者可以参考文 [6-9]。

负顾客和重试排队系统的结合是比较新的研究方向, 在最近几年才出现过。比如, Artalejo J. R 和 A. Gomez Corral^[10] 在 1999 年研究了带有负顾客的单服务器重试排队系统。在他们这篇文章中, 负顾客带走 Orbit 中一个正顾客。他们得出了在稳态时系统状态所对应的母函数。Artalejo J. R^[11], Artalejo J. R. 和 A. Gomez Corral^[12] 也在这方面进行了研究。

本文研究一个带有负顾客的 $M/G/1$ 重试可修

排队系统, 把负顾客, 修理和重试排队系统结合起来, 服务器故障由负顾客引起。这样的模型更适用于对通讯网络中的噪音、信号干扰现象, 计算机网络中的病毒干扰现象的研究。

1 模型描述

考虑一个带有负顾客的 $M/G/1$ 重试可修排队系统, 假设

1. 到达系统的顾客有正顾客和负顾客两类, 它们的到达分别形成一个强度为 λ 和 λ^- 的泊松过程。

2. 单服务器, 服务时间的累积分布函数是 $G(x)$, 密度函数是 $g(x)$, 失效率函数为 $\mu(x)$, 有有限的一阶矩 β 和二阶矩 β_1 。

3. 正顾客 (包括新到达的和重试的) 到达系统时, 若发现服务器空闲, 则立刻接受服务, 服务结束后立刻离开系统; 若发现服务器处于工作或修理状态, 则进入 Orbit 中, 不断进行重试, 直到重试成功。重试时间服从参数为 δ 的指数分布。

4. 负顾客来到系统时, 若发现服务器处于空闲或工作状态, 它使得服务器马上进入修理状态后立即消失, 同时带走正在接受服务的正顾客 (若服务器处于工作状态); 若发现服务器处于修理状态, 负顾客自然消失, 不会对系统造成任何影响。

5. 修理时间的累积分布函数是 $H(x)$, 密度是 $h(x)$, 失效率函数为 $r(x)$, 有有限的一阶矩 α 和二阶矩 α_1 。服务器发生故障后马上进行修理, 服务器修好后进入空闲状态, 等待顾客到来。

* 收稿日期: 2005-02-25

作者简介: 伍慧玲 (1978 年生) 女, 助教; E-mail: angelling168@sohu.com

6. 以上各个随机变量相互独立。

记 $F^*(s)$ 为分布函数 $F(x)$ 的 $L-S$ 变换, 即 $F^*(s) = \int_0^{+\infty} e^{-sx} dF(x)$, 记 $F^*(s) = 1 - F^*(s)$ 。

2 系统存在稳态的充分必要条件

令广义工作时间 χ 是从某个服务时刻开始到这个服务完毕时刻 (若服务没中断) 或修理结束时刻 (若服务由于负顾客到来而被中断) 所经过的时间, η 是负顾客到达的时间间隔, X 是服务时间, Y 是修理时间。则有下面的定理。

定理 1 χ 的密度函数是 $\int_0^t \lambda^- e^{-\lambda^- x} G(x) h(t-x) dx + g(t) e^{-\lambda^- t}$ 。

证明 由指数分布的无记忆性, χ 的分布函数为 $\Psi(t) = P(\chi \leq t) =$

$$P(\chi \leq t, \eta \leq X) + P(\chi \leq t, \eta > X) = P(\eta + Y \leq t, \eta \leq X) + P(X \leq t, \eta > X) = \int_0^t \lambda^- e^{-\lambda^- x} G(x) H(t-x) dx + \int_0^t g(x) e^{-\lambda^- x} dx$$

故 χ 的密度函数为 $\Psi'(t) = \int_0^t \lambda^- e^{-\lambda^- x} G(x) h(t-x) dx + g(t) e^{-\lambda^- t}$ 。

令 $Y_n (n \geq 1)$ 是第 n 个闲期开始瞬间 Orbit 中的正顾客数, 这里的闲期定义为服务器等待顾客到来的持续时间, 则 $\{Y_n, n \geq 1\}$ 是一个马氏链。

定理 2 嵌入马氏链 $\{Y_n, n \geq 1\}$ 存在稳态的充分必要条件是 $\lambda \frac{G^*(\lambda^-)}{\lambda^-} + \lambda \alpha G^*(\lambda^-) < 1$ 。

证明 首先证明它的充分性。根据 Foster 准则 (参考文 [13]), 令 $f(j) = j$, 则有 $\gamma_j = \sum_i (i-j) \cdot P(Y_{n+1} = i | Y_n = j)$ 。

其中, 当 $i < j-1$ 和 $j \geq 0$ 时, $P(Y_{n+1} = i | Y_n = j) = 0$; 当 $i \geq j-1$ 时 $P(Y_{n+1} = i | Y_n = j) = P(\text{第 } n \text{ 个闲期的结束是由于负顾客的到达}) \cdot P(\text{在修理期间来了 } i-j \text{ 个正顾客}) + P(\text{第 } n \text{ 个闲期的结束是由于外部正顾客的到达}) \cdot P(\text{在 } \chi \text{ 内来了 } i-j \text{ 个正顾客}) + P(\text{第 } n \text{ 个闲期的结束是由于 Orbit 中的正顾客的到达}) \cdot P(\text{在 } \chi \text{ 内来了 } i-j+1 \text{ 个正顾客}) \triangleq A_1 + A_2 + A_3$

$$A_1 = \frac{\lambda^-}{\lambda + \lambda^- + j} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\lambda x} (\lambda x)^{i-j}}{(i-j)!} dH(x) \quad i \geq j, j = 0, 1, 2, \dots$$
$$A_2 = \frac{\lambda}{\lambda + \lambda^- + j} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\lambda u} (\lambda u)^{i-j}}{(i-j)!} d\Psi(u)$$

$$i \geq j, j = 0, 1, 2, \dots$$
$$A_3 = \frac{j \delta}{\lambda + \lambda^- + j \delta} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\lambda u} (\lambda u)^{i-j+1}}{(i-j+1)!} d\Psi(u) \quad i \geq j-1, j = 1, 2, \dots$$

综合上述结果, 我们得到

$$\gamma_j = \sum_{i \geq j} (i-j) A_1 + \sum_{i \geq j} (i-j) A_2 + \sum_{i \geq j-1} (i-j) A_3 = \frac{[\lambda \lambda^- \alpha + \lambda^2 \frac{G^*(\lambda^-)}{\lambda^-} + \lambda^2 \alpha G^*(\lambda^-)] + [\lambda \frac{G^*(\lambda^-)}{\lambda^-} + \lambda \alpha G^*(\lambda^-) - 1] \delta}{\lambda + \lambda^- + j \delta} \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

由于 $P(Y_{n+1} = i | Y_n = j) > 0, i \geq j-1$, 所以可知 $\{Y_n, n \geq 1\}$ 是不可约非周期的马氏链, 且 γ_j 对所有 $j \in \mathbb{N}$ 有限, 若 $\lambda \frac{G^*(\lambda^-)}{\lambda^-} + \lambda \alpha G^*(\lambda^-) < 1$, 必存在 ϵ 满足 $0 < \epsilon \leq 1 - \lambda \frac{G^*(\lambda^-)}{\lambda^-} - \lambda \alpha G^*(\lambda^-)$, 使得除有限个 j 外, 均有 $\gamma_j \leq -\epsilon$ 。由 Foster 准则 (参考 [13]), 充分性得证。

现在证明其必要性。由 γ_j 的表达式知道对所有 $j \geq 0, \gamma_j < +\infty$ 。而若 $\lambda \frac{G^*(\lambda^-)}{\lambda^-} + \lambda \alpha G^*(\lambda^-) \geq 1$, 必存在 $j_0 = 1$, 当 $j \geq j_0$ 时, $\gamma_j \geq 0$ 。由 Kaplan 条件 (参考文 [13]), $\{Y_n, n \geq 1\}$ 不是遍历的, 矛盾。

下面在稳态条件下研究此系统的各项稳态指标。

3 系统的稳态方程组

令 $C(t)$ 为服务器在时刻 t 所处的状态。 $C(t) = 0, 1, 2$ 分别表示服务器在时刻 t 处于空闲, 工作和修理状态。若 $C(t) = 1, \zeta(t)$ 表示时刻 t 正在接受服务的正顾客已逝去的服务时间; 若 $C(t) = 2, \zeta(t)$ 表示在时刻 t 服务器已逝去的修理时间。 $N(t)$ 是在 t 时刻 Orbit 中正顾客的人数。则 $\{C(t), N(t), \zeta(t), t \geq 0\}$ 是马氏过程。对 $n \geq 0$, 令

$$I_n(t) = P(C(t) = 0, N(t) = n)$$
$$B_n(t, x) dx = P(C(t) = 1, N(t) = n, x < \zeta(t) \leq x + dx)$$
$$R_n(t, x) dx = P(C(t) = 2, N(t) = n, x < \zeta(t) \leq x + dx)$$

在此令 $B_{-1}(t, x) = 0, R_{-1}(t, x) = 0$, 初始条件是 $P(C(0) = 0, N(0) = 0) = 1$ 。

当系统存在稳态时, 记 $I_n = \lim_{t \rightarrow +\infty} I_n(t), B_n(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} B_n(t, x), R_n(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} R_n(t, x)$ 。

根据模型描述, 我们得到系统的稳态方程组:

$$(\lambda + \lambda^- + n \delta) I_n = \int_0^{+\infty} R_n(x) r(x) dx +$$

$$\int_0^{+\infty} B_n(x) \mu(x) dx \quad n \geq 0 \quad (1)$$

$$\frac{dB_n(x)}{dx} = -[\lambda + \lambda^- + \mu(x)] \cdot B_n(x) + \lambda B_{n-1}(x) \quad n \geq 0 \quad (2)$$
$$\frac{dB_n(x)}{dx} = -[\lambda + r(x)] \cdot R_n(x) + \lambda R_{n-1}(x) \quad n \geq 0 \quad (3)$$

边界条件:

$$B_n(0) = \lambda I_n + (n+1) \vartheta_{n+1} \quad n \geq 0 \quad (4)$$

$$R_n(0) = \lambda^- I_n + \lambda^- \int_0^{+\infty} B_n(x) dx, \quad n \geq 0 \quad (5)$$

上述方程组满足归一化条件:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} I_n + \sum_{n=0}^{+\infty} \int_0^{+\infty} R_n(x) dx + \sum_{n=0}^{+\infty} \int_0^{+\infty} B_n(x) dx = 1 \quad (6)$$

为了解方程 (1) — (3), 定义下面的母函数:

$$I(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} I_n z^n, \quad B(x, z) = \sum_{n=0}^{+\infty} B_n(x) z^n,$$
$$R(x, z) = \sum_{n=0}^{+\infty} R_n(x) z^n$$

将(1)–(5)乘以 z^n , 再令 n 从 0 到 $+\infty$ 求和, 整理得

$$(\lambda + \lambda^-) I(z) + \vartheta I'(z) = \int_0^{+\infty} R(x, z) r(x) dx + \int_0^{+\infty} B(x, z) \mu(x) dx \quad (7)$$

$$\frac{\partial B(x, z)}{\partial x} = -[\lambda - \lambda z + \lambda^- + \mu(x)] B(x, z) \quad (8)$$

$$\frac{\partial R(x, z)}{\partial x} = -[\lambda - \lambda z + r(x)] R(x, z) \quad (9)$$

$$B(0, z) = \lambda I(z) + \vartheta'(z) \quad (10)$$

$$R(0, z) = \lambda^- I(z) + \lambda^- \int_0^{+\infty} B(x, z) dx \quad (11)$$

归一化条件 (6) 变成

$$I(1) + \int_0^{+\infty} R(x, 1) dx + \int_0^{+\infty} B(x, 1) dx = 1 \quad (12)$$

结合式 (10), 方程 (8) 的解是

$$B(x, z) = [\lambda I(z) + \vartheta'(z)] G^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z) \exp[-(\lambda + \lambda^- - \lambda z)x] \quad (13)$$

结合 (11) 和 (13), 方程 (9) 的解是

$$R(x, z) = \{ \lambda^- I(z) + \lambda^- \frac{[\lambda I(z) + \vartheta'(z)] G^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z)}{(\lambda + \lambda^- - \lambda z)} \} \cdot H(x) \exp[-(\lambda + \lambda^- - \lambda z)x] \quad (14)$$

将 (13) 和 (14) 代入 (7), 得

$$P(z) I'(z) = Q(z) I(z) \quad (15)$$

其中

$$P(z) = \vartheta - \vartheta^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z) - \frac{\lambda^- \vartheta H^*(\lambda - \lambda z)}{\lambda + \lambda^- - \lambda z} G^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z)$$
$$Q(z) = -(\lambda + \lambda^-) + \lambda G^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z) + \lambda^- H^*(\lambda - \lambda z) + \frac{\lambda \lambda^- H^*(\lambda - \lambda z)}{\lambda + \lambda^- - \lambda z} G^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z)$$

由于 $I'(z)$, $I(z)$ 都不等于 0, 所以 $P(z)$ 和 $Q(z)$ 必有相同的零点。消去 $P(z)$ 和 $Q(z)$ 的公共因子后 $\frac{Q(z)}{P(z)}$ 在解 $|z| \leq 1$ 解析, 故任取 $z (|z| \leq 1)$, 积分 $\int_z^1 \frac{Q(x)}{P(x)} dx$ 存在。

解方程 (15), 得

$$I(z) = I(1) \exp[-\int_z^1 \frac{Q(x)}{P(x)} dx] \quad (16)$$

在 (15) 中令 $z \rightarrow 1$, 得

$$I'(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{Q(z)}{P(z)} I(1) = \frac{Q'(1)}{P'(1)} I(1) = \frac{\lambda \lambda^- \alpha + \lambda^2 \alpha G^*(\lambda^-) + \frac{\lambda^2 G^*(\lambda^-)}{\lambda^-}}{\vartheta [1 - \lambda \alpha G^*(\lambda^-) - G^*(\lambda^-) \frac{\lambda}{\lambda^-}]} I(1)$$

从而由 (12), (13) 和 (14) 式, 得

$$I(1) = \frac{1 - \lambda \alpha G^*(\lambda^-) - \frac{\lambda}{\lambda^-} G^*(\lambda^-)}{1 + \lambda^- \alpha}$$

总结上述所得结果, 有以下定理。

定理 3 在稳态条件下, 服务器状态与 Orbit 队长的联合分布的母函数是

$$I(z) = \frac{1 - \lambda \alpha G^*(\lambda^-) - \frac{\lambda}{\lambda^-} G^*(\lambda^-)}{1 + \lambda^- \alpha} \cdot \exp[-\int_z^1 \frac{Q(x)}{P(x)} dx] \quad (17)$$

$$B(x, z) = [\lambda I(z) + \vartheta'(z)] G^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z) \exp[-(\lambda + \lambda^- - \lambda z)x]$$

$$R(x, z) = [\lambda^- I(z) + \lambda^- \frac{\lambda I(z) + \vartheta'(z)}{(\lambda + \lambda^- - \lambda z)} \cdot G^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z)] H(x) \exp[-(\lambda - \lambda z)x]$$

进一步有:

$$B(z) = \int_0^{+\infty} B(x, z) dx = \frac{\lambda I(z) + \lambda^- I'(z)}{\lambda + \lambda^- - \lambda z} \quad (18)$$

$$G^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z) \quad (19)$$

$$R(z) = \int_0^{+\infty} R(x, z) dx =$$

$$[\lambda^- I(z) + \lambda^- \frac{\lambda I(z) + \vartheta'(z)}{\lambda + \lambda^- - \lambda z} G^*(\lambda + \lambda^- - \lambda z)] \cdot \frac{H^*(\lambda - \lambda z)}{\lambda - \lambda z} \quad (19)$$

定理 4 当系统处于稳态时, 服务器处于空

闲, 工作和修理状态的概率 I, B, R 分别为

$$I = I(1) = \frac{1 - \lambda \alpha G^*(\lambda^-) - \frac{\lambda}{\lambda^-} G^*(\lambda^-)}{1 + \lambda^- \alpha}$$

$$B = B(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \int_0^{+\infty} B(x, z) dx =$$

$$\frac{\lambda \alpha G^*(\lambda^-) + \frac{\lambda}{\lambda^-} G^*(\lambda^-)}{1 + \lambda^- \alpha}$$

$$R = R(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \int_0^{+\infty} B(x, z) dx = \frac{\lambda^- \alpha}{1 + \lambda^- \alpha}$$

令 Orbit 中的正顾客人数的概率分布对应的母函数为 $L(z)$, Orbit 中的平均顾客数是 L 。则有 $L(z) = I(z) + B(z) + R(z)$, 所以 $L = [I'(z) + R'(z) + B'(z)]|_{z=1}$

令系统中正顾客人数的概率分布对应的母函数为 $K(z)$, 系统的平均人数为 K 。则有 $K(z) = I(z) + zB(z) + R(z)$, 所以 $K = K'(z)|_{z=1} = L + B(1)$

对(17), (18)和(19)求导, 再令 $z=1$, 即得定理 5。

定理 5 Orbit 中的平均人数 L 和系统中的平均人数 K 为

$$L = I'(1) + B'(1) + R'(1) =$$

$$[S_1 + G^*(\lambda^-)S_2]I(1), \text{ 其中}$$

$$S_1 = \frac{Q'(1)}{P'(1)} + \lambda^- \alpha \frac{Q'(1)}{P'(1)} + \frac{\lambda \lambda^- \alpha_1}{2} - \frac{\lambda^2 \zeta(1 + \lambda^- \alpha)}{\lambda^-} - \frac{\lambda \xi(1 + \lambda^- \alpha)}{\lambda^-} \frac{Q'(1)}{P'(1)}$$

$$S_2 = \frac{1 + \lambda^- \alpha}{(\lambda^-)^2} [\lambda \lambda^- \frac{Q'(1)}{P'(1)} + \lambda \delta \frac{Q'(1)}{P'(1)} + \lambda^2] + [\frac{\lambda^2 \alpha_1}{2} + \frac{\lambda \xi}{2} \frac{Q'(1)}{P'(1)}] + \frac{1 + \lambda^- \alpha}{\lambda^-}$$

$$\delta \frac{2[Q'(1)]^2 + P'(1)Q''(1) - P''(1)Q'(1)}{2[P'(1)]^2}$$

$$\zeta = \int_0^{+\infty} xg(x)\exp(-\lambda^-x)dx$$

$$K = I'(1) + B(1) + B'(1) + R'(1) =$$

$$L + \frac{\lambda \alpha G^*(\lambda^-) + \frac{\lambda}{\lambda^-} G^*(\lambda^-)}{1 + \lambda^- \alpha}$$

定理 6 系统可靠度 $F(t)$ 的 Laplace 变换是

$$F(s) = \frac{1}{\lambda^- + s}.$$

证明 令服务器的修理状态是吸收状态, 列出瞬态方程组, 得

$$\frac{dI_n(t)}{dt} = -[(\lambda + \lambda^-) + n\delta]I_n(t) + \int_0^{+\infty} B_n(t, x)\mu(x)dx \quad n \geq 0$$

$$\frac{\partial B_n(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial B_n(t, x)}{\partial x} = -[(\lambda + \lambda^-) + \mu(x)] \cdot$$

$$B_n(t, x) + \lambda B_{n-1}(t, x) \quad n \geq 0, x > 0$$

边界条件为

$$B_n(t, 0) = \lambda I_n(t) + (n+1)\delta I_{n+1}(t)$$

初始化条件为 $I_0(0) = 1$

令

$$I(s, z) = \sum_{n=0}^{+\infty} [\int_0^{+\infty} e^{-st} I_n(t) dt] z^n,$$

$$B(s, x, z) = \sum_{n=0}^{+\infty} [\int_0^{+\infty} e^{-st} B_n(t) dt] z^n$$

结合边界条件和初始化条件, 上述方程变成:

$$\delta \frac{\partial I(s, z)}{\partial z} = -(\lambda + \lambda^- + s)I(s, z) + \int_0^{+\infty} B(s, x, z)\mu(x)dx + 1 \quad (20)$$

$$\frac{\partial B(s, x, z)}{\partial x} =$$

$$-[\lambda + \lambda^- + s + \mu(x) - \lambda z]B(s, x, z) \quad (21)$$

$$B(s, 0, z) = \lambda I(s, z) + \delta \frac{\partial I(s, z)}{\partial z} \quad (22)$$

结合(22), 方程(21)的解为

$$B(s, x, z) =$$

$$[\lambda I(s, z) + \delta \frac{\partial I(s, z)}{\partial z}] G(x) e^{-(\lambda + \lambda^- + s - \lambda z)x} \quad (23)$$

将(23)代入(20)中并令 $z=1$, 整理得

$$\frac{\partial I(s, z)}{\partial z} \Big|_{z=1} =$$

$$\frac{1 + I(s, 1)[-(s + \lambda + \lambda^-) + \lambda G^*(s + \lambda^-)]}{\delta G^*(s + \lambda^-)} \quad (24)$$

从而

$$F(s) = I(s, 1) + \int_0^{+\infty} B(s, x, 1)dx = \frac{1}{\lambda^- + s}$$

参考文献:

- [1] GELENBE E. Random neural network with positive and negative signals and product form solution[J]. Neural Computation, 1989, 1(4): 502—510.
- [2] GELENBE E. GLYNN P, SIGMAN K. Queues with negative arrivals[J]. J Appl Prob, 1991, 28: 245—250.
- [3] GELENBE E. G-networks with signals and batch removal[J]. Probability in the Engineering and Information Sciences, 1993, 7: 335—342.
- [4] FOURNEAU J M, GELENBE E, SOUROS R. G-networks with multiple classes of positive and negative customers[J]. Theoretical Computer Science, 1996, 155: 141—156.
- [5] CHAO X. A queueing network model with catastrophes and product form solution[J]. O R Letters, 1995, 18: 75—79.
- [6] KULKARNI V G, CHOI B D. Retrial queue with server

subject to breakdown and repairs[J] . Queueing Syst, 1990, 7 (2) : 191— 208.

[7] YANG T, LI H. The $M/G/1$ retrial queue with server subject to starting failure[J] . Queueing Syst, 1994, 16: 83— 96.

[8] KUMAR B K, MADHESWARI S, VIJAYAKUMAR A. The $M/G/1$ Retrial Queue With Feedback and Starting Failures[J] . Applied Mathematical Modelling, 2002, 26: 1057— 1075.

[9] WANG J T, CAO J H, LI Q L. Reliability Analysis of the Retrial[J] . Queue with Server Breakdowns and Repairs, Queueing Systems, 2001, 38: 363— 380.

[10] ARTALEJO J R, GOMEZ-CORRAL A. On a Single Server Queue with Negative Arrivals and Request Repeated[J] . J Appl Probab, 1999, 36: 907— 918.

[11] ARTALEJO J R, GOMEZ-CORRAL A. Generalized birth and death processes with applications to queues with repeated attempts and negative customers[J] . OR Spektrum, 1998, 20: 5— 14

[12] ARTALEJO J R, GOMEZ-CORRAL A. Stochastic analysis of the department and quasi-input processes in a versatile single-server queue[J] . J Appl Math Stochastic Anal, 1996, 9: 171— 183.

[13] KRISHNA K B, ARIVUDAINAMBI D. The $M/G/1$ retrial queue with Bernoulli schedules and general retrial times[J] . Computers and Mathematics with Applications, 2002, 43: 15— 30.

An $M/G/1$ Retrial Queue with Individual Removal and Repair

WU Hui ling, YIN Xiao ting

(Nanhai College of South China Normal University, Guangdong Nanhai 528225, China;
Statistics Department, Sun Yat sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: This paper studies an $M/G/1$ retrial queuing system with negative customers and repair in which the mechanism of negative customers is not only to take the positive customers being served away, but also to make the server under repair. Applying the supplementary variable and generating function approach , we derive some important indexes such as the necessary and sufficient condition for the system to be stable, the combined generating function of system status and orbit length, the probability of system is busy, idle or under repair. In the last part of the paper, the Laplace transformation of the reliability function is presented.

Key words: negative customers; retrial queuing system; repairable system