

基于协方差矩阵的自适应盲分离算法^{*}

陈 创新

(广东新创意专利发展有限公司, 广东 广州 510030)

摘 要: 提出了一种新的线性混叠信号的盲分离算法, 该算法利用信号相互独立时其协方差矩阵的对角化特征作为分离准则, 采用最速下降法进行分离。该算法对源信号和混叠矩阵没有过多要求且计算量不大, 理论分析与仿真结果表明: 该算法具有很好的分离效果。

关键词: 盲分离; 协方差; 各态历经条件; 最速下降法

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2005) 06-0045-04

在数字通信、语音处理、地震波检测等信号处理中, 通常遇到如下问题, 在未知传输信道的情况下, 从一系列传感器接收到的信号中分离出输入信号的波形^[1,2]。在此问题中, 除了原始输入信号是相互独立的这一信息之外, 我们不知道有关原始输入信号结构的任何先验知识。这就是所谓的盲分离问题。由于盲信号分离的广泛应用, 使得它已成为信号处理领域近年来的研究热点之一, 相应的各种分离技术和分离算法在不断涌现。不过目前的这些结果大致可分为两类, 第一类是利用观测信号的统计数据直接估计出混叠矩阵的结构, 从而分离出原输入信号^[3-9], 第二类是利用原输入信号统计独立的特征, 构造分离准则, 通过对分离矩阵的调整来重构原输入信号^[10-14]。在现有的盲分离结果中, 不是对混叠矩阵有过多的要求(如 Arie^[3]), 就是对原输入信号有过多的限制(如谭丽丽^[13]、Dai^[15]要求独立同分布; Lai^[7]要求非高斯且具有高阶累计量; Adel^[4]要求最多有一个为高斯信号), 或是利用高阶累计量而导致复杂的计算量, 如 Bin^[10]、Cardoso^[9]、Lang^[5]。从而寻求对源信号和混叠矩阵尽可能少的要求, 且计算量适中的方法是人们一直在探讨的问题。

本文提出了一种新的盲信号分离方法, 利用信号相互独立时其协方差矩阵为对角矩阵的特征作为分离准则, 采用最速下降法进行分离。该方法对源信号和混叠矩阵没有过多要求, 且计算量不大。在本文中我们给出了算法详细的理论分析, 仿真结果

表明了该算法的有效性和良好的分离效果。

1 模型与算法原理

为了清楚地阐述我们所提出的分离方法, 本文考虑一般的线性混叠模型

$$x(t) = As(t) \quad (1)$$

分离模型为:

$$y(t) = Bx(t) \quad (2)$$

其中 $s(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t))^T$ 为源信号矢量, $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))^T$ 为观测信号矢量, $y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t))^T$ 为分离信号矢量, A 为 $m \times n$ 的混叠矩阵, B 为 $n \times m$ 的分离矩阵。混叠矩阵 A 是未知的, 源信号 $s(t)$ 也是未知的, 但我们假设它满足如下条件:

- 各源信号彼此统计独立;
- 源信号为平稳随机过程, 且满足期望各态历经性;
- 传感器数量不小于源信号数量, 即 $m \geq n$ 。

由 (1) 和 (2) 式可知

$$y(t) = BAs(t) \quad (3)$$

我们分离的目的就是通过调节矩阵 B , 使得输出信号 $y(t)$ 与源信号 $s(t)$ 有尽可能相近的性质, 如各个分量相互独立。

为了获得以上分离目标, 考虑分离信号 $y(t)$ 的协方差矩阵

* 收稿日期: 2005-08-12

基金项目: 广东省科技计划基金资助项目 (2004B50401004)

作者简介: 陈创新 (1963年生), 男, 高级工程师; E-mail: cx-chen@21cn.com

$$C(\tau)=\begin{bmatrix} c_{y_1y_1}(\tau) & c_{y_1y_2}(\tau) & \cdots & c_{y_1y_n}(\tau) \\ c_{y_2y_1}(\tau) & c_{y_2y_2}(\tau) & \cdots & c_{y_2y_n}(\tau) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{y_ny_1}(\tau) & c_{y_ny_2}(\tau) & \cdots & c_{y_ny_n}(\tau) \end{bmatrix} \tag{4}$$

其中 $c_{y_iy_j}(\tau)=E(y_i(t)y_j(t+\tau))-E(y_i(t))E(y_j(t+\tau))$, $i, j=1, 2, \cdots, n$ \tag{5}

由于希望得到输出的分离信号为彼此独立信号, 根据这一统计独立性质, 则要求

$$c_{y_{ij}y_{ij}}(\tau)=0 \tag{6}$$

从而分离信号的协方差矩阵应为一对角矩阵, 故我们可选取下式作为分离准则

$$J=B\sum_{\tau=0}^T\|C(\tau)-\text{diag}C(\tau)\|_F^2 \tag{7}$$

其中

$$\text{diag}C(\tau)=\begin{bmatrix} c_{y_1y_1}(\tau) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_{y_2y_2}(\tau) & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_{y_ny_n}(\tau) \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\|C(\tau)\|_F=\sqrt{\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^nc_{y_{ij}y_{ij}}^2(\tau)} \tag{9}$$

这里 $\|\cdot\|_F$ 为 Frobenius 范数。

2 分离算法与算法实现

为了最小化准则函数 J , 我们选用最速下降法来调整分离矩阵 B , 使得 J 趋于 0。令分离矩阵 B 为如下形式

$$B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix} \tag{10}$$

分离矩阵 B 的调节方式如下

$$B(k+1)=B(k)+\mu\Delta B(k) \tag{11}$$

$$\Delta B(k)=-\frac{\partial J}{\partial B(k)} \tag{12}$$

其中 μ 为步长。

为导出 $\Delta B(k)$ 的表达式, 我们将 J 表达为和的形式, 即

$$J=\sum_{\tau=0}^T\sum_{i=1}^n\sum_{j\neq i}^nc_{y_{ij}y_{ij}}^2(\tau)=2\sum_{\tau=0}^T\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n(E(y_i(t)y_j(t+\tau))-E(y_i)E(y_j))^2 \tag{13}$$

从而有

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial b_{kl}}&=\frac{\sum_{\tau=0}^T\partial\left(\sum_{j\neq k}^n\left(E(y_k(t)y_j(t+\tau))-E(y_k)E(y_j)\right)^2\right)}{\partial b_{kl}}+\\ &\sum_{\tau=0}^T\partial\left(\sum_{i\neq k}^n\left(E(y_i(t)y_k(t+\tau))-E(y_i)E(y_k)\right)^2\right)=\\ &2\sum_{\tau=0}^T\sum_{j\neq k}^n\left(E(y_k(t)y_j(t+\tau))-E(y_k)E(y_j)\right)\cdot\\ &\left(E(y_k(t)y_j(t+\tau))-E(y_k)E(y_j)\right)+\\ &2\sum_{\tau=0}^T\sum_{i\neq k}^n\left(E(y_i(t)y_k(t+\tau))-E(y_i)E(y_k)\right)\cdot\\ &\left(E(y_i(t)y_k(t+\tau))-E(y_i)E(y_k)\right) \end{aligned} \tag{14}$$

从 (14) 式中可看出, 对 $\Delta B(k)$ 的计算可转化为对 $E(y_iy_j)$, $E(y_j)$, $E(y_ix_j)$, $E(x_j)$ 的计算。我们知道, 若随机过程分别满足期望的各态历经条件, 则

$$\begin{aligned} E(y_iy_j)&=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^Ty_i(t)y_j(t)y_j(t+\tau) \\ E(y_i)&=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^Ty_i(t) \\ E(y_ix_j)&=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^Ty_i(t)x_j(t)y_j(t+\tau) \\ E(x_j)&=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^Tx_j(t) \end{aligned} \tag{15}$$

可分别作为 $E(y_iy_j)$, $E(y_j)$, $E(y_ix_j)$, $E(x_j)$ 的估计值。为此, 我们先给出如下定理:

定理 1 在模型的假设下, 分离信号 $y(t)$ 仍为平稳随机过程, 且满足期望的各态历经条件。

证明 不妨设

$$y_i=as_k+bs_l \quad y_j=cs_k+ds_l \tag{16}$$

其中 a, b, c, d 为常数, 因为由假设源信号为平稳随机过程, 则

$$E(y_i)=aE(s_k)+bE(s_l)=\text{常数} \tag{17}$$

从而

$$\begin{aligned} R_{y_i}(t,t+\tau)&=E(y_i(t)y_i(t+\tau))= \\ E((as_k(t)+bs_l(t))(as_k(t+\tau)+bs_l(t+\tau)))&= \\ a^2R_{s_k}(\tau)+b^2R_{s_l}(\tau)+2abE(s_k)E(s_l) \end{aligned} \tag{18}$$

故分离信号仍为平稳随机过程。

另外, 由数学期望各态历经定理^[14], 则有关系式成立

$$\lim_{T\rightarrow\infty}\frac{1}{T}\int_0^T(1-\frac{\tau}{T})[R_s(\tau)-E^2(s)]d\tau=0 \tag{19}$$

则有

$$\begin{aligned} \lim_{T\rightarrow\infty}\frac{1}{T}\int_0^T(1-\frac{\tau}{T})[R_y(\tau)-E^2(y)]d\tau= \\ \lim_{T\rightarrow\infty}\frac{1}{T}\int_0^T(1-\frac{\tau}{T})[a^2R_{s_k}(\tau)+b^2R_{s_l}(\tau)+ \\ 2abE(s_k)E(s_l)-a^2E^2(s_k)-b^2E^2(s_l)- \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2abE(s_k)E(s_l)]dt=\\ &\lim_{T\rightarrow\infty}\frac{1}{T}\int_0^T(1-\frac{\tau}{T})[a^2R_{s_k}(\tau)-a^2E^2(s_k)+\\ &b^2R_{s_l}(\tau)-b^2E^2(s_l)]dt=0 \end{aligned} \tag{20}$$

即分离信号仍满足数学期望各态历经性。

定理 2 分离信号各分量之间平稳相关，且两者之积仍满足期望的各态历经条件。

该定理的证明完全类似于定理 1，故从略。

根据上面的定理我们可以求得 J 与 ΔB 的表达式，从而可得如下算法步骤：

- (1) 初始化分离矩阵 B ，给定一个门限值 ϵ ；
- (2) 假设进行到第 k 步，根据 (13) 和 (15) 式计算此时的目标函数 J ，如果 $J\leq\epsilon$ ，算法终止， $y(t)$ 即为源信号；否则转 3；
- (3) 根据 (14) 和 (15) 式计算 $\Delta B(k)$ ，由 (11) 式计算 $B(k+1)$ 。
- (4) 依据 (2) 式计算 $y(t)$ ，转 (2)。

3 仿真与分析

为了说明该分离算法的有效性，我们将分别以两个图象信号和三个声音信号进行混叠分离仿真。首先选用两个源信号混叠，源信号来自图像信号 lenal 与 cameraman，仿真时将二维的图像信号沿 y 轴扫描使其转化为一维信号，像素值即为信号值，

两图像经混迭矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}$ 混合，最后经过分离算法得到图像分离的结果。源图像、混叠图像、分离图像分别如图 1 所示：

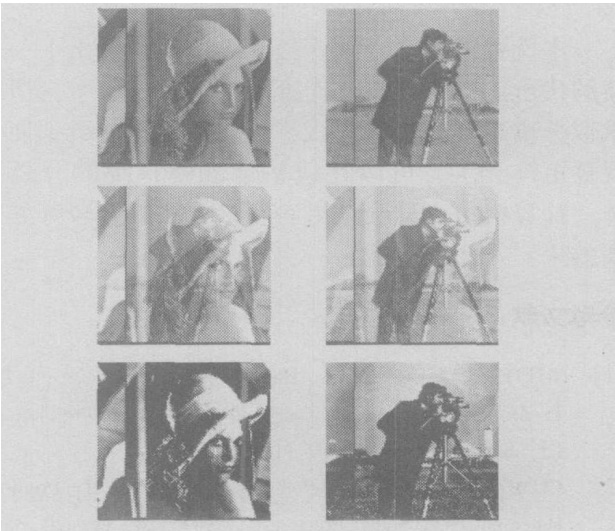


图 1 上：原图像，中：混叠图像，下：分离图像
Fig 1 top: original pictures middle: mixed pictures bottom

其次是三个声音信号的仿真结果。三个信号为背景声音信号，由于选用的信号比较规则，其统计特性只取少量的点即可表现出来，其分离结果如图 2 所示。

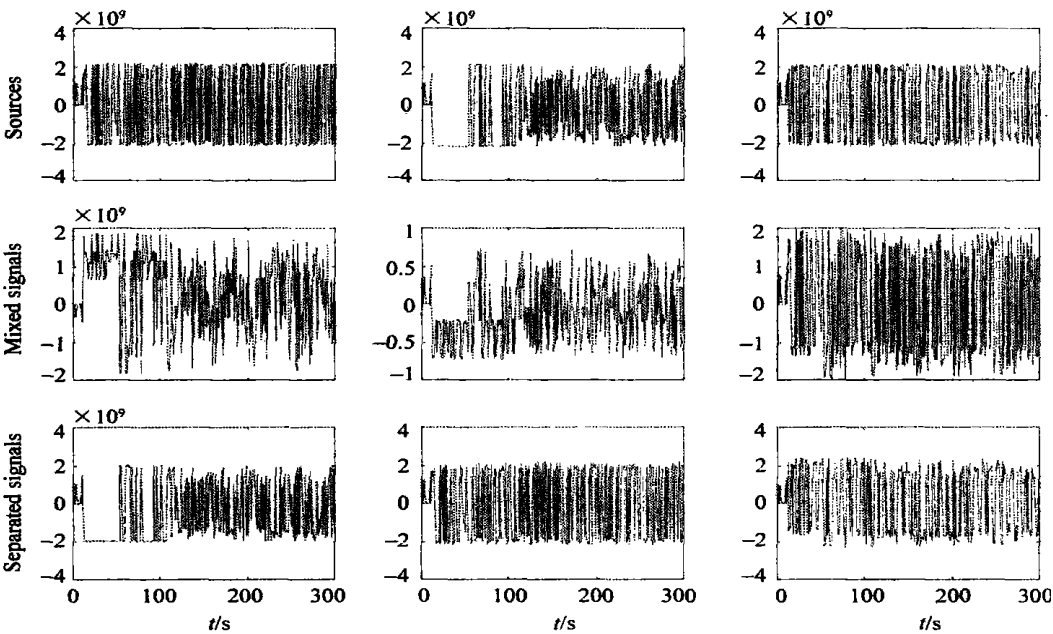


图 2 三个声音信号的混叠、分离，上：原波形，中：混叠波形，下分离波形

Fig 2 mixture and separation of three sounds, top: original signals, middle: mixed signals bottom: separated signals

从上面的图 2 可以看出, 分离后的信号与源信号除了幅度与顺序有些变化之外, 其波形基本上与源信号保持一致。可以满足分离的要求。

4 结 论

本文根据源信号统计独立的性质, 导出了一个新的代价函数, 并以此代价函数得出了一个自适应求取分离矩阵的算法。该算法仅利用观测数据而与混叠矩阵无关, 可以在线估计混叠系统的分离矩阵。计算机仿真试验结果表明该算法具有较好的分离效果。

参考文献:

- [1] JUTTEN C, HERAULT J. Blind separation of sources, Part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture [J]. Signal Processing, 1991, 24: 1—10.
- [2] COMON P. Blind separation of sources, Part II: Problems statement [J], Signal Processing, 1991, 24: 11—20.
- [3] YEREDOR A. Blind source separation via the second characteristic function [J], Signal Processing, 2000, 80: 897—902.
- [4] BELOUCHRANI A, KARIM A M, CARDOSO J F, et al. A blind source separation technique using second-order Statistics [J]. IEEE Trans Signal Process, 1997, 45(2): 434—443.
- [5] LANG T, YUJIRO I, LIU R W. Waveform-preserving blind estimation of multiple independent sources [J]. IEEE Trans Signal Process, 1993, 41(7): 2461—2470.
- [6] PAJUNEN P. Blind source separation using algorithmic information theory [J]. Neurocomputing, 1998, 22: 35—48.
- [7] LAI W K, CHING P C. A novel blind estimation algorithm [J]. IEEE Trans Signal Process, 1997, 45(7): 1763—1769.
- [8] BELOUCHRANI A, MOENESS G A. Blind source separation based on time-frequency signal representations [J]. IEEE Trans Signal Process, 1998, 46(11): 2888—2897.
- [9] CARDOSO J F, SOULOUMIAC A. Blind beamforming for non-gaussian signals [J]. IEE Proc F, 1993, 140(6): 362—370.
- [10] IHM B C, PARK D J. Blind separation of sources using higher-order cumulants [J]. Signal Processing, 1999, 73: 267—276.
- [11] 谭丽丽, 韦岗. 多输入多输出盲解卷问题的最大熵解法[J]. 电子学报, 2000, 28(1): 114—116.
- [12] DING Z, NGUYEN T. Stationary points of a kurtosis maximization algorithm for blind signal separation and antenna beamforming [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2000, 48(6): 1587—1596.
- [13] 谭丽丽, 韦岗. 卷积混叠信号的最小互信息量盲分离算法 [J]. 通信学报, 1999, 20(10): 49—55.
- [14] 汪荣鑫. 随机过程[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1998.
- [15] DAI X H. A new blind separation method of convolutive mixture of regular signal based on hidden representation and system deconvolution [J]. Signal Processing, 2001, 81: 173—182.

Adaptive Blind Separation Algorithm Based on Covariance Matrix

CHEN Chuang xin

(Guangdong New Idea & Patent Develop CO. Ltd, Guangzhou 510030, China)

Abstract: Propose a new blind separation algorithm is proposed for linear mixture of signals. The algorithm's separation criterion is based on the diagonal characteristic of covariance matrix of the mutually independent signals. Separation is achieved by steepest descend method. The algorithm does not needs extra demand of signals and mixing matrix. Theoretical analysis and simulations show the effectiveness of this algorithm.

Key words: blind separation; covariance; ergodic condition; steepest descend method