

用分层关联方法求简单图中所有 Hamilton 回路的算法^{*}

文中华^{1,2}, 姜云飞¹

(¹ 中山大学软件研究所, 广东 广州 510275)

(² 湘潭大学信息工程学院, 湖南 湘潭 411105)

摘 要: 研究简单图中所有的 Hamilton 回路, 不但可以判断简单图是否 Hamilton 图, 并且还可以得到简单图的所有 Hamilton 回路。首先在简单图中建立了初级通路的关联关系, 并对初级通路的关联关系进行了分层, 在此基础上, 设计了求简单图中所有 Hamilton 回路的算法。该算法利用简单图中长度为 x 的初级通路及长度为 x 的初级通路的分层关联关系逐步求长度为 $x+1$ 的初级通路及长度为 $x+1$ 的初级通路的分层关联关系的方法, 求得简单图的所有 Hamilton 回路。通过理论证明, 该算法与已有的求简单图的所有 Hamilton 回路的算法相比, 原有的求简单图的所有 Hamilton 回路算法中大量的重复计算被避免, 从而提高了算法的效率。

关键词: 简单图; Hamilton 回路; 关联关系; 初级通路

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2006) 02-0020-05

设 $G = (V, E)$ 是一个图, V 称为图 G 的顶点集, E 称为图 G 的边集, 若图 G 中存在经过所有顶点一次且仅一次的回路, 则称图 G 为 Hamilton 图, 该回路称为 Hamilton 回路^[1]。在图 G 中找一条 Hamilton 回路是 NP 完全问题, 找出图 G 的所有 Hamilton 回路也是 NP 完全问题^[2]。现有的对于 Hamilton 回路的研究, 主要集中在对图作限制后, 对 Hamilton 回路的存在性或在图中找一条 Hamilton 回路的研究上^[3-7], 而对在一般图中求出图的所有 Hamilton 回路的研究是很少的。如果能将图中所有的 Hamilton 回路找出来, 则图是否 Hamilton 图得到了判断, 并且还识别了所有的 Hamilton 回路。有很多问题是与图的所有 Hamilton 回路密切相关的, 例如, 旅行商问题。对于一般的图, 现有的找出图的所有 Hamilton 回路的算法的复杂度与无信息图搜索算法的复杂度是一样的。本文通过在图中建立初级通路的分层关联关系, 用长度为 x 的初级通路及其分层关联关系求出长度为 $x+1$ 的初级通路及其分层关联关系, 从而求得图的所有 Hamilton 回路。通过理论证明, 本文算法避免了在无信息图搜索算法中大量的重复计算, 从而大大降低了算法的复杂度。

简单图是不含自环和平行边的图, 由于一个图 G 有 Hamilton 回路当且仅当 G 的基础简单图有 Hamilton 回路, 所以, 下面只考虑简单图。

1 图的初级通路 with 初级回路

定义 1 图 $G = (V, E)$, G 中顶点与边的交替序列 $\Gamma = v_{i0} e_{j1} v_{i1} e_{j2} \cdots e_{jx} v_{ix}$ 称为顶点 v_{i0} 到顶点 v_{ix} 的通路, 其中 $e_{jr} = (v_{ir-1}, v_{ir})$, $r = 1, 2, \cdots, x$, v_{i0}, v_{ix} 分别称为 Γ 的起点和终点, Γ 中边数 x 称为 Γ 的长度。为了方便, $\Gamma = v_{i0} e_{j1} v_{i1} e_{j2} \cdots e_{jx} v_{ix}$ 也简记为 $\Gamma = v_{i0} v_{i1} \cdots v_{ix}$ 。若 Γ 的所有顶点各异, 则称 Γ 为初级通路; 若 Γ 中除 $v_{i0} = v_{ix}$ 外, 其它顶点各异, 则称 Γ 为初级回路; 若 Γ 中有顶点 (除 v_{i0} 与 v_{ix} 相同外) 重复出现, 则称 Γ 为复杂通路^[8]。

设 G 为含有 n 个顶点 $v_1, v_2, \cdots, v_n$ 的简单图, 根据定义 1, G 中最长的初级通路的长度不会超过 $n-1$ 。在图 G 中, 如果存在长度为 $n-1$ 的初级通路 $\Gamma = v_{i0} v_{i1} \cdots v_{i(n-1)}$, 且 Γ 的终点到起点有边相连, 则 G 是 Hamilton 图, $\Gamma_{v_{i0}}$ 就是 G 的一条 Hamilton 回路。

根据初级通路的定义, 所有长度为 $x+1$ 的初级通路 $v_{i0} v_{i1} v_{i2} \cdots v_{i(x-1)} v_{ix} v_{i(x+1)}$ 都可由相应长度为 x 的初级通路 $v_{i0} v_{i1} v_{i2} \cdots v_{i(x-1)} v_{ix}$ 在其终点加上边 $(v_{ix}, v_{i(x+1)})$ 而获得, 也可由相应长度为 x 的初级通路 $v_{i1} v_{i2} \cdots v_{i(x-1)} v_{ix} v_{i(x+1)}$ 在其起点加上边 (v_{i0}, v_{i1}) 而获得。长度为 x 的初级通路在终点 (或起点) 加上一条边不一定是长度为 $x+1$ 的初级通路, 有可能是初级回路, 也可能是复杂通路。

* 收稿日期: 2005-03-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60173039)

作者简介: 文中华 (1966 年生), 男, 博士生, 讲师, Email: zhonghua@xtu.edu.cn

2 关联初级通路

定义 2 设 $G = (V, E)$ 为简单图, $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 是 G 中一条初级通路, 如果 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ ($v_{i(x+1)} \neq v_0$) 也是 G 中一条初级通路, 则称 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 的关联初级通路, 称 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 与 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 有关联关系, 称 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 是该关联关系的头, $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是该关联关系的尾. 记为: $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k \rightarrow (v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)})$.

定理 1 设 G 为含有 n 个顶点 $v_1, v_2, \cdots, v_n$ 的简单图, $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 是 G 中的一条长度为 x ($x \leq n - 2$) 的初级通路, $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 的关联初级通路, 则 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 G 中一条长度为 $x+1$ 的初级通路.

证明 因为 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是一条初级通路, 所以 $(v_k, v_{i(x+1)}) \in E$, $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 G 中一条长度为 $x + 1$ 的通路. 因为 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 是 G 中的一条长度为 x 的初级通路, 所以 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 中的顶点各不相同, 因为 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 的关联初级通路, 所以 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 中的顶点各不相同, 且 $v_{i(x+1)} \neq v_0$, 所以 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 中的顶点各不相同, 根据初级通路的定义, $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 G 中一条长度为 $x + 1$ 的初级通路.

定义 3 设 $G = (V, E)$ 为简单图, $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 是 G 中一条初级通路, $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 的关联初级通路, 称 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是初级通路 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 与它的关联初级通路 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 导出的初级通路. 长度为 x 的初级通路之间的关联关系称为 x 级关联关系.

根据定理 1, 可以得到下面的推论:

推论 1 任何长度为 $x+1$ ($x > 0$) 的初级通路 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 都可由相应的长度为 x 的初级通路 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 与它的关联初级通路 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 而导出.

证明 设 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是长度为 $x + 1$ 的初级通路, 则 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 和 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 G 中长度为 x 的初级通路, 且 $v_{i(x+1)} \neq v_0$. 根据定义 2 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 的关联初级通路. 根据定理 1 和

定义 3 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 和 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 导出的初级通路, 即原结论成立.

推论 2 设 G 为含有 n 个顶点的简单图, $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 是 G 中的一条长度为 x 的初级通路, $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 是 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k$ 的关联初级通路, $v_2 v_3 v_4 \cdots v_{i(x+1)} v_{i(x+2)}$ 是 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 的关联初级通路, 如果 $v_{i(x+2)} \neq v_0$, 则 $v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)} v_{i(x+2)}$ 是 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{i(x-1)} v_k v_{i(x+1)}$ 的关联初级通路.

推论 3 长度为 $x + 1$ ($x > 0$) 的初级通路的关联关系都可由相应长度为 x 的初级通路的关联关系导出.

3 求图的所有 Hamilton 回路的算法

设 G 为含有 n ($n \geq 4$) 个顶点 $v_1, v_2, \cdots, v_n$ 的简单图, A 是 G 的邻接矩阵.

3.1 算法思想

如果 G 中存在 Hamilton 回路, 则每一条 Hamilton 回路中一定含有顶点 v_1 , 为了求 G 的所有 Hamilton 回路, 我们不妨从顶点 v_1 开始, 利用从 v_1 开始的长度为 x 的初级通路和其关联初级通路求出从 v_1 开始的长度为 $x + 1$ 的初级通路的方法, 求出从 v_1 开始的长度为 $n - 1$ 的初级通路, 最后检验长度为 $n - 1$ 的初级通路是否为回路, 从而求得 G 的所有 Hamilton 回路.

设与 v_1 相连的顶点有 f 个, 这 f 个顶点依次为 $v_{11}, v_{12}, \cdots, v_{1f}$. 选择 f 条边 $v_1 v_{11}, v_1 v_{12}, \cdots, v_1 v_{1f}$ 中的 $f - 1$ 条边, 根据 A 依次写出这些边的所有关联初级通路, 称为第一级第一层关联关系. 这里不考虑从 v_1 开始的某一条边, 例如 $v_1 v_{12}$, 因为如果存在包含边 $v_1 v_{12}$ 的 Hamilton 回路, 则这条 Hamilton 回路一定包含了边 $v_1 v_{11}, v_1 v_{13}, \cdots, v_1 v_{1f}$ 中的某一条边. 反之, 考虑了包含边 $v_1 v_{11}, v_1 v_{13}, \cdots, v_1 v_{1f}$ 中任一边的 Hamilton 回路, 就不会漏掉包含边 $v_1 v_{12}$ 的 Hamilton 回路.

为了求简单图 G 中的所有 Hamilton 回路, 没有必要计算所有的关联关系, 只需计算为获得从 $v_1 v_{11}, v_1 v_{13}, \cdots, v_1 v_{1f}$ 开始的所有长度为 $n - 1$ 的初级通路所需用到的关联关系.

根据定义 3 简单图中长度为 $n - 1$ 的初级通路已包含了 n 个顶点, 已没有关联关系, 所以, 在含有 n 个顶点的简单图中, 初级通路的关联关系的最大级数为 $n - 2$ 级.

为了降低算法的复杂度, 我们对同一级关联关系进行分层.

$C = A$ 将 C 的第一行和第一列的元素全部赋

0 值, $B=C$ 。

对第一级关联关系按以下方法分层。

将上一层关联关系的尾作为下一层关联关系的头, 根据矩阵 B 、 C 写出下一层关联关系。例如上一层关联关系中有 $v_i v_j \rightarrow v_j v_s$, 则如果 $c_{st} = 1$, $b_{js} = 1$ 且 $t \neq j$ 则建立关联关系 $v_j v_s \rightarrow v_s v_t$, $b_{js} = 2$ 。

对第 $x+1$ 级关联关系按以下方法分层。

用第 x 级关联关系的第一层和第二层关联关系根据定理 1 的推论 2 计算第 $x+1$ 级关联关系的第一层关联关系; 将上一层关联关系的尾作为下一层关联关系的头, 根据第 x 级关联关系求出该初级通路的关联初级通路。如果上一层关联关系的尾在前面作为关联关系的头出现过, 则在本层不要重复写出该关联关系。

在简单图中对关联关系按上述方法分级分层以后, 第 x 级关联关系只需计算到第 $n-(x+1)$ 层。因为第 x 级关联关系的第一层的头 (从顶点 v_1 出发) 的长度为 x , 每经过一次关联, 长度增加 1, 通过 $n-(x+1)$ 次递增, 长度就到了 $n-1$, 初级通路最长的长度为 $n-1$, 所以第 x 级关联关系的第 $n-(x+1)$ 层以后的关联关系对计算从 v_1 开始的长度为 $n-1$ 的初级通路没有作用。

3.2 算法

根据前面的分析, 本文求简单图中的所有 Hamilton 回路算法的具体步骤如下:

(1) 检查 G 是否满足是 Hamilton 图的必要条件: 每个 Hamilton 图都一定是连通的且每个顶点的度均大于等于 2。方法是检查 A 的每一行 1 的个数是否均大于等于 2。检查 $R=A+A^2+\dots+A^{n-1}$ 的第一行的元素都不为 0。若不满足此必要条件, 判断简单图 G 不是 Hamilton 图, 输出简单图 G 没有 Hamilton 回路, 算法停止。

(2) 根据上面陈述的方法, 写出第一级分层关联关系, $x=1$ 。

(3) 若第 x 级的第二层关联关系为空, 判断 G 不是 Hamilton 图, 输出 G 没有 Hamilton 回路, 算法停止。

(4) 由 3.1 陈述的方法, 用第 x 级关联关系求出第 $x+1$ 级关联关系。

(5) $x=x+1$, 若 $x \leq n-2$ 执行步骤 (3)。

(6) 根据第 $n-2$ 级关联关系导出从 v_1 开始的长度为 $n-1$ 的初级通路。将从 v_1 开始长度为 $n-1$ 的所有初级通路依次放入集合 S 中。

(7) 反复从 S 中取走第一条初级通路, 直到 S 为空。对取出的每条初级通路, 检查这条初级通路

的终点到顶点 v_1 是否有边, 若有边, 则这条初级通路加上终点到起点的边就是 G 的 Hamilton 回路, 输出该 Hamilton 回路。当 S 为空时, 算法停止。

如果简单图 G 是 Hamilton 图, 存在 $v_1 v_2 v_3 \dots v_{i(n-1)} v_{in} v_1$ ($v_2 \neq v_{12}, v_{in} \neq v_{12}$) 的 Hamilton 回路, 则该算法求出 $v_1 v_2 v_3 \dots v_{i(n-1)} v_{in} v_1$ 和 $v_1 v_{in} v_{i(n-1)} \dots v_3 v_2 v_1$ 两条形式上不一样而实质一样的 Hamilton 回路。

4 举例和复杂度分析

该算法的复杂度是指数时间的。目前, 对一些特殊的图已有一些有效的算法^[9-10], 现有的在一般的图中找出所有 Hamilton 回路的算法的复杂度与采用无信息图搜索算法的复杂度相同, 本算法与无信息图搜索算法相比, 它有了很大的改进。设 G 为如下图 1 所示的简单图, A 是 G 的邻接矩阵。下面分析用无信息图搜索算法求 G 的所有 Hamilton 回路所需要的检验次数的构成与采用本文算法求 G 的所有 Hamilton 回路所需要的检验次数的构成的异同。两种算法都从顶点 D 开始, 都不考虑 DV 边 (由顶点 D 到顶点 V 的边简记为 DK , 其它类似)。

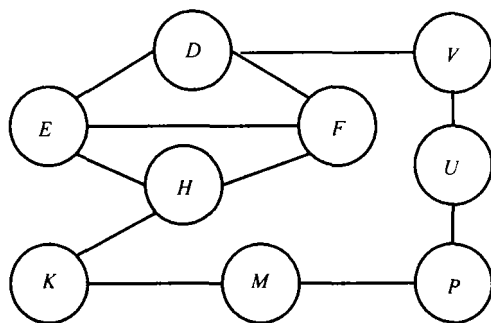


图 1 图 G

Fig 1 Graph G

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

用无信息图搜索算法得到如下搜索图 (图 2)。由图 2 可得, 要得到 G 的所有 Hamilton 回路, 用无信息图搜索算法共需作 56 次检验。

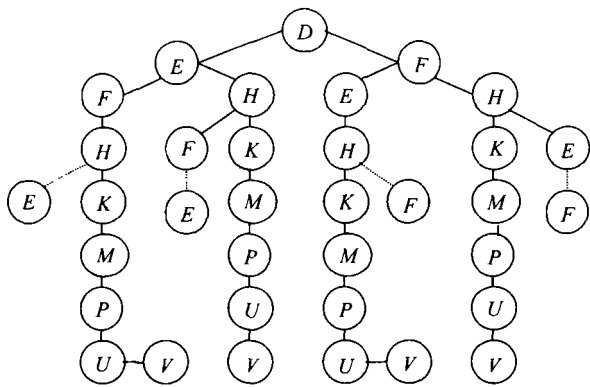


图 2 图 G 的搜索图
Fig. 2 Search graph of G

用本文所设计的算法，得到如下过程：
根据邻接矩阵 A 可得第 1 级关联关系如表 1。

表 1 第 1 级关联关系
Tab. 1 The first correlation

层数	初级通路	关联初级通路
1	DE	(EF, EH)
	DF	(FE, FH)
2	EF	(FH)
	EH	(HF, HK)
	FE	(EH)
	FH	(HE, HK)
3	HF	(FE)
	HK	(KM)
	HE	(EF)
4	KM	(MP)
5	MP	(PU)
6	PU	(UV)
7	UV	无

由表 1 根据定理 1 及推论 2 可得第 2 级关联关系如下表 2。

表 2 第 2 级关联关系
Tab. 2 The second correlation

层数	初级通路	关联初级通路
1	DEF	(EFH)
	DEH	(EHF, EHK)
	DFE	(FEH)
	DFH	(FHE, FHK)
2	EFH	(FHK)
	EHF	无
	EHK	(HKM)
	FEH	(EHK)
	FHE	无
	FHK	(HKM)
3	HKM	(KMP)
4	KMP	(MPU)

5	MPU	(PUV)
6	PUV	无

由第 2 级关联关系可以求出第 3 级关联关系。
依此类推，可以求出第 7 级关联关系为：

DEFHKMPU	→	(EFHKMPUV)
DEHKMPUV	→	无
DFEHKMPU	→	(FEHKMPUV)
DFHKMPUV	→	无

由第 7 级关联关系可以求出长度为 8 的通路为 DEFHKMPUV 和 DFEHKMPUV，检查这两条初级通路的终点到顶点 D 是否有边，可得 2 条 Hamilton 回路。

根据上面的过程可得，用本文所设计的算法求 G 的所有 Hamilton 回路共需要作 30 次检验，比用无信息图搜索算法减少了 26 次。

用两种算法求解，最后对长度为 $n - 1$ 的初级通路是不是 Hamilton 回路的检验的耗费是一样的；中途对于所产生的复杂通路的检查的耗费也是一样的。

用无信息图搜索算法所得到的搜索图中，对于要得到任一分枝，都要进行一些检验。例如要得到左枝 DEFHKMPUV，由顶点 H 到顶点 K 要检验，检验顶点 K 与前面的顶点 E 是否一样；由顶点 K 到顶点 M 要检验，检验顶点 M 与前面的顶点 E, F 是否一样；由顶点 M 到顶点 P 要检验，检验顶点 P 与前面的顶点 E, F, H 是否一样；由顶点 P 到顶点 U 要检验，检验顶点 U 与前面的顶点 E, F, H, K 是否一样；由顶点 U 到顶点 V 要检验，检验顶点 V 与前面的顶点 E, F, H, K, M 是否一样；共计 15 次检验。

用本文所设计的算法，要得到初级通路 DEFHKMPUV，需要用到相应的 7 级关联关系，得到相应的 7 级关联关系共计也需要 15 次检验。采用该算法与采用无信息图搜索算法相比，二者的检验次数是一样的，方式也是一样的。此结论具有一般性，在任意图中，选定某个点作为起点，如 v_1 ，要求出从 v_1 出发的任意一条长度为 $y(y \geq 4)$ 的初级通路，用本文算法和无信息图搜索算法都需要 $(y - 2) \times (y - 3) / 2$ 次检验。

如果要得到多条分枝，情况就大不一样了。例如要得到分枝 DEFHKMPUV 和 DFEHKMPUV，用无信息图搜索算法所需要的检验是这两枝分别所需检验的和，是 30 次检验。但用本文所设计的算法，得到 DEFHKMPUV 和 DFEHKMPUV 两条初级通路，都须先得到初级通路 HKMP, KMPU, MPUV,

$HKMPU$, $KMPUV$, $HKMPUV$ 得到它们, 只需要得到它们对应的关联关系, 而得到它们对应的关联关系, 只需要作一遍检验, 不需要重复检验。所以, 要得到 $DEFHKMPUV$ 和 $DFEHKMPUV$ 两条初级通路, 检验次数是 $30 - 6 = 24$ 次。 G 中这种情况是很多的, 例如初级通路 $DEHKMPUV$ 与 $DFEHKMPUV$ 等等。

对一般的图, 确定了起始点 v_1 以后, 对于从 v_1 出发的多条 (2 条或 2 条以上) 初级通路, 只要存在有连续 4 个顶点及以上相同的部分, 用本文所设计的算法, 则相同部分只需计算一次, 而在用无信息图搜索算法中, 只有从根结点 v_1 出发的连续 4 个顶点及以上相同的部分才只计算一次, 其它情况都要重复计算。在一般的图中多条初级通路有连续 4 个顶点及以上相同的部分 (相同部分不是从起始点 v_1 出发的) 的现象是普遍存在的。这样, 采用本文所设计的算法, 减少了大量的重复计算。

5 结论与展望

本文通过利用建立的初级通路的分层关联关系, 求得简单图的所有 Hamilton 回路, 从而也给出了一个简单图是否为 Hamilton 图的判断。所设计的求简单图中所有 Hamilton 回路的算法, 与已有的求简单图中所有 Hamilton 回路的算法相比, 大大降低了算法的复杂度。作者认为, 利用本文建立分层关联关系的方法, 可以对满足是 Hamilton 图的必要条件而实际上又不是 Hamilton 图的部分图是否 Hamilton 图的判定作进一步的研究。

参考文献:

- [1] WEST D B. Introduction to Graph Theory[M]. Upper Saddle River: Prentice Hall 1996
- [2] SERRA M, KENT K. Using FPGAs to solve the Hamiltonian cycle problem[J]. Circuits and systems 2003 3: 228 - 231
- [3] VANDEGRIEND B, CULBERSON J. The gnm phase transition is not hard for the Hamiltonian cycle problem[J]. Journal of Artificial Intelligence Research 1999 9: 219 - 245
- [4] NEBESK L. A matching and a Hamiltonian cycle of the fourth power of a connected graph[J]. Mathematica Bohemica 1993 118: 43 - 52
- [5] KANEKO A, YOSHIMOTO. On a Hamiltonian cycle in which specified vertices are uniformly distributed[J]. Journal of Combinatorial Theory Ser B 2001 81(1): 100 - 109
- [6] LI J, LU M. Hamiltonian cycles in 3-connected claw-free graphs[J]. Discrete Mathematics 2002 250: 137 - 151
- [7] BENKOUAL A, MANOUSSAKIS Y, SAAD R. The number of 2-edge colored complete graphs with unique Hamiltonian alternating cycle[J]. Discrete Mathematics 2003 263: 1 - 10
- [8] 耿素云, 屈婉玲, 王捍贫. 离散数学教程[M]. 北京: 北京大学出版社, 2002
- [9] MANOUSSAKIS Y. A linear time algorithm for finding Hamiltonian cycle in tournaments[J]. Discrete Applied Math 1992 36: 199 - 202
- [10] SHIH W K, CHERN T C. An $O(n^2 \lg n)$ algorithm for the Hamiltonian cycle problem on circular arc graphs[J]. SIAM J Computing 1992 21: 1026 - 1046

An Algorithm for Finding All Hamiltonian Cycle in Simple Graph via Hierarchical Correlation

WEN Zhong-hua^{1,2}, JIANG Yun-fei¹

(1. Software Institute, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

2. College of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

Abstract Researching all Hamiltonian cycle in simple graph can not only know whether this graph is Hamiltonian or not but also obtain all Hamiltonian cycles of this graph. Hierarchical correlation of path is built. Based on hierarchical correlation, an algorithm for identifying all Hamiltonian cycles in simple graph is built. Through correlation of path in which path's length is x , path and correlation of path in which path's length is $x+1$ are obtained step by step, all Hamiltonian cycles are obtained. That the complexity of this algorithm has been reduced is shown.

Key words simple graph; Hamiltonian cycle; correlation; path