

维纳滤波图像恢复的理论分析与实现^{*}

张德丰¹, 张葡青²

(1 佛山科学技术学院机电与信息工程学院, 广东 佛山 528000
2 暨南大学物理系, 广东 广州 510632)

摘 要: 通过建立运动模糊数学模型, 进行了消除运动模糊的仿真实验, 维纳滤波恢复运动模糊图像效果较好。在图像恢复技术中, 点扩展函数 (PSF) 是影响图像恢复结果的关键因素, 所以常常利用先验知识和后验判断方法估计 PSF 函数来恢复图像。实验表明在实际恢复过程中如果运动模糊图像混入了噪声, 必须考虑到信噪比、噪声的自相关函数和原始图像的自相关函数对恢复后图像的影响。

关键词: 运动模糊; 维纳滤波; 点扩展函数 (PSF); 噪声

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2006) 06-0044-04

图像恢复技术是图像处理领域一类非常重要的处理技术, 与图像增强等其他基本图像处理技术类似, 也是以获取视觉质量某种程度的改善为目的, 所不同的是图像恢复过程实际上是一种估计过程, 需要根据指定的图像退化的模型, 对退化图像进行恢复, 以取得未经过退化的原始图像。由于引起图像退化的因素众多, 且性质各不相同, 目前没有统一的恢复方法, 众多研究人员根据不同的应用物理环境, 采用了不同的退化模型、处理技巧和估计准则, 从而得到了不同的恢复方法。

1 图像的退化模型与图像的矩阵表示

在实际应用中, 通常都假定传输系统是线性系统, 原始图像 $f(x, y)$ 通过系统 $h(x, y)$ 。 $h(x, y)$ 是综合所有退化因素得到的系统函数, 称为成像系统的冲激响应或者点扩展函数 (PSF)。图 1 所示的框图就是一个基本的退化模型, $g(x, y)$ 为实际得到的退化图像, $n(x, y)$ 为噪声模型。

根据图 1 所示图像退化框图, 退化模型可以表示为:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + n(x, y) \quad (1)$$

但在实际应用中, 处理的都是数字图像, 所以对式 (1) 采用离散化形式进行表示, 如式 (2) 所示

$$g(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) h(x-m, y-n) + n(x, y) \quad (2)$$

其中 $x=0, 1, 2, \dots, M-1, y=0, 1, 2, \dots, N-1$ 。函数 $f(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 分别是周期为 M 和 N

的函数, 如果函数周期不是 M 和 N , 必须对其补零延拓, 以避免卷积周期的交叠。

数字图像一般有两种常用表示法: 矩阵法和链码法。本文研究的数字图像是以矩阵或数组的方式存储的。如果以列向量 f, g, n 分别表示 $f(x, y)$, $g(x, y)$ 和 $n(x, y)$, 如式 (3) 所示。

$$f = \begin{bmatrix} f(0, 0) \\ f(0, 1) \\ \dots f(0, N-1) \\ \dots \\ f(M-1, 0) \\ f(M-1, 1) \\ \dots \\ f(M-1, N-1) \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} g(0, 0) \\ g(0, 1) \\ \dots g(0, N-1) \\ \dots \\ g(M-1, 0) \\ g(M-1, 1) \\ \dots \\ g(M-1, N-1) \end{bmatrix},$$

$$n = \begin{bmatrix} n(0, 0) \\ n(0, 1) \\ \dots n(0, N-1) \\ \dots \\ n(M-1, 0) \\ n(M-1, 1) \\ \dots \\ n(M-1, N-1) \end{bmatrix} \quad (3)$$

这样, 式 (3) 就可以改写为式 (4)。

$$g = Hf + n \quad (4)$$

式中, H 为 $MN \times NM$ 维的矩阵, 可以写作由 M^2 个 $N \times N$ 子矩阵组成的形式:

^{*} 收稿日期: 2006-03-18
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60135020)
作者简介: 张德丰 (1963 年生), 男, 副教授; E-mail: zhangdf@fshan.net

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

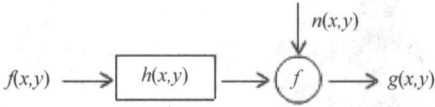


图 1 图像退化模型
Fig. 1 Image Degeneration Model

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_0 & H_{M-1} & H_{M-2} & \cdots \\ H_1 & H_0 & H_{M-1} & \cdots \\ H_2 & H_1 & H_0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ H_{M-1} & H_{M-2} & H_{M-3} & \cdots \end{bmatrix} \quad (5)$$

而每个子矩阵 H_j 都是由 $h(x,y)$ 中的第 j 行构成的:

$$H_j = \begin{bmatrix} h(j,0) & h(j,N-1) & h(j,N-2) & \cdots & h(j,1) \\ h(j,1) & h(j,0) & h(j,N-1) & \cdots & h(j,2) \\ h(j,2) & h(j,1) & h(j,0) & \cdots & h(j,3) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h(j,N-1) & h(j,N-2) & h(j,N-3) & \cdots & h(j,0) \end{bmatrix} \quad (6)$$

由式 (5) 和式 (6) 可知, $\mathbf{H}$ 和 H_j 都是循环矩阵, 即矩阵的第一行末尾和第二行开头元素都相同, 矩阵末行的尾元素与矩阵首行的头元素相同。所以, 矩阵 $\mathbf{H}$ 是分块循环矩阵。

现在, 图像恢复的主要任务就是根据 g 和已知的 $\mathbf{H}$ 和 n 来估计 f 。如果直接按照式 (4) 来计算, 那将是一个非常烦杂的过程, 数据量太大, 而利用 $\mathbf{H}$ 是分块循环的特点可以进行简化。其中, 最常用的方法就是将分块循环矩阵对角化。

可以证明, 分块循环矩阵可以写成以下形式:

$$\mathbf{H} = \mathbf{W} \mathbf{D} \mathbf{W}^{-1}$$

式中, $\mathbf{D}$ 是对称正交对角阵, 具体取值如下:

$$D(k,k) = \sum_{i=0}^{M-1} h(i) \exp(-j \frac{2\pi k i}{M})$$
$$k = 0, 1, 2, \cdots, M-1$$

由此, 对 (4) 式两边分别左乘 $\mathbf{W}^{-1}$, 可得到下式:

$$\mathbf{W}^{-1} \mathbf{g} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{f} + \mathbf{W}^{-1} \mathbf{n} =$$
$$\mathbf{W}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{D} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{f} + \mathbf{W}^{-1} \mathbf{n} = \mathbf{D} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{f} + \mathbf{W}^{-1} \mathbf{n}$$

根据的定义可知, $\mathbf{W}^{-1} \mathbf{g}$, $\mathbf{D} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{f}$ 和 $\mathbf{W}^{-1} \mathbf{n}$ 分别是 f , g , n 的傅里叶变换按照行堆叠而成的向量。这样, 通过以上处理, 就可以将空域中的复杂的方程求解问题转化成频域中的简单计算, 即对下式进行处理:

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v)$$

2 维纳滤波图像恢复的原理

最小二乘方滤波也就是维纳滤波。它是使原始图像 $f(x,y)$ 及其恢复图像 $\hat{f}(x,y)$ 之间均方误差最小的恢复方法。

$$g(x,y) = \iint_H (x - \alpha, y - \beta) f(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + n(x,y)$$

给定了 $g(x,y)$, 并不能精确求解出 $f(x,y)$ 。在此只能找到一个估算值 $\hat{f}(x,y)$, 使得均方误差式

$$e^2 = E \{ [f(x,y) - \hat{f}(x,y)]^2 \}$$

最小, 其中 $\hat{f}(x,y)$ 叫做给定 $g(x,y)$ 时 $f(x,y)$ 的最小二乘方估计。

最小二乘方滤波器的传递函数表示形式

$$M(u,v) = \frac{1}{h(u,v)} \cdot \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + \Gamma}$$

式中, Γ 是噪声对信号的功率密度比, 它近似为一个适当的常数。

3 实验结果与分析

前面假设 PSF 已知, 但在实际情况下它是未知的。为此, 必须先确定 PSF。确定 PSF 的方法有三种:

(1) 运用先验知识, 分析图像上的点和线。如果事先已知原图像有个清晰点, 则该点在退化图像上的模糊的图形就是 PSF。如果图像中含有直线或边沿, 它们的退化影像是 PSF 在直线边沿方向的积分投影。假设满足旋转对称性, 则可从积分投影中导出 PSF。

(2) 运用后验判断方法, 如功率谱和倒谱的分析。

(3) 最大似然 ML 估计和利用 EM 算法等估计 PSF。

为了创建模糊化的图像, 首先创建一个确定类型的 PSF, 然后使用这个 PSF 对原始图像进行卷积, 从而得到模糊化的图像。图 3 是用仿真程序产生的运动模糊的 PSF, 然后将 PSF 与原图像 (图 2) 卷积, 得到的模糊图像。

对于模糊后的图像, 用真实的 PSF 函数采用维纳滤波方法恢复图像, 恢复后的结果如图 4 所示。从恢复的图像来看, 效果还是可以的, 因为这里采用了真实 PSF 函数来恢复, 但是实际中大多数情况下 PSF 是不知道的, 要用估计的 PSF 函数恢复图像。图 5 是两倍于模糊运动角速度的 PSF 函数恢复图。



图 2 原图像
Fig. 2 Original Image



图 3 运动模糊图像
Fig. 3 Motion Blurred Image



图 4 真实 PSF 维纳滤波恢复
Fig. 4 Restored, True PSF

如果图像中不存在噪声，则其模糊状况完全是由 PSF 决定，此时，去模糊的主要任务就是使用精确描述失真的 PSF 对模糊图像进行解卷积操作。如果运动模糊后的图像中混入了噪声，那么就需要同时利用噪声模型来恢复图像。为了描述噪声的强度，引入了信噪比的概念：如在程序中的 NSR，然后以 NSR 为噪声参数进行图像恢复，图 6 和图 7 所示分别以真实的 NSR 和 $NSR/2$ 作参数恢复的效果。

在大部分图像中，邻近的像素点是高度相关的，而距离较远的像素其相关性却较弱。由此，可以认为典型的图像自相关函数通常随着与原点的增加而下降。由于图像的功率谱是其自相关函数的傅里叶变换，可以认为图像的功率谱随着频率的升高而下降。也就是典型的相关矩阵只在主对角线方向上有一条非零元素带，而在右上角和左下角的区域将为零值。

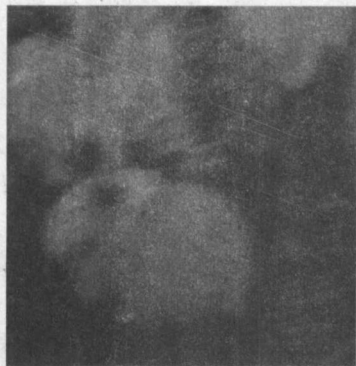


图 5 过大的模糊角度 PSF 恢复
Fig. 5 Restored, Steep



图 6 以真实信噪比恢复
Fig. 6 Restored with NSR



图 7 以过小信噪比恢复
Fig. 7 Restored with NSR/2

图 8 是考虑了噪声能量、原始图像能量和将自相关函数作为参数的恢复图，而图 9 则是以真实图像的一维自相关函数作为参数进行恢复的效果，比较两图可以发现后者由于信息不完全导致了网格的产生。

4 结 论

在对退化图像进行恢复处理时，如果对图像缺乏足够的先验知识，可利用已有的知识和经验对模糊或噪声等退化过程进行数学模型的建立及描述，并针对此退化过程的数学模型进行图像恢复。图像退化过程的先验知识在图像恢复技术中所起到的重要作用。反映到滤波器设计上，也就相当于寻求



图 8 自相关函数恢复
Fig. 8 Restored with ACF

点扩展函数的问题。维纳滤波是假设图像信号可以



图 9 一维自相关函数恢复

Fig. 9 Restored with NP & 1D-ACF

近似看成平稳随机过程的前提下, 按照使输入图像和恢复图像之间的均方误差达到最小的准则函数来实现图像恢复的方法。

尽管大多数图像整体上并不是稳定的, 但有许多图像可以被认为是局部平稳的, 另外, 噪声常常会限制对一幅图像的可能的恢复程度, 特别是在空间高频段。总之, 在这个领域中还有很多工作要做。

参考文献:

- [1] 阮秋琦. 实用数字图像处理 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2001.
- [2] 崔屹. 数字图像处理技术与应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 1997.
- [3] 李志勇, 危韧勇, 张涛. 基于 Morlet 组合小波的梳状滤波与包络检波方法 [J]. 中南大学学报, 2006, 37(2): 336-340.
- [4] 刘榴娣. 实用数字图像处理 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2001.
- [5] 冈萨雷斯. 数字图像处理 (英文版) [M]. 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [6] 傅德胜, 寿益禾. 图形图像处理学 [M]. 南京: 东南大学出版社, 2002.
- [7] 程正兴. 小波分析算法与应用 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1997.
- [8] 陈武凡. 小波分析及其在图像处理中的应用 [J]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [9] 何岭松, 李巍华. 用 Morlet 小波进行包络检波分析 [J]. 振动工程学报, 2003, 15(1): 119-122.
- [10] 张波, 李健君, 李鸿超. 基于 Morlet 小波带通滤波特性的振动系统频率识别 [J]. 空军工程大学学报, 2005, 6(5): 73-75.

Theoretical Analysis and Realization of Restoration of Wiener Filtering

ZHANG De feng¹, ZHANG Pu-qing²

(1. School of Mechanical Electronic & Information Engineering, Foshan University, Foshan 528000, China)

2. Department of Physics, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

Abstract Satisfactory effect of restoration of motion-blurred image can be gained through simulation experiment based on the model of fuzzy mathematics. Point spread function (PSF) plays a key role in image restoration. As a result, prior knowledge and posteriori estimation of PSF is usually used to restore image. Experiments show that the impact of signal noise ratio, autocorrelation function (ACF) of noise and autocorrelation function of the original image must be taken into consideration when noise is accidentally mixed in the process of restoration of motion-blurred image.

Key words motion-blurred; wiener filtering; point spread function (PSF); noise