

DEM 地形表面 B 样条小波多尺度建模^{*}

唐新建^{1,2}, 朱同林^{2,3}, 柳 健³, 王川婴¹

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071;

2. 华中科技大学图像识别与人工智能研究所, 湖北 武汉 430074;

3. 华南农业大学信息学院, 广东 广州 510642)

摘 要: 将非均匀 B 样条曲面拟合和准均匀 B 样条小波多尺度分解合理地结合起来, 实现了 DEM 地形表面的多分辨率快速自动建模。实验结果表明, 其形状造型效果逼真, 分辨率明显, 是一种高效实用的建模方法。

关键词: DEM 多分辨率建模; 地形表面造型; 非均匀 B 样条; 小波

中图分类号: TP237 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2005) 03-0020-05

在地理信息系统中, 地形表面的多分辨率建模是近年来针对许多应用领域提出来的一个新要求, 李志林等^[1]甚至提出建立一个数字地球的伟大理想, 即一种可以嵌入海量地理数据的、多分辨率的和三维的地球数字表示。而 DEM (Digital Elevation Model — 数字高程模型) 是构成数字地球最重要的组成部分之一, 是各种信息的载体, 是三维虚拟地球的基本框架。在旅游、交通规划和设计、地质、石油、岩土工程和军事指挥中, 地形表面的多分辨率显示为人们进行宏观决策和微观测量提供了灵活方便的工具。通俗地说, 当某场景越来越近时, 就看得越来越清楚, 同时人们还希望能用不同倍数的“望远镜”和“显微镜”来浏览地形信息。另一方面, 在虚拟现实, 地景一般场面较大, 连绵不断, 只有那些近视距点或变化曲率大的区域才需要较高细节层次, 以保证一定的形状精度和真实感。这样为减少数据量, 可考虑用不同分辨率表示地景的不同区域^[2,3]。所以, DEM 地形表面的多分辨率建模是一个非常有意义和有趣的课题。

地形表面的多分辨率实时显示技术有不少研究, 如 Zhu 等^[4]提出的确定视感感兴趣的区域, 然后将地景划分为可变大小的块和进行小波变换编码的方法。还有 Cross 等^[5]提出由地形表面特征决定其局部细节层次的算法和通过小波变换分解原数据集的算法。用小波变换进行多分辨率分析有不同的细节和预处理方法, 小波基的选择也是一个很有技巧的问题, 不同的数据和不同的应用目的应选择不同的小波才能达到最好的效果。对于最常用的 DEM

数据格式, 即用航测获得的地平面均匀分布的格点高度数值表, 用 B 样条进行内插比较方便^[6]。B 样条可用分段多项式来构造, 不仅与自由曲面拟合得很好, 而且简单, 可得出明确的解析式, 节点的连续性和可微性容易得到保障。然而在建模时要做到突变的地方分辨率高, 而缓变的地方分辨率低才能更好地显示出其分辨效果和形状逼真效果。DEM 建模可视为地形表面的曲面造型, 而非均匀 B 样条是由弧长作曲线参数, 利用它来进行曲面拟合就将突变和缓变考虑进去了。对于所得的拟合曲面再进行适当的抽取均匀型值点, 利用它重新进行准均匀 B 样条小波多尺度分解, 这样相当于是按弧长的均匀格点来进行曲面拟合, 因此基本上是按变化程度来定分辨率。

1 DEM 地形表面造型

数字高程模型 DEM 是一种表示地形表面在三维空间中连续起伏状态的数字模型。根据不同数据集的不同方式, DEM 可以使用一个或多个数学函数对地形进行表示, 这样的数学函数通常被认为内插函数。对地形表面进行表达的各种处理方式可分为重建或建模, 重建的表面通常可以认为是 DEM 表面, 因此, 地形表面重建实际上就是 DEM 表面重建或 DEM 表面生成。当 DEM 表面建模后, 模型上任一点的高程信息就可以从 DEM 表面上获得, 因此 DEM 表面建模同曲面几何造型非常相似, 从而可以直接讨论非均匀 B 样条曲线曲面造型方法。在实际应用中, 二阶连续的曲线曲面已能使工程问

* 收稿日期: 2004—05—10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (610175031); 湖北省交通科技基金资助项目 (200202—033)

作者简介: 唐新建 (1960 年生), 男, 副教授; 通讯联系人: 朱同林; E-mail: tlzhu@scau.edu.cn

题的解决相当满意。所以, 实际中可以广泛地采用三次非均匀 B 样条, 因此本文只讨论二、三次的情形。

1.1 非均匀 B 样条曲线曲面

B 样条的递推定义具有普遍意义, 为计算非均匀 B 样条基函数, 对于任一整数, 应用 DeBoor 递推公式:

$$B_{j,0}(x)=\begin{cases}1, & t_j \leq x < t_{j+1} \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$
$$B_{i,k}(x)=\frac{x-t_i}{t_{i+k}-t_i}B_{i,k-1}(x)+\frac{t_{i+k+1}-x}{t_{i+k+1}-t_{i+1}}B_{i+1,k-1}(x), k>0 \tag{1}$$

式中 k 表示 B 样条的幂次, t 为节点, 下标 i 为样条序号。

非均匀 B 样条^[7-9]的节点矢量可采用 Riesenfeld 的算法确定, 节点的分布与各 B 样条曲线段的长度直接相关。设顶点数为 $n+1$, 二次 B 样条曲线段总数为 $n-1$, 相应地应有 $n-1$ 组基函数。为构成该 $n-1$ 组基函数所需的节点矢量, 假设 $l_i (i=1, 2, \cdots, n)$ 为多边形边长, L 为边长的总和 $L=\sum_{i=1}^n l_i$ 。由此, 为计算二次非均匀 B 样条基函数所用的节点矢量为

$$(0, 0, 0, l_1+\frac{l_2}{2}, l_1+l_2+\frac{l_3}{2}, \cdots, l_1+l_2+\cdots+l_{n-2}+\frac{l_{n-1}}{2}, L, L, L) / L$$

三次非均匀 B 样条曲线的基函数与二次类似, 就是节点矢量的生成方法不同。假定顶点数为 $n+1$, 曲线共有 $n-2$ 段, 故需 $n-2$ 组基函数, 构成所需基函数所用的节点矢量为

$$(0, 0, 0, 0, l_1+l_2, \cdots, \sum_{i=1}^j l_i, \cdots, \sum_{i=1}^{n-2} l_i, L, L, L, L) / L$$

上述二次、三次 B 样条曲线, 可以分别推广至幂次更高的偶次和奇次 B 样条曲线。用三次非均匀 B 样条曲线进行插值计算, 首先根据给定的型值点构造节点矢量, 基函数则根据该节点矢量上相关的节点集分别计算, 而后求得反算多边形顶点的方程组, 外加 2 个端点条件, 使方程组数与欲求顶点数相等。解该方程, 即可求得非均匀 B 样条曲线的控制顶点。非均匀 B 样条曲面是非均匀 B 样条曲线向二维的拓广, 当同一参数方程各截面上型值点的分布规律比较接近时, 应用非均匀 B 样条曲面方可取得满意的结果, 并且节点数目可以是

任意正整数。本文地形表面造型的第一步采用非均匀 B 样条进行插值和拟合, 图 1 (b) 是图 1 (a) 中 84×46 的非均匀 B 样条再进行均匀取型值。

1.2 准均匀 B 样条小波多分辨率分解

三次准均匀 B 样条曲线可以用下列矩阵方程表示^[8]:

$$s_i(t)=[1 \quad t \quad t^2 \quad t^3] M [d_{i-3}, d_{i-2}, d_{i-1}, d_i]^T, 0 \leq t \leq 1, i=3, 4, \cdots, n \tag{2}$$

式中系数矩阵 M 为:

$$M=\frac{1}{6}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1\end{bmatrix}$$

利用迭代公式(1)可以推导由节点矢量 $(0, 0, 0, 0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \cdots, 1-\frac{1}{n}, 1, 1, 1, 1)$ 生成 $n+1$ 个三次 B 样条基函数 $B_0^{(j)}, B_1^{(j)}, \cdots, B_{n+2}^{(j)}$, 并有分段函数解析表达式, 这就是准均匀 B 样条基函数。

若已知曲线的 $n+3$ 个控制点 $P_i (i=0, 1, \cdots, n+2)$, 则其准均匀 B 样条曲线的表达式为

$$f(t)=\sum_{i=0}^{n+2} P_i B_{i3}(t), t \in [0, 1] \tag{3}$$

然而在实际的基础高程数据中, 一般说来, 只知道一些关键点的高度值, 即型值点的值, 而控制点往往是不知道的, 这就需要通过型值点来反求控制点。设型值点为 $Q_i (i=1, 2, \cdots, 2^j+1)$, 控制点为 $P_i (i=0, 1, \cdots, 2^j+2)$, 反求控制点方程组为

$$P_0 B_{03}(x_i)+P_1 B_{13}(x_i)+\cdots+P_{2^j+2} B_{2^j+2,3}(x_i)=Q_i, i=0, 1, \cdots, 2^j+2 \tag{4}$$

与 2 个边界方程 $P_0-2P_1+P_2=0, P_{2^j+2}-2P_{2^j+1}+P_{2^j}=0$ 联立即可算出控制点。

准均匀 B 样条曲面跟准均匀 B 样条曲线有相同的特性, 只不过是从曲线推广到曲面。给定型值点 $Q_{ij} (i=0, 1, \cdots, m, j=0, 1, \cdots, n)$, 利用求准均匀 B 样条曲线的控制点的方法, 逐行求出控制点, 得到一个控制点矩阵 $P_{ij} (i=0, 1, \cdots, m+2; j=0, 1, \cdots, n+2)$ 求出控制点后, 即求得曲面得显式表示:

$$f(x, y)=\sum_{i=0}^{m+2} \sum_{j=0}^{n+2} P_{ij} B_{i3}(x) B_{j3}(y) \tag{5}$$

让 x 和 y 分别在 $[0, 1]$ 上取一些值, 得到一些网格的高程值 $f(x_i, y_i)$, 这些网格组成 DEM 的表面形状。同样地, 为提高运行和显示速度, 也可

以利用式（2）中的矩阵 M 和局部曲面生成法，对每 16 个点画出一小块 B 样条曲面。

准均匀 B 样条是介于均匀 B 样条和非均匀 B 样条之间，属于非均匀 B 样条的一种，但其构造比非均匀 B 样条简单得多，而且其多尺度小波分解算法更容易设计，本文地形表面初次造型利用三次非均匀 B 样条得到。对于一般地形来说，坡长（即曲线弧长）基本上可决定其突变和缓变的程度。若以这种“弧长”参数均匀取网格型值点，假定原来控制点为 n ，且 $2^{j-1}+1 \leq n < 2^j+1$ ，则取 2^j+1 型值点，这样冗余量会最少，分辨率效果最明显。本文造型第 2 步是从非均匀 B 样条曲面上取均匀网格型值点作网格曲面造型的，图 1(b) 是其造型结果。

准均匀 B 样条小波的实质是低一层的 2^j+2 个样条基函数可被其高一层的 $2^{j+1}+2$ 个样条基函数线性表示。即设离散信号 C_j 是由 m 个抽样点构成的列向量，其中 j 是非负整数。在曲线曲面造型中，可以将抽样点想象为三维空间中曲线的控制点。如果要求用 m_1 ($m_1 < m$) 个抽样点的低分辨率信号 C_{j-1} 描述 C_j ，并用 D_{j-1} 捕捉丢失的细节信号，则问题的关键是合理地选择矩阵 P_j ， $Q_j^{[10-11]}$ ， A_j 和 B_j ，使得

$$C_j = P_j C_{j-1} + Q_j D_{j-1} \tag{6}$$

$$C_{j-1} = A_j C_j, D_{j-1} = B_j C_j \tag{7}$$

式中 P_j ， Q_j ， A_j 和 B_j 分别是 $m \times m_1$ ， $m \times (m - m_1)$ ， $m_1 \times m$ 和 $(m - m_1) \times m$ 阶矩阵。 P_j 的阶 m 不是任意取数，而是形如 2^j+2 的正整数。即对（3）式的 t_i 分别取 $0, 1/2^j, 2/2^j \dots 2^j/2^j$ ，获得 2^j+1 型值点 $f(t_i)$ ，然后反求 2^j+2 个控制点。这样满足小波分解的 2^j+2 个控制点要求。

准均匀三次 B 样条曲线的小波分解算法为：

$$\begin{aligned} [P_j \mid Q_j] \begin{bmatrix} C_{j-1} \\ D_{j-1} \end{bmatrix} &= C_j \Rightarrow \\ \begin{bmatrix} C_{j-1} \\ D_{j-1} \end{bmatrix} &= [P_j \mid Q_j]^{-1} C_j \end{aligned} \tag{8}$$

求解方程组（8），可以通过适当地交换带状矩阵 P_j 和 Q_j 的各列，将系数矩阵 $[P_j \mid Q_j]$ 转换为一个带状矩阵，然后快速求解所得的新的线性方程组。

2 实例与实验结果

由上述讨论可见，若准均匀 B 样条曲线有 2^j

+3 个控制点，则经过一次小波光滑后，近似部分将有 $2^{j-1}+3$ 个控制点，其细节部分将有个 $2^{j-1}+2$ 控制点。用张量积扩充基的方法，将小波分解从准均匀三次 B 样条曲线推广到准均匀三次 B 样条曲面，本文图 1(c) — (f) 是利用上述讨论的准均匀 B 样条小波进行多尺度分解的 DEM 地形表面造型结果。

本文对某山区高速公路工程建设中的一边坡治理进行多分辨率可视化建模，包括 OpenGL 光照和渲染。原数据为 84×46 ，先进行非均匀 B 样条曲面拟合，然后从曲面中按弧长均匀获得 131×67 型值点，由这些型值点进行准均匀 B 样条曲面造型，在普通 PC 机（PIII，512M）和 VC60 软件下的运行时间仅为 10 多秒。而再分别进行小波压缩成 67×35 、 35×19 、 19×11 和 11×7 ，所需的时间越来越少，因此这样的 DEM 建模高效快速，若将程序再优化，可以达到实时速度。图 1b—f 中是进行 5 次多分辨率的分解，有明显的不同分辨率效果，也有明显的逼真和真实感效果，但有一个问题，准均匀 B 样条小波分解后的端点与原端点有微小的变化（可能不过原端点）。所以，为了使各区域衔接好，分解后的两端点控制点就用原端点来替换，这样误差很小。

3 结论与应用

本文所述的 DEM 地形表面多分辨率建模方法，既考虑了 DEM 曲面突变和缓变对分辨率的不同要求，又考虑了海量数据对算法速度的要求。本方法完全实现了全自动和批量处理，并利用多项式的性质设计快速算法，使其达到实时处理能力，而且造型和分解误差也可得到估计^[13]，综合起来说无疑是一种方便实用的方法。若是对准均匀样条小波基函数节点数为 $2^{j-1}+3$ 的要求去掉，将带来更大的方便和更快的速度。

需要指出，利用插删节点算法^[13] 解决了任意 NUBS 曲线及任意节点的小波多分辨率分解，而且分解后的主要部分和细节部分的型值点是上一层型值点的一部分。由于型值点没有重建计算，一般难于保持形状不变，特别是极值点、拐点、扭点等关键型值点在自动化选点下难于保证保留下来，如隔点删除其分辨效果还不如准均匀 B 样条小波，更不用说其速度无法跟准均匀 B 样条小波相比。

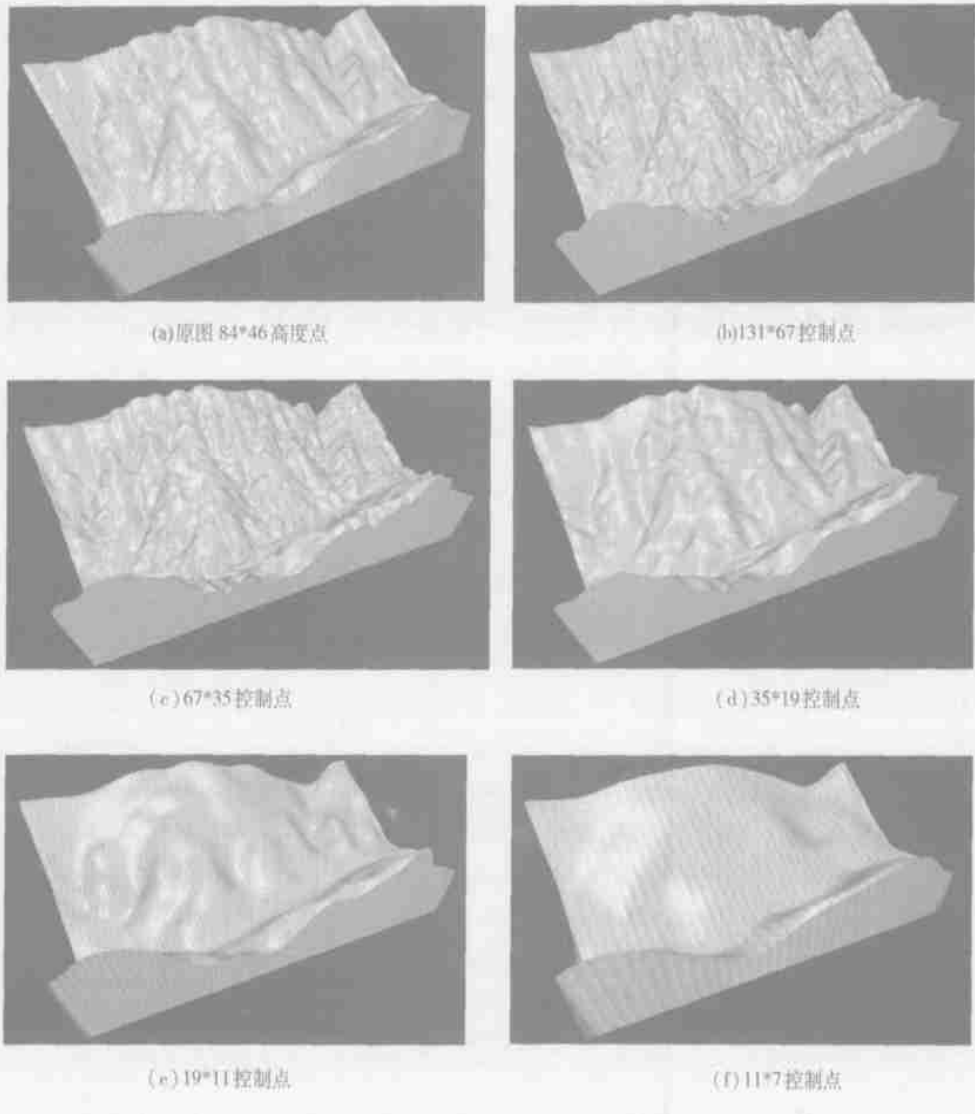


图 1 某边坡表面多尺度模型视图

Fig 1 Multi-scale model view of a slope surface

在岩土工程中应用和建立 DEM 模型要考虑其工程特点,一是在岩土工程发生过程中地下各层局部(包括地表和地下)会动态地变化;二是岩土工程研究的是多层 DEM 模型;三是它要求的 DEM 是多参数的模型,此时的 DEM 不再是单一的高程数据模型,它包含有工程地质、水文地质、土木工程、环境工程和岩石力学、土力学以及地质勘察资料多类数据,数据量大。用准均匀 B 样条小波建立 DEM 模型能满足其要求,并在动态可视化处理方面显示其优点,相信本文方法将在上述涉及的许多领域都有重要的应用。

参考文献:

[1] 李志林,朱庆. 数字高程模型[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2001: 29— 57.
[2] 齐 敏,郝重阳,佟明安. 三维地形生成及实时显示技

术研究进展[J]. 中国图像图形学报, 2000, 5(4): 269— 275.
[3] 万华根,黄永明,彭群生. 基于等高线非均匀分割的快速山体造型方法[J]. 计算机研究与发展, 1998, 35(8): 739— 743.
[4] ZHU Zhifan, RAGHU M C. Wavelet-based multiresolution representation of computational field simulation datasets[C]. In: Proc Visualization' 97, 1997: 151— 158.
[5] GROSS M H, GATTIETAL R . Fast multiresolution surface meshing[J]. In: Proc Visualization' 95, 1995: 135— 142.
[6] 王 昱,朱长青,史文中. B 样条与磨光样条在基于矩形格网的 DEM 内插中的应用[J]. 测绘学报, 2000, 29(3): 240— 244 .
[7] 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 306— 331.
[8] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 CAGD & NURBS[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 211— 253.

[9] PIEGL L, TILLER W. The NURBS Book[M] . NewYork :
Springer, 1995.

[10] ERIC J S, TONY D D DAVID H S. Wavelets for Computer
Graphics; A Primer, Part 1[J] . IEEE Computer Graphics
and Applications, 1995, 15(3): 76— 84.

[11] ERIC J S, TONY D D DAVID H S. Wavelets for Computer
Graphics; A Primer, Part 2[J] . IEEE Computer Graphics
and Applications, 1995, 15(4): 75— 84.

[12] 孙延奎, 朱心雄. B 样条曲线的小波光顺法[J] . 工程
图学学报, 1998 (4): 51— 58.

[13] 刘 建, 关右江, 秦开怀. 任意 NUBS 曲线的小波分析
和造型技术[J] . 中国图像图形学报, 2002, 7(9): 894
— 900.

Multi-scale Modeling Based B-Spline Wavelet on DEM Topography Surface

TANG Xin jian^{1, 2}, ZHU Tong lin^{2, 3}, LIU Jian³, WANG Chuan ying¹

(1. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China;
2. Institute of Patters Recognition & Artificial Intelligence,
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;
3. Information College, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China)

Abstract: Multi-resolution real time modeling and rambling on topography surface has an important application in GIS, but it is a difficult problem in algorithm design. The modeling features of B Spline curve and surface fitting are studied, and B Spline wavelet also. This paper realizes automated multi-resolution modeling on DEM (Digital Elevation Model) topography surface by combining non-uniform B Spline surface fitting with quasi-uniform B Spline” wavelet multi-scale effectively. The proposed approach in the article is applied to the slope DEM simulation of one constructing expressway located in mountains. The resulting simulation shows that the modeling is realistic and resolution is visible.

Key words: multi-resolution modeling on DEM; topography surface construction; non-uniform B-spline; wavelet

(上接第 11 页)

Haplotype Frequency Estimation for Tightly Linked Loci from Family Data

LI Cai xia¹, LI Pei xing², FANG Ji qian¹

(1. Department of Medicine Statistics, Sun Yat Sen University, Guangzhou, 510080, China
2. Department of Mathematics, Sun Yat Sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: Haplotype frequencies must be estimated first when haplotypes are reconstructed or linkage disequilibrium is tested. From nuclear family data, Haplotype frequency estimation for tightly linked loci is given. The information supported by offspring is used to reduce the uncertainty of parents’ haplotype. The likelihood function is given for family data. The underlying haplotypes are regarded as missing data, and then the MLE (Maximum Likelihood Estimate) of the haplotype frequencies for the family data via an EM algorithm is given. The results show that haplotype frequency for tightly linked loci from family data could be estimated by a simple recursion. The successive haplotype frequency estimation is the weighted haplotype frequency of the preceding step.

Key words: haplotype; likelihood function; EM algorithm; maximum likelihood estimation