

矿产资源勘探与开发的不确定性分析*

杨海生, 周永章, 周文娟
(中山大学地球科学系, 广东 广州 510275)

摘 要: 通过一个带跳的随机动态规划模型, 探讨了市场需求、资源储量的不确定性以及勘探活动对于矿产资源价格和开采率的影响。模型结果显示: 一方面, 地质条件的不确定性造成的资源储量的随机波动将加速资源价格的上升; 另一方面, 生产者必须在降低未来需求波动所造成的损失和由于资源储量波动带来的额外收益之间作出权衡, 以选择适当的开采率。
关键词: 随机动态规划; 矿产资源; 不确定性; 跳
中图分类号: F407.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2006) 02-0101-05

矿产资源具有耗竭性和不可再生性, 是人类生存和发展不可缺少的物质基础。自 Hotelling^[1]发表“ The Economics of Exhaustible Resources” 以后, 有关矿产资源的最优勘探与开采就一直是该领域的热点问题^[2-3]。近些年来, 针对矿产资源勘探与开采中的不确定性问题已有了一些工作, Kemp^[4]和 Gilbert^[5]将资源储量看成是随机的; Arrow 和 Chang^[6], Deshmukh 和 Pliak^[7-8], Quyen^[9-10], Caim 等^[11]将矿产资源的发现假定为泊松过程; Pindyck^[12], Shide^[13], Shinkun^[14]考虑了资源未来需求的不确定性; Dasgupta 等^[15-16], Cunha 等^[17]探讨了技术进步的不确定性对资源开发的影响。以上模型共同的缺点就是只关注单一不确定性因素, 模型设定过于简单化, 因此并不能很好的描述实际中的矿产资源勘探与开发过程。

众所周知, 矿产资源开发具有两个显著特点, 首先资源需求是波动的, 它除了受市场供需平衡影响外, 还受到诸如技术进步、替代资源、人们的环境意识等多方面的制约。其次资源储量是随机的, 包含两层含义, 一是勘探活动发现矿藏的不确定性, 即资源是客观存在的, 但是人们不可能确切地知道何时何地能够发现, 然而通过生产实践活动及理论上的分析和推理, 我们能够知道它的概率分布; 二是已发现资源储量的不确定性, 这是由矿产资源的固有特点所决定的, 人们不可能对矿产资源的赋存状态完全把握, 但是, 随着勘探的深入和开采的进行, 这种不确定性将会降低。为此, 本文建

立了一个以收益最大化为目标的随机动态规划模型。模型将资源需求和资源储量假定为随机的, 并考虑了技术进步、替代资源的发现、资源危机等突发事件 (跳过程) 对市场需求的影响, 此外, 作者还探讨了勘探活动对于矿产资源价格和开采率的影响。

1 基本模型

模型中, 市场需求和资源储量被看作是随机的。首先市场需求方程被定义为:

$$P = P(y, t) = Y(t)f(y) \tag{1}$$

其中 $f'(y) < 0$, $f''(y) > 0$; 而 $Y(t)$ 代表了矿产资源需求的波动, 它服从如下的随机过程:

$$\frac{dy}{y} = \alpha dt + \sigma dz + u dQ$$
$$P(\{dQ = 0\}) = 1 - \lambda dt$$
$$P(\{dQ = 1\}) = \lambda dt \tag{2}$$

式 α 中为正常数, 表示需求的期望增长率; σ 为正常数, 表示需求波动的标准差; dz 为维纳过程的增量。 dQ 为平均到达率为 λ 的泊松过程的增量, 它代表了突发事件对资源需求的影响, 如果突发事件使资源需求上升 (如资源危机) 则为正, 反之, 为负 (如, 科技进步或替代资源的发现)。设 $R(t)$ 为时刻 t 时矿产资源的现有储量, 则有

$$dR(t) = -q dt + \sigma_1(K) dz + \int \exp(-w) dQ$$
$$P(\{dQ = 0\}) = 1 - \lambda_1 dt$$
$$P(\{dQ = 1\}) = \lambda_1 dt \tag{3}$$

* 收稿日期: 2005-06-07
基金项目: 教育部“985 工程”基金资助项目 (105203200400010); 广东省科技厅社会发展攻关基金资助项目 (2004A30308002, 2002C3201)
作者简介: 杨海生 (1978 年生) 男, 博士研究生; 通讯联系人: 周永章, E-mail: eeszhou@zsu.edu.cn
(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

式中 q ($q < \infty$) 是开采率。 K 代表了矿区的地质信息, 其中 $dK = g(w) dt$ w 代表了勘探程度, 考虑到地质信息随勘探程度的增加而增加, 但增加幅度递减, 不妨假定 $g'(w) > 0$, $g''(w) < 0$ 。 dz 为维纳过程的增量, $\sigma_1(K) dz$ 反映了资源储量的波动, 这种波动将随着地质信息的增加而减小, 因此有 $\sigma_1(K) < 0$ 。 dQ 为平均到达率为 λ_1 的泊松过程的增量, δ 为正常数, 它代表勘探之初的预测储量。 $\delta \exp(-w) dQ$ 传递着这样一种信息, 在一个矿区内进行勘探, 新矿体被发现的概率服从泊松分布, 并且随着一系列矿体的成功发现, 其储量的期望值呈指数下降^[18]。

以收益最大化为目标建立矿产资源最优开采的随机最优控制模型:

$$\max_{q, w} E_0 \int_0^T [P(q, y, q - C_1(R)q - C_2(w)) e^{-\rho t}] dt \quad (4)$$

式中 ρ 为贴现率, $C_1(R)$ 为平均开采成本且 $C_1'(R) < 0$ (开采成本随着资源储量的减少而增加), $C_2(w)$ 代表勘探成本, $C_2'(w) > 0$ (勘探成本随勘探程度的增加而增加)。为了书写方便令: $[P(q, y, q - C_1(R)q - C_2(w)) e^{-\rho t}] = \Pi(y)$ 。现在最优开采问题变成在 $R \geq 0$ (即 $t = T, \Pi(T)/q = 0$), 以及随机微分方程 (2)、(3) 约束下最大化方程 (4)。

2 模型求解

定义最优价值函数:

$$J = J(y, g, R, g, y) = \max E \int_t^T \Pi(\tau) d\tau \quad (5)$$

其中 J 是随机过程 $y(t)$ 、 $R(t)$ 的函数, 为了简化推导我们假定 dz 、 $d\tilde{z}$ 、 dQ 和 dQ 是相互独立的, HJB (Hamilton Jacob iBelman) 方程为:

$$0 = \max_q [\Pi(y) + \frac{1}{dt} E_t dJ] =$$

$$\Pi(y) + J_t + g(w) J_k + \alpha y J_y + \frac{1}{2} \sigma^2 y J_{yy} +$$

$$\frac{1}{2} \sigma_1^2(K) J_{RR} - q J_k + \lambda (1 - \lambda_1) E_t$$

$$[J(y, R + \delta \exp(-w), K, y) - J(y, R, K, y)] + \lambda \lambda_1 E_t [J(y, R + u y, R, \delta \exp(-w), K, y) - J(y, R, K, y)] \quad (6)$$

(记 $J_t = \partial J / \partial t$, $J_k = \partial J / \partial R$, $J_k = \partial J / \partial K$, $J_y = \partial J / \partial y$, $J_{RR} = \partial^2 J / \partial R^2$ 和 $J_{yy} = \partial^2 J / \partial y^2$ 等等; 关于伊藤算子 $\frac{1}{dt} E_t d(\cdot)$ 的具体讨论可见, Meron^[19] 或者 Chow^[20])。对 q 、 w 来说最大化要求:

$$\partial \Pi / \partial q = k \quad (7)$$

$$\partial \Pi / \partial w = -g'(w) J_k + \lambda_1 \delta \exp(-w) E_t [J_k]$$

$$(8) \quad [(\rho - \alpha - \lambda u) P - C_1'(R) + \lambda_1 \delta \exp(-w) C_1'(R) +$$

值得注意的是方程 (7) 和 (8) 给出了随机条件下最优开采率和勘探程度的一阶条件, 它们是 Hotelling 法则在随机条件下的表达形式。将方程 (7) 和 (8) 代入方程 (6) 中, 可以得到一个关于 $J(y, g, R, g, y)$ 的偏微分方程。理论上, 通过解这个偏微分方程人们可以得到确切的最优开采率 $q^*(y)$ 。但是, 解这样一个偏微分方程通常是非常困难的, 或许可以换一种方法探讨需求、资源储量的波动以及勘探活动对于资源价格和开采率的影响。

首先, 将方程 (6) 对 R 求导:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial R} + \frac{1}{dt} E_t d(J_k) = 0 \quad (9)$$

将方程 (7) 代入方程 (9) 得到:

$$\frac{1}{dt} E_t d(\frac{\partial \Pi}{\partial q}) = -\frac{\partial \Pi}{\partial R} \quad (10)$$

考虑到资源价格受市场结构的约束, 因此我们将分两种情况对方程 (10) 进行展开。首先是自由竞争。在自由竞争条件下, 生产者是市场价格的接受者, 所以 $\partial \Pi / \partial R = [P - C_1(R)] e^{-\rho t}$ 。 P 代表均衡价格。将 $\partial \Pi / \partial q = [P - C_1(R)] e^{-\rho t}$ 代入方程 (10) 并除以 $e^{-\rho t}$ 得到:

$$- [P(q, y) - C_1(R)] + \frac{1}{dt} E_t dP - \frac{1}{dt} E_t dC_1(R) = -(\partial \Pi / \partial q) e^{-\rho t} = q C_1'(R) \quad (11)$$

将 $dC_1(R)$ 展开有:

$$dC_1(R) \approx C_1'(R) dR + \frac{1}{2} C_1''(R) (dR)^2 \quad (12)$$

把方程 (12) 代入方程 (11) 化简得:

$$\frac{1}{dt} E_t dP = [P - C_1(R)] + \lambda_1 \delta \exp(-w) \cdot$$

$$C_1'(R) + \frac{1}{2} \sigma_1^2(K) C_1''(R) \quad (13a)$$

其次是垄断或垄断竞争。在垄断或垄断竞争条件下, 生产者可以通过控制产量来获得垄断利润。因此, $\partial \Pi / \partial q = [y(t) f(q) + \Theta P / \partial q - C_1(R)] e^{-\rho t}$ (简化起见, 记 $y(t) f(q) + \Theta P / \partial q = MR$)。仿照自由竞争情形的推导可以得到:

$$\frac{1}{dt} E_t dMR = [MR - C_1(R)] + \lambda_1 \delta \exp(-w) \cdot$$

$$C_1'(R) + \frac{1}{2} \sigma_1^2(K) C_1''(R) \quad (13b)$$

类似地, 可以将最优开采率 q 写成需求 y 和资源储量 R 的函数 ($q = q^*(y, R)$)。利用伊藤引理将 dP 、 dq 展开并化简得到:

$$\frac{1}{dt} E_t dq =$$

$$\frac{1}{2} (R) \sigma_1^2 (K) - \gamma (\sigma, \sigma_1)] / y' f' (q) \tag{14 a}$$

其中 $\gamma (\sigma, \sigma_1) = \frac{1}{2} \sigma^2 \vartheta [f' (q) + \sigma^2 \vartheta q f' (q) + \frac{1}{2} y' f' (q) [\sigma^2 \vartheta q + \sigma_1^2 (K) q_k]$ 。

$$\frac{1}{dt} E d q = [(r - \alpha - \lambda u) p - r C_1 (R) +$$

$$\lambda_1 \delta \exp(-w \eta) \dot{C}_1 (R) +$$

$$\frac{1}{2} (R) \sigma_1^2 (K) - \beta (\sigma, \sigma_1)] / M R' (q) \tag{14 b}$$

其中: $\gamma (\sigma, \sigma_1) = \frac{1}{2} \sigma^2 \vartheta [f' (q) + q f' (q)] + \sigma^2 \vartheta q M R' (q) + \frac{1}{2} y [f' (q) + q f' (q)] [\sigma^2 \vartheta q + \sigma_1^2 (K) q_k]$

3 不确定性的影响

3.1 价格的期望变化率

通过方程 (13 a) 不难发现, 在资源需求和资源储量为随机的假定下, 资源价格的期望变化率 $(\frac{1}{dt} E d p)$ 比确定情况下多了两项 $\lambda_1 \delta \exp(-w \eta) \dot{C}_1 (R)$ 和 $\frac{1}{2} \dot{C}_1 (R) \sigma_1^2 (K)$ (有关确定条件下矿产资源价格的期望变化率可以参考文献 [21])。首先来看 $\frac{1}{2} \dot{C}_1 (R) \sigma_1^2 (K)$ 。由于矿产资源是耗竭性的、不可再生的, 因此有, $\frac{1}{dt} E d p > 0$ (随着资源储量的减少, 资源价格上升)。此外, 对矿产资源来说开采成本随着资源储量的减少而增加, 并且呈递增的趋势, 即 $\dot{C}_1 (R) > 0$ 。也就是说, 资源储量的不确定性会加快资源价格上升的速度。但与此同时, 开采和勘探的进行会导致地质信息的增加 (K 增加), 进而有 $\sigma_1^2 (K)$ 的减小。这意味着, 资源储量的波动幅度降低, 价格上升的速度减慢。其次考虑 $\lambda_1 \delta \exp(-w \eta) \dot{C}_1 (R)$ 。由于先前假定开采成本随着资源储量的减少而增加, 即 $\dot{C}_1 (R) < 0$ 。因此, $\lambda_1 \delta \exp(-w \eta) \dot{C}_1 (R)$ 传递着这样一种信息, 新矿体的发现不仅有助于降低开采成本, 而且可以减弱资源储量的波动, 减缓资源价格上升的速度。但是, 随着资源日趋枯竭, 这种缓冲作用减弱。

3.2 最优开采速度的期望变化率

方程 (14 a) 和 (14 b) 分别给出了自由竞争和垄断 (包括垄断竞争) 两种情形下开采速度的期望变化率。由于两者的形式非常相似, 为了节约篇幅作者着重分析 (14 a), 对于 (14 b) 有兴趣的

读者可以自行分析。

从 (14 a) 中可以得知不确定性对开采率期望变化率的影响主要体现在 $\lambda_1 \delta \exp(-w \eta) \dot{C}_1 (R)$ 、 $\frac{1}{2} \dot{C}_1 (R) \sigma_1^2 (K)$ 和 $\gamma (\sigma, \sigma_1)$ 上。

首先来看 $\lambda_1 \delta$ 由于 q 是生产者根据需求和资源储量所确定的。考虑到资源储量随时间推移而减少, 因此有 $\frac{1}{dt} E d R < 0$ 即随着资源的日趋枯竭, 开采率降低。那么, 当突发事件有助于需求的增加 ($\psi < 0$), 随着 λ 的增加 (突发事件发生的频率增加) 生产者将加速资源的开采, 反之, 则减慢。

其次, $\frac{1}{2} \dot{C}_1 (R) \sigma_1^2 (K)$ 和 $\lambda_1 \delta \exp(-w \eta) \dot{C}_1 (R)$

反映了开采成本的非线性和勘探对 $\frac{1}{dt} E d p$ 的影响是相反的。一方面开采成本的非线性 ($\dot{C}_1 (R) > 0$) 意味着资源储量下降一个单位导致的开采成本的上升大于资源储量上升一个单位导致的开采成本的下降, 因此, 生产者为了降低由于地质条件的不确定性造成的开采成本上升, 必然会加速开采; 另一方面勘探活动的进行不仅有利于增加资源储量, 而且可以降低地质条件的不确定性, 从而减慢资源的开采速度。

最后, $\gamma (\sigma, \sigma_1)$ 对 $\frac{1}{dt} E d p$ 的影响将取决于 $f' (q)$ 、 $f' (q)$ 和 $f' (q)$ 三者的符号①。其中 $\sigma^2 \vartheta q f' (q)$ 反映了需求波动的收入效应。对于给定的 α 和 $\lambda_1 \delta$, σ 的增加会导致 $\sigma^2 \vartheta q f' (q)$ 的减小, 进而导致 $\frac{1}{dt} E d p$ 的减小, 这表明当需求波动所造成的预期损失加大时, 生产者将更有动力为降低这种损失而加速开采。而 $\frac{1}{2} \sigma^2 \vartheta f' (q) + \frac{1}{2} y' f' (q) [\sigma^2 \vartheta q + \sigma_1^2 (K) q_k]$ 则反映了需求和储量波动的风险规避效应。对于给的 α 和 $\lambda_1 \delta$, σ 或者 $\sigma_1 (K)$ 的增加意味着 $\frac{1}{2} y' f' (q) (\sigma^2 \vartheta q + \sigma_1^2 (K) q_k)$ 的增加, 进而导致 $\frac{1}{dt} E d p$ 的增加。这是由于随着时间推移, 不确定性减少, 风险厌恶的消费者将增加需求, 进而推动价格上升, 并引致生产者获得更多利润而推迟开采。因此, 当需求和储量的波动加剧时, 价格的预期涨幅也随之增大, 生产者将更有动力为获得这一

① 因为资源价格一般不会为负, 并且 ϑ 服从几何布朗运动, 因此 $f' (q) > 0$ 而根据方程 (1) 的假定我们有 $f' (q) < 0$, $f' (q) > 0$

等待价值而延迟开采。

4 结 论

本文将市场需求与矿产资源储量两方面的不确定性整合在一个带跳的随机动态规划模型中, 同时给出了随机条件下最优开采率和勘探程度的一阶条件, 即随机条件下 Hotelling 法则的表达形式 (方程 (7) 和 (8))。由于矿产资源的不可再生性、开采成本的非线性以及需求和资源储量的随机波动, 使生产者面临这样一个两难的选择。一方面, 生产者为了降低资源储量的不确定性造成的开采成本上升和未来需求波动所造成的损失必然会加速开采; 另一方面, 资源储量的减少会导致价格上升, 而且储量的波动还会加速价格的上升。那么, 生产者为了获得更多的利润必然会进一步削减当前的开采量。也就是说, 生产者必须在减少损失与获取额外利润之间做出权衡, 以选择适当的开采率。

至于勘探活动, 它不仅有利于获取更多的地质信息, 降低资源储量的不确定性, 而且勘探活动还将促使新矿体的发现, 增加资源储量, 延缓资源价格的上升。

参考文献:

- [1] HOTELLING H. The Economics of Exhaustible Resources [J]. Journal of Political Economy 1931 39: 137—175.
- [2] The Review of Economic Studies 41 [Q] // Symposium on the Economics of Exhaustible Resources 1974.
- [3] DASGUPTA P, HEAL G M. Economic Theory and Exhaustible Resources [M]. Cambridge: Cambridge University Press 1979.
- [4] KEMP M C. How to eat a cake of unknown size [Q] // Kemp M C ed. Three Topics in the Theory of International Trade. North Holland 1976.
- [5] GILBERT R. Optimal depletion of an uncertain stock [J]. Review of Economic Studies 1979 46: 47—57.
- [6] ARROW K J, CHANG S L. Optimal pricing, use, and exploration of uncertain resource stocks [J]. Journal of Environmental Economics and Management 1982 9: 1—10.
- [7] DESHMUKH S D, PLISKA S R. Optimal consumption and exploration of nonrenewable resources under uncertainty [J]. Econometrica 1980 48: 177—200.
- [8] DESHMUKH S D, PLISKA S R. Optimal consumption of a nonrenewable resource with stochastic discoveries and a random environment [J]. Review of Economic Studies 1983 50: 543—554.
- [9] QUYEN N V. The optimal depletion and exploration of a nonrenewable resource [J]. Econometrica 1988 56: 1467—1471.
- [10] QUYEN N V. Exhaustible resources: A theory of exploration [J]. Review of Economic Studies 1991 58: 777—789.
- [11] CARNS R, QUYEN N V. Optimal exploration of heterogeneous mineral deposits [J]. Journal of Environmental Economics and Management 1998 35: 164—189.
- [12] PNDYCK R S. Uncertainty and exhaustible resource markets [J]. Journal of Political Economy 1980 88: 1203—1225.
- [13] SLADE M. Strategic Pricing with customer rationing: The case of primary metals [J]. Canadian Journal of Economics 1991 42: 70—100.
- [14] SHINKUMA T. A Generalization of the clairmont-krauskammer model and the optimality of the mining rule [J]. Resource and Energy Economics 2000 22: 147—160.
- [15] DASGUPTA P, HEAL G M. The Optimal depletion of exhaustible resources [J]. Review of Economic Studies 1974 41: 3—29.
- [16] DASGUPTA P, STIGLITZ J E. Resource depletion under technological uncertainty [J]. Review of Economic Studies 1981 49: 85—104.
- [17] CUNHA-E-SAMPAIO REISA B, PALMA C R. Technology adoption in nonrenewable resource management [R]. Working Paper 2004.
- [18] ROOT D H, DREW L J. The pattern of petroleum discovery rates [J]. American Scientist 1979 67: 648—652.
- [19] MERTON R C. Optimum consumption and portfolio rules in a continuous time model [J]. Journal of Economic Theory 1971 (3): 373—413.
- [20] CHOW G C. Optimal control of stochastic differential equation systems [J]. Journal of Economic Dynamics and Control 1979 (1): 143—175.
- [21] PNDYCK R S. The optimal exploration and production of nonrenewable resources [J]. Journal of Political Economy 1978 86 (5): 841—861.

(下转第 113 页)

Effect of Water-soil Interaction on Reliability Analysis of Braced Structures of Excavation

WANG Yang, GAO Quan-chen, TANG Lan-sheng

- (1. School of Mechanics & Civil Engineering, CUMT, Beijing 100083, China;
2. Department of Earth Sciences, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The shortage of the probability of reliability analysis to braced structures of excavation without considering water-soil interaction is pointed out, and the preconditions to considering water-soil interaction are given in this paper. After researching the influence of water-soil interaction on intensity of soil, it is suggested that the distribution parameters and fuzzy number of values of changed c and ϕ cannot be recognized. Two methods based on experimental process simulation and empirical formula deduction used to obtain the values of changed c and ϕ are briefly discussed. BY taking cantilever braced structures as an example, the influence of water-soil interaction on two dominating failure margin functions is analyzed. A non-probabilistic model based on interval analysis is proposed in order to solve the uncertainty of distribution parameters and fuzzy number of values of excavation braced structures.

Key words: water-soil interaction; excavation; reliability; interval analysis

(上接第 104 页)

The Uncertainty Analysis for Exploration and Extraction of Nonrenewable Resources

YANG Hai-sheng, ZHOU Yong-zhang, ZHOU Wen-jian

(Department of Earth Sciences, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: A stochastic dynamic planning model with jump processes is presented for nonrenewable resources under two kinds of uncertainties. One source of uncertainty is in the reserve level and the other is in the economic environment, which affects resource supply and demand respectively. Moreover, although the reserve uncertainty will accelerate the rate at which price increases, exploratory activity will have a reverse effect. Therefore, the producers have to balance the loss caused by demand fluctuations against the proceeds from reserve fluctuations.

Key words: stochastic dynamic planning; nonrenewable resource; uncertainty; jump