

一类带随机延滞的时序模型的极限行为^{*}

俞 政¹, 何宁卡²

(1. 中南大学数学学院, 湖南 长沙 410075
2. 珠海市人民政府, 广东 珠海 519009)

摘 要: 提出了一个带有随机延滞的时序模型 $X_{n+1} = f_{Z_{n+1}}(X_n, \dots, X_{n-Z_{n+1}}) + H_{Z_{n+1}}(X_n, \dots, X_{n-Z_{n+1}})\epsilon_{n+1}$, 应用马氏链的随机稳定性理论, 讨论了这个模型的极限行为, 给出了关于 $\{X_n\}$ 以几何速率按某种方式收敛的一个充分条件。

关键词: 非线性时间序列; 随机延滞; 极限行为

中图分类号: O241.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2006) 04-0028-04

考虑如下的时间序列模型:

$$X_{n+1} = f_{Z_{n+1}}(X_n, \dots, X_{n-Z_{n+1}}) + H_{Z_{n+1}}(X_n, \dots, X_{n-Z_{n+1}})\epsilon_{n+1} \quad (1)$$

其中, $\{Z_n\}$ 是一个定义在概率空间 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上的既约、非周期齐次马氏链, 其状态集合 $J = \{1, \dots, p\}$ (p 是一个正整数); $\forall i \in J, f_i: \mathbb{R}^{p \times (p+1)} \rightarrow \mathbb{R}^p$ 是一个 Borel-可测映射, $H_i: \mathbb{R}^{p \times (p+1)}$ 是一个正定的矩阵值的 Borel-可测函数; $(\mathbb{R}^{p \times p}$ 表示 $n \times p$ 实矩阵空间), $\{\epsilon_n\}$ 是一个定义在 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上的, i, j, k, m -维随机向量序列。

易见, 当 $|J|=1$ 时, (1) 退化为通常的 AR-ARCH 模型

$$X_{n+1} = f(X_n, \dots, X_{n-q}) + H(X_n, \dots, X_{n-q})\epsilon_{n+1} \quad (2)$$

(2) 式是一个非常一般的非线性时序模型, 从上个世纪 90 年代至今, 倍受关注并且得到深入地研究^[1-9]。将 (2) 式推广成 (1) 式, 应该是有意义的。

本文主要关注的是 (1) 式确定的序列 $\{X_n\}$ 的极限行为, 并将表明关于 (2) 式的几何遍历性的某些判据本质上亦适用于 (1) 式确定的 $\{X_n\}$ 的某种极限性质的判断。这一目的将通过构造并分析如下序列:

$$Y(n) = (Z_n, X_n, \dots, X_{n-r}), n \geq 1 \quad (3)$$

来达成。在本文的余下部分, $|\cdot|$ 表示数的绝对值或向量和矩阵的如下范数: 对向量 $u = (u_1, \dots, u_p) \in \mathbb{R}^p, |u| = \sum_{i=1}^p |u_i|$, 对 $V = (v_{ij}) \in \mathbb{R}^{p \times p}, |V| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p |v_{ij}|$; B_n 记 $\mathbb{R}^p$ 上的 Borel-代

数, ϵ 表示 J 的所有子集构成的 σ -一代数, λ 为 (J, ϵ) 上的计数测度, μ_{r+1} 为 $(\mathbb{R}^{r+1}, B_{r+1})$ 上的 Lebesgue 测度。并且关于模型 (1), 作出下列假定:

A1. $\{\epsilon_n\}$ 满足: $E\epsilon_n = 0 \in \mathbb{R}^p, E|\epsilon_n| < \infty$, 且对每一个 n, ϵ_n 与 $\{X_k, k \leq n\}$ 独立, ϵ_n 有下半连续且处处为正的密度函数 $q(\cdot)$ 。

A2. $\{Z_n\}$ 与 $\{\epsilon_n\}$ 相互独立, $\{Z_n\}$ 与 (1) 的初始随机向量 $X_0, X_1, \dots, X_p$ 独立。

A3. $\forall i \in J$ 和 H_i 在 $\mathbb{R}^{p \times (p+1)}$ 中的任何有界 Borel-可测集上是有界的。此外, $\forall x \in \mathbb{R}^{p \times (p+1)}, H_i(x)$ 是对称的并满足: 对 $\mathbb{R}^{p \times (p+1)}$ 中的任何紧集 $K, \inf_{x \in K} \min_{i \in J} \lambda_{\min}\{H_i(x)\} > \lambda_k > 0$ ($\lambda_{\min}\{H_i\}$ 表示实对称矩阵的最小特征值)。

A4. 存在常数 $a_p \geq 0, b_p \geq 0, 1 \leq p \leq m, 0 \leq e \leq r$ 使得 $|x| \rightarrow \infty$ ($x = (x_0, \dots, x_m, \dots, x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^{p \times (r+1)}$) 时, $\forall i \in J$

$$|f_i(x)| \leq \sum_{p=1}^m \sum_{q=0}^r a_{pq} |x_p| + o(|x|)$$

$$|H_i(x)| \leq \sum_{p=1}^m \sum_{q=0}^r b_{pq} |x_p| + o(|x|)$$

其中, $x = (x_0, \dots, x_m, \dots, x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^{p \times (r+1)}$ 。

$$A5. \max_{k \leq m} \left\{ \sum_{j=0}^r a_{kj} + E|\epsilon_1| \sum_{j=0}^r b_{kj} \right\} < 1.$$

(参见文献 [1])

以下为方便计, 所有的讨论均是在 $m=1$ 的情形下进行的。注意到关于 $\{\epsilon_n\}$ 和 H_i 的假定, 考

* 收稿日期: 2005-12-19

基金项目: 高校博士点基金资助项目 (20050533036)

作者简介: 俞政 (1957 年生), 男, 博士, 副教授; E-mail: huyz@mail.csu.edu.cn

察整个推理过程, 将容易看到, 对 $m > 1$ 的情形, 诸结论的证明并无实质上的不同。

1 关于 $\{Y(n)\}$ 的几个引理

引理 1 设 $\{Y(n)\}$ 是 (3) 式确定的序列。在假定 A_1, A_2 下, $\{Y(n)\}$ 是一个时齐马氏链。

证明: 这是显然的。

定义 $\{Y(n)\}$ 的 n 步转移概率如下: $\forall i \in J, x = (x_0, x_1, \dots, x_r) \in R^{r+1}, \Lambda = B_0 \times B_1 \times \dots \times B_r (B_k \in B, k=0, 1, \dots, r)$

$$P^{(n)}(i, x, j, \Lambda) =$$

$$P\{Y(n+m) \in \{j\} \times \Lambda \mid Y(m) = (i, x)\} \quad (4)$$

易见

$$P^{(n)}(i, x, j, \Lambda) =$$

$$\sum_{k \in J} \int_{R^{r+1}} P^{(1)}(i, x, k, dy) P^{(n-1)}(k, y, j, \Lambda) \quad (5)$$

令 $P_j = P\{Z_n = j \mid Z_n = j, \forall i \in J, n \geq 1$

由式 (4)、(5) 及归纳法, 不难得到如下

引理 2 $\{Y(n)\}$ 的 n 步转移概率有下之表示:

$$\forall i, j \in J, x = (x_0, x_1, \dots, x_r) \in R^{r+1},$$

$$\Lambda = B_0 \times B_1 \times \dots \times B_r \in B_{r+1}$$

当 $k \leq r$ 时,

$$P^{(n)}(i, x, j, \Lambda) =$$

$$\prod_{k=n}^r B_k(x_k) \sum_{k_1, k_2, \dots, k_{n-1} \in J} P_{k_1} P_{k_2} \dots P_{k_{n-1}} j \cdot \int_{B_{n-1}} q(H_{k_1}^{-1}(U_n)(y_{n-1} - f_{k_1}(U_n))) dy_{n-1} \cdot \int_{B_{n-2}} q(H_{k_2}^{-1}(U_{n-1})(y_{n-2} - f_{k_2}(U_{n-1}))) dy_{n-2} \dots \int_{B_1} q(H_{k_{n-1}}^{-1}(U_2)(y_1 - f_{k_{n-1}}(U_2))) dy_1 \cdot \int_{B_0} q(H_j^{-1}(U_1)(y_0 - f_j(U_1))) dy_0$$

$$P^{(r+1)}(i, x, j, \Lambda) = \sum_{k_1, k_2, \dots, k_r \in J} P_{k_1} P_{k_2} \dots$$

$$P_{k_r} j \int_{B_r} q(H_{k_1}^{-1}(U_{r+1})(y_r - f_{k_1}(U_{r+1}))) dy_r \cdot$$

$$\int_{B_{r-1}} q(H_{k_2}^{-1}(U_r)(y_{r-1} - f_{k_2}(U_r))) dy_{r-1} \dots$$

$$\int_{B_0} q(H_j^{-1}(U_1)(y_0 - f_j(U_1))) dy_0$$

当 $n \geq r+2$ 时,

$$P^{(n)}(i, x, j, \Lambda) = \sum_{k_1, k_2, \dots, k_{n-1} \in J} P_{k_1} P_{k_2} \dots P_{k_{n-1}} j \cdot$$

$$\int_{B_{n-1}} q(H_{k_1}^{-1}(U_n)(y_{n-1} - f_{k_1}(U_n))) dy_{n-1} \cdot$$

$$\int_{B_{n-2}} q(H_{k_2}^{-1}(U_{n-1})(y_{n-2} - f_{k_2}(U_{n-1}))) dy_{n-2} \dots$$

$$\int_{B_r} q(H_{k_{n-r}}^{-1}(U_{r+1})(y_r - f_{k_{n-r}}(U_{r+1}))) dy_r \dots \int_{B_0} q(H_j^{-1}(U_1)(y_0 - f_j(U_1))) dy_0 \quad (6)$$

其中 $U_n = (x_0, \dots, x_r), U_{n-s} = (y_{n-s}, \dots, y_{n-1}, x_0, \dots, x_{k_{n-1}-s}), 1 \leq s \leq k_{n-1}; U_{n-s} = (y_{n-s}, \dots, y_{n-s-k_{n-1}}), k_{n-1} < s \leq n-1$

引理 3 在假定 A_1, A_2, A_3 下, $\{Y(n)\}$ 是 $\lambda \times \mu_{r+1}$ 一不可约和非周期的。

证: 显然。

引理 4 在假定 A_1, A_2 和 A_3 之下, 如果 $C \subset J, C \neq \emptyset$, 并且 K 是 R^{r+1} 中的一个有界闭集, $\mu_{r+1}(K) > 0$ 则 $C \times K$ 是 $\{Y(n)\}$ 的一个小集。

证: 只需要证明 $\forall i \in J, \{j\} \times K$ 是 $\{Y(n)\}$ 的一个小集即可。为此, 仅需表明: 存在 $m \geq 1$, 使得 $\forall \{j\} \times \Lambda \in \epsilon \times B_{r+1}$, 且 $\lambda \times \mu_{r+1}(\{j\} \times \Lambda) > 0$

$$\inf_{(i, x) \in \{j\} \times K} P^{(m)}(i, x, j, \Lambda) > 0 \quad (7)$$

其中 $x = (x_0, x_1, \dots, x_r) \in K, \Lambda = B_0 \times B_1 \times \dots \times B_r \in B_{r+1}$ 。注意到 $\{Z_n\}$ 是既约和非周期的, $|J| < \infty$, 从而, 当 n 充分大时, 对每一个 $i \in J$ 必存在 $k_1, k_2, \dots, k_n \in J$ 使得 $P_{k_1} \dots P_{k_n} > 0$ 。由引理 2 知。

$$P^{(n)}(i, x, j, \Lambda) \geq P_{k_1} \dots P_{k_n} \cdot$$

$$\int_{B_r} q(H_{k_1}^{-1}(x_0, \dots, x_1)(y_n - f_{k_1}(x_0, \dots, x_1))) dy_n$$

$$\int_{B_r} q(H_{k_2}^{-1}(y_n, x_0, \dots, x_{n-1})) \cdot$$

$$(y_{n-1} - f_{k_2}(y_n, x_0, \dots, x_{n-1})) dy_{n-1} \dots$$

$$\int_{B_r} q(H_{k_{n-1}}^{-1}(y_{n-s+1}, \dots, y_{n-s-k_{n-1}}, x_0)) \cdot$$

$$(y_{n-s} - f_{k_{n-1}}(y_{n-s+1}, \dots, y_{n-s-k_{n-1}}, x_0)) dy_{n-s} \cdot$$

$$W_\Lambda(y_{n-s}, \dots, y_n)$$

其中

$$W_\Lambda(y_{n-s}, \dots, y_n) = \int_{B_r} q(H_{k_{n-2}}^{-1}(y_{n-s}, \dots, y_{n-s-k_{n-2}})) \cdot$$

$$(y_{n-s-1} - f_{k_{n-2}}(y_{n-s}, \dots, y_{n-s-k_{n-2}})) dy_{n-s-1} \dots$$

$$\int_{B_0} q(H_{k_j}^{-1}(y, \dots, y_{j+1})(y_0 - f_j(y, \dots, y_{j+1}))) dy_0$$

显然, $W_\Lambda(y_{n-s}, \dots, y_n) > 0 \forall y_{n-s}, \dots, y_n \in B_r$ 且

$$\inf_{(i, x) \in \{j\} \times K} P^{(n+1)}(i, x, j, \Lambda) = \inf_{x \in K} P^{(n+1)}(i, x, j, \Lambda)$$

从而, 要证明 (7) 式成立, 只需证明:

$$\inf_{x \in K} \int_{B_r} q(H_{k_1}^{-1}(x_0, \dots, x_1)(y_n - f_{k_1}(x_0, \dots, x_1))) \cdot$$

$$dy_n \dots \int_{B_r} q(H_{k_{n-1}}^{-1}(y_{n-s+1}, \dots, y_{n-s-k_{n-1}}, x_0)) \cdot$$

$$(Y_{n-s} - f_{k_{s+1}}(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0)) dY_{n-s} > 0 \quad (8)$$

假设 (8) 式不真, 则由下确界的定义, Fatou's 引理和 Fubini 定理可知存在序列 $X^{(m)} = (x_0^{(m)}, \dots, x_k^{(m)}) \in K, m=1, 2, \dots$, 使得

$$\begin{aligned} & \lim_{m \rightarrow \infty} \int_{R_{s+1}} q(H_{k_1}^1(x_0^{(m)}, \dots, x_k^{(m)})) \cdot \\ & (Y_n - f_k(x_0^{(m)}, \dots, x_k^{(m)})) \dots \\ & q(H_{k_{s+1}}^1(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m)})(Y_{n-s} - f_{k_{s+1}} \cdot \\ & (Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m)}))) \cdot dY_{n-s} \leq \\ & \inf_{x \in K} \int_R q(H_{k_1}^1(x_0, \dots, x_k)) \cdot \\ & (Y_n - f_k(x_0, \dots, x_k)) dY_n \dots \\ & \int_R q(H_{k_{s+1}}^1(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0)(Y_{n-s} - f_{k_{s+1}} \cdot \\ & (Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0))) \cdot dY_{n-s} \leq 0 \quad (9) \end{aligned}$$

另一方面, 存在 $\{X^{(m_k)}\} \subset \{X^{(m)}\}$, 使得

$$\begin{aligned} & \lim_{m \rightarrow \infty} q(H_{k_1}^1(x_1^{(m_k)}, \dots, x_k^{(m_k)})(Y_n - f_k \cdot \\ & (x_0^{(m_k)}, \dots, x_k^{(m_k)}))) \dots \\ & q(H_{k_{s+1}}^1(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m_k)})(Y_{n-s} - f_{k_{s+1}} \cdot \\ & (Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m_k)}))) = \\ & \lim_{m \rightarrow \infty} q(H_{k_1}^1(x_0^{(m)}, \dots, x_k^{(m)})) \cdot \\ & (Y_n - f_k(x_0^{(m)}, \dots, x_k^{(m)}))) \dots \\ & \dots q(H_{k_{s+1}}^1(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m)})(Y_{n-s} - f_{k_{s+1}} \cdot \\ & (Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m)}))) \end{aligned}$$

由 A_3 可知, $\{(H_{k_1}^1(x_0^{(m_k)}, \dots, x_k^{(m_k)}))\}, \dots, \{(H_{k_{s+1}}^1(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m_k)}))\}$ 以及 $\{(f_k(x_0^{(m_k)}, \dots, x_k^{(m_k)}))\}, \dots, \{(f_{k_{s+1}}(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m_k)}))\}$ 都是有界序列, 因此, 存在 $\{X^{(m_k)}\}$ 的一个子序列, 为方便, 仍记为 $\{X^{(m_k)}\}$, 使得 $\exists v_k, h_k \in \mathbb{R}, l=1, \dots, s+1$ 且

$$\begin{aligned} & \lim_{m \rightarrow \infty} H_{k_1}^1(x_0^{(m_k)}, \dots, x_k^{(m_k)}) = h_1 \\ & \dots \dots \\ & \lim_{m \rightarrow \infty} H_{k_{s+1}}^1(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m_k)}) = h_{s+1} \\ & \dots \dots \\ & \lim_{m \rightarrow \infty} f_{k_{s+1}}(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m_k)}) = v_{k_{s+1}} \end{aligned}$$

于是由 $q(\cdot)$ 的下半连续性, 可知

$$\begin{aligned} & \lim_{m \rightarrow \infty} q(H_{k_1}^1(x_0^{(m)}, \dots, x_k^{(m)})(Y_n - f_k(x_0^{(m)}, \\ & \dots, x_k^{(m)}))) \dots q(H_{k_{s+1}}^1(Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m)})(Y_{n-s} - f_{k_{s+1}} \cdot \\ & (Y_{n-s-1}, \dots, Y_{n-s-k_{s+1}}, x_0^{(m)}))) \geq \\ & q(h_1(Y_n - v_k)) \dots q(h_{s+1}(Y_{n-s} - v_{k_{s+1}})) > 0 \end{aligned}$$

这与 (9) 式矛盾. 故知 (7) 式成立.

2 主要结果

设 $\{X_n\}$ 为 (1) 式确定的序列. 令 $X_n = (X_n, X_{n+1}, \dots, X_{n+r}), n \geq 0$ 为 (3) 式中的序列.

定理 1 在假定 $A_1 \sim A_5$ 下, 存在唯一的概率分布 F 及正数 $\rho < 1$ 使得对 X_0 的任意可能的取值 x 及任何 $\Lambda \in B_{T+1}$, 有

$$\rho^{-n} \|P\{X_n \in \Lambda \mid X_0 = x\} - F(\Lambda)\| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

且 F 有性质: 若 $X_0 \sim F$ 则 $X_n \sim F, \forall n \geq 1$. 其中, $\|\cdot\|$ 表示全变差范数.

证明: 只需要表明在 $A_1 \sim A_5$ 下, $\{Y(n)\}$ 是几何遍历的即可. 注意, 在 $m=1$ 的情形下, A_4, A_5 中的不等式分别为 $|f(x)| \leq \sum_{i=0}^r \alpha_i |x_i| + o(|x|)$, $|H_i(x)| \leq \sum_{i=0}^r b_i |x_i| + o(|x|)$ 及 $\sum_{i=0}^r \alpha_i + E|\epsilon_1| \sum_{i=0}^r b_i < 1$. 构造准则函数 g 如下: $\forall x = (x_0, x_1, \dots, x_r) \in \mathbb{R}^{r+1}$, 令

$$g((, i x)) = 1 + |x_0| + \sum_{i=0}^{r-1} \epsilon_i |x_{i+1}|$$

其中, $\epsilon_i \neq 0, \dots, r-1$ 均为正数, 且满足

$$\begin{aligned} & \alpha_1 + bE|\epsilon_1| + \epsilon < 1; \\ & \frac{\alpha_1 + bE|\epsilon_1| + \epsilon}{\epsilon_1} < 1, \quad l=1, 2, \dots, r-1; \\ & \frac{\alpha_r + bE|\epsilon_1|}{\epsilon_{r-1}} < 1. \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned} & E(g(Y(n+1)) \mid Y(n) = (, i x)) \leq \\ & \sum_{i=1}^r P_0\{1 + |f(x_0, \dots, x_r)| + \\ & |H_i(x_0, \dots, x_r)| E|\epsilon_1| + \sum_{i=0}^{r-1} \epsilon_i |x_{i+1}|\} \leq \\ & 1 + (\alpha_0 + E|\epsilon_1| b + \epsilon) |x_0| + \\ & \sum_{i=0}^{r-1} \frac{\alpha_1 + E|\epsilon_1| b + \epsilon}{\epsilon_1} \epsilon_{i+1} |x_{i+1}| + \\ & \frac{\alpha_r + E|\epsilon_1| b}{\epsilon_{r-1}} \epsilon_{r-1} |x_r| + o(|x|) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{取 } q = \max\{\alpha_0 + E|\epsilon_1| b + \epsilon, \\ & \frac{\alpha_1 + E|\epsilon_1| b + \epsilon}{\epsilon_1}, \dots, \frac{\alpha_{r-1} + E|\epsilon_1| b + \epsilon}{\epsilon_{r-1}}, \frac{\alpha_r + E|\epsilon_1| b}{\epsilon_{r-1}}\}, \text{ 显然 } 0 < q < 1 \text{ 故存在 } \rho : q < \rho < 1. \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned} & E(g(Y(n+1)) \mid Y(n) = (, i x)) \leq \\ & \rho g((, i x)) - \{(\rho - q)g((, i x)) - 1 + q + o(|x|)\} \end{aligned}$$

易知, $|x| \rightarrow \infty$ 时, $(\rho - q)g((, i x)) - 1 + q + o(|x|) \rightarrow \infty$, 从而 $\exists K > 0, C_1 > 0$ 使得 $|X| > K$

时, $(\rho - \eta)g((, i x)) - 1 + \eta + 0(|x|) \geq C_1$. 令 $C = \{ (, i x) | \in J, \notin R^{*1}, |x| \leq K \}$, 由引理 4 知, C 是 $\{ Y(n) \}$ 的小集. 此外, $(, i x) \notin C \Rightarrow |x| > K$ 以及 $\exists C_2 > 0$ 使得 $(, i x) \in C$ 时, $1 + \eta(|x_0| + \sum_{k=0}^{r-1} \eta(|x_{k+1}|) + 0(|x|) \leq C_2$, 于是,

$$\begin{aligned} E(g(Y(n+1)) | Y(n) = (, i x)) &\leq \rho g((, i x)) - C_1, \forall (, i x) \notin C \\ E(g(Y(n+1)) | Y(n) = (, i x)) &\leq C_2, \forall (, i x) \in C \end{aligned}$$

得证 $\{ Y(n) \}$ 是几何遍历的, 即定理 1 为真.

参考文献:

[1] LU Zudi, JIANG Zhenyu. geometric ergodicity of a multivariate nonlinear AR model with an ARCH term [J]. Statistics Probability Letters 2001, 51: 121—130

[2] HÄRDLE W, TSYBAKOV A. Local polynomial estimation of the volatility function in nonparametric autoregression

[J]. J Econom 1997, 81: 223—242

[3] ANGO N P. Critère d'ergodicité de quelques modèles à représentation markovienne [J]. C R Acad Sci Paris 315 ser 1992, 1: 1301—1304

[4] LU Z D. Geometric ergodicity of a general ARCH type model with applications to some typical models [C]. Chin Sci Bull, 1996b, 41: 1630 (for digest). (The whole paper in JFaGu Genghua Fan Shouyang Wang BingWei (Eds), Advances in Operations Research and Systems Engineering Global Link Informatics Ltd, Hong Kong 1998, 76—86

[5] THSIHE M D, AUESTAD B. Nonparametric identification of nonlinear time series selecting significant lags [J]. J Amer Statist Association 1994, 89: 1410—1419

[6] AN Hongzhi, CHEN Min. Non-linear time series analysis [M]. Shanghai Science and Technology Press of Shanghai 1998

The Limit Behavior of a Class of Time Series Models with a Random Delay

YU Zheng, HE Ning-ka

- (1. School of Mathematics, Central South University, Changsha 410075, China;
2. People's of Government of Zhuhai City, Zhuhai 519009, China)

Abstract: A time series model with a random delay $X_{n+1} = f_{\eta+1}(X_n, \dots, X_{n-z_{\eta+1}}) + H_{\eta+1}(X_n, \dots, X_{n-z_{\eta+1}})\epsilon_{n+1}$ is presented, and the limit behavior of the model is discussed using the theory of stochastic stability on Markov chains. A sufficient condition for some class convergence with geometric rate of the $\{ X_n \}$ is given.

Key words: nonlinear time series; random delay; limit behavior