

相对论电子束与磁化等离子体的介电张量研究^{*}

谢鸿全

(西南科技大学 理学院, 四川 绵阳 621010)

摘 要:近年来的实验表明, 在相对论微波器件中, 填充适当密度的等离子体可提高器件的束波相互作用效率、输出功率和工作频率。在该类器件的理论分析中, 常常利用电磁流体模型来研究电子束和等离子体。从麦克斯韦方程组和电子的运动方程出发, 导出了相对论电子束和磁化等离子体的等效介电张量, 所得结果为该类器件的理论分析提供了方便。

关键词:相对论电子束; 等离子体; 介电张量

中图分类号: TN128 TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2006) 04-0035-04

近年来的理论与实验研究表明^[1-5], 在高功率微波器件中充入适当密度的等离子体可克服空间电荷流的限制, 有效地改善电子注的传输质量。同时, 还可大幅度地提高器件的输出功率和相互作用效率。等离子体的这些显著特性使得等离子体微波电子学成为目前国际上十分活跃的前沿研究领域之一^[6-12]。

在微波器件的线性理论分析中, 场论的方法较之于等效电路法和变分法而言, 无疑是最为理想和严格的。在这种分析方法中, 通常将电子束和等离子体考虑为流体模型, 通过直接求解边界条件下的麦克斯韦方程组来获得电磁波传播的色散方程, 然后通过数值求解“冷”、“热”腔色散方程对该类器件进行小信号分析^[13-15]。然而在色散方程的推导中, 由于强流相对论电子束和等离子体的引入, 往往需要获得在考虑相对论条件下电子束的等效介电张量和有限磁场作用下等离子体的介电张量。因此, 本文从麦克斯韦方程组和电子的运动方程出发, 来推导相对论电子束和磁化等离子体的介电张量。

1 相对论电子束的等效介电张量

强流相对论电子束是随着脉冲功率技术的实用化而发展起来的一种高能量电子束, 由于其传输速度与真空中的光速在同一个量级, 因此需要考虑相对论效应。在下面的分析中我们假定电子束只沿纵向运动, 场及电子的电荷密度、电流密度及速度沿横截面是均匀的。

在小信号条件下, 电子束中的物理量可以写成一直流分量与一扰动分量之和, 即:

$$J = J_0 + J_1 e^{j\beta z - \omega t} \quad (1)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 e^{j\beta z - \omega t} \quad (2)$$

$$v = v_0 + v_1 e^{j\beta z - \omega t} \quad (3)$$

以上各式中, β 为波数, J 为电流密度, ρ 和 v 分别为电荷体密度与电子速度, 下标“0”和“1”分别代表直流分量和扰动分量, 且上式中各量的扰动部分远小于其本身的直流部分。

通常电子不是在绝对真空中而是在稀薄气体中运动, 气体电离形成的正离子抵消了电子束中的直流空间电荷场, 因此, 空间电荷场只有 ∇ 方向的扰动分量, 即

$$E_z = E_{zm} e^{j\beta z - \omega t} \quad (4)$$

相对论电子束中的电磁场满足麦克斯韦方程:

$$\nabla \times E = -\dot{B} \mu_0 H \quad (5)$$

$$\nabla \times H = \dot{B} \epsilon_0 E + J \quad (6)$$

根据电流连续性方程可得:

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (7)$$

利用电磁流体运动方程, 并考虑到相对论效应:

$$\gamma \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \gamma (v \cdot \nabla) v + v (\gamma \cdot \nabla) v = -\frac{e}{m} E_z \quad (8)$$

式中 m 为电子的静止质量, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ 为相对

论因子, c 为真空中光速。

在一维电子注假定条件下, 根据电流密度的定

* 收稿日期: 2005-10-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10347009); 四川省教育厅自然科学基金资助项目 (2003B019)

作者简介: 谢鸿全 (1974年生), 男, 博士, 副教授, E-mail: hongquanxie@263.net

义:

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} \quad (9)$$

以上方程 (5) ~ (9) 式即为电子运动所遵循的规律。

对 (9) 式展开, 可得

$$J_z + J_z = (\rho_0 + \rho_1)(v_z + v_z) \quad (10)$$

略去二级小量后得

$$J_z = \rho_0 v_z \quad (11)$$

$$J_z = \rho_0 v_z + \rho_1 v_z \quad (12)$$

将 (3) 式代入 (8) 式, 可得

$$v_z = i \frac{e}{m} \frac{E_m}{(\beta v_z - \omega) \gamma^3} \quad (13)$$

将 (1) 式代入 (7) 式, 可得

$$\rho_1 = \frac{\beta}{\omega} J_z \quad (14)$$

将 (13) 式和 (14) 式代入 (12) 式, 可得

$$J_z = i \frac{\rho_0}{m} \frac{E_m}{(\beta v_z - \omega) \gamma^3} \frac{\beta}{\omega} J_z v_z \quad (15)$$

从 (15) 可求得

$$J_z = -i \frac{\rho_0}{m} \frac{E_m}{(\omega - \beta v_z)^2 \gamma^3} \quad (16)$$

令 $\omega_b^2 = \frac{\rho_0 e}{m \epsilon_0} = \frac{n_b e^2}{m \epsilon_0}$, ω_b 为电子束等离子体振荡频率, n_b 为电子束中电子密度, 上式可写为

$$J_z = -i \epsilon_0 \frac{\omega_b^2}{(\omega - \beta v_z)^2 \gamma^3} E_m \quad (17)$$

将 (17) 式代入 (14) 式, 可得

$$\rho = \beta \epsilon_0 \frac{\omega_b^2}{(\omega - \beta v_z)^2 \gamma^3} E_m \quad (18)$$

将 (17) 式所表示的电流密度代入 (6) 式, 可得

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i \epsilon_0 \omega \mathbf{E} + i \epsilon_0 \frac{\omega_b^2}{(\omega - \beta v_z)^2 \gamma^3} \mathbf{E}_z \quad (19)$$

由于电场与电子束中电子的作用使得麦克斯韦方程中 E_z 的作用不同于 E_x 和 E_y 的作用, 其效应可等效为一单轴、互易、各向异性的媒质。因此, (19) 式可表示为

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i \epsilon \mathbf{E} \quad (20)$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\epsilon_{zz} = 1 - \frac{\omega_b^2}{(\omega - \beta v_z)^2 \gamma^3} \quad (22)$$

(21) 式即为相对论电子束的等效介电张量。

2 磁化等离子体的介电张量

在高功率微波器件中充入的等离子体通常为静

止的等离子体, 由于电子聚束的需要, 往往还加一场强为有限的纵向磁场, 设其大小为 B_0 。等离子体中的电子尽管可以沿任意方向运动, 但其平均速度为零, 因此也不存在电流的直流分量。各物理量可写为:

$$\mathbf{J} = x \mathbf{J}_x + y \mathbf{J}_y + z \mathbf{J}_z, \quad \mathbf{J} = 0 \quad (23)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 e^{ik r - \omega t} \quad (24)$$

$$\mathbf{v} = x \mathbf{v}_x + y \mathbf{v}_y + z \mathbf{v}_z, \quad \mathbf{v} = 0 \quad (25)$$

$$\mathbf{E} = x \mathbf{E}_x + y \mathbf{E}_y + z \mathbf{E}_z \quad (26)$$

在小扰动条件下, 电流可表示为:

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} = (\rho_0 + \rho_1 e^{ik r - \omega t}) \mathbf{v} \approx \rho_0 \mathbf{v} \quad (27)$$

由电磁流体运动方程, 有

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (28)$$

由于等离子体中电子的平均速度为零, 且电子速度远小于波的相速, 因此求解 (28) 式可得到电子的速度分量:

$$v_x = \frac{i \frac{e}{m} E_y - \frac{e}{m} \omega_c E_x}{\omega_c^2 - \omega^2} \quad (29)$$

$$v_y = \frac{\frac{e}{m} \omega_c E_x + i \frac{e}{m} \omega_c E_y}{\omega_c^2 - \omega^2} \quad (30)$$

$$v_z = -i \frac{e}{m} \frac{E_z}{\omega} \quad (31)$$

式中, $\omega_c = \frac{e}{m} B_0$ 为等离子体的电子回旋角频率。

将 (29) ~ (31) 式代入 (27) 式, 可得

$$J_x = \frac{-i \epsilon_0 \omega_p^2 E_x + \epsilon_0 \omega_c^2 E_y}{\omega_c^2 - \omega^2} \quad (32)$$

$$J_y = \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 E_y + i \epsilon_0 \omega_c^2 E_x}{\omega_c^2 - \omega^2} \quad (33)$$

$$J_z = i \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\omega} E_z \quad (34)$$

式中, $\omega_p^2 = \frac{\rho_0 e^2}{m \epsilon_0} = \frac{n_p e^2}{m \epsilon_0}$, ω_p 为等离子体振荡频率, n_p 为等离子体密度。

将电流密度分量代入 (6) 式, 可得

$$(\nabla \times \mathbf{H})_x = -i \epsilon_0 (1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2}) E_x -$$

$$i \epsilon_0 \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} E_y = -i \epsilon_0 D_x \quad (35)$$

$$(\nabla \times \mathbf{H})_y = i \epsilon_0 \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} E_x -$$

$$\dot{\omega} \epsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2}\right) E_y = - \dot{\omega} D_y \tag{36}$$

$$(\nabla \times H)_z = - \dot{\omega} \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) E_z = - \dot{\omega} D_z \tag{37}$$

其中,

$$D_x = \epsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2}\right) E_x + \dot{\epsilon}_0 \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} E_y \tag{38}$$

$$D_y = - \dot{\epsilon}_0 \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} E_x + \epsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2}\right) E_y$$
$$D_z = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) E_z \tag{39}$$

因此, 有限磁场中静止等离子体的介电张量为

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_1 & \dot{\epsilon}_2 & 0 \\ -\dot{\epsilon}_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \tag{40}$$

其中,

$$\epsilon_1 = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2}\right) \tag{41}$$

$$\epsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} \tag{42}$$

$$\epsilon_3 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

当纵向引导磁场为无穷大时, $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 0$ 此时等离子体为一互易媒质。若纵向磁场为零, 则, $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$, $\epsilon_2 = 0$ 此时等离子体为一各向同性色散媒质。

3 结 语

等离子体填充的相对论微波器件是当前微波电子学领域的研究热点, 在理论分析中, 相对论电子束和磁化等离子体的介电张量是理论推导中常常用到的两个重要的表达式。本文从麦克斯韦方程和电子的运动方程出发, 导出了上述两个介电张量的表达式, 为后续的理论研究提供了简洁的途径。当然, 在实际的微波器件中, 等离子体往往是通过电子束在传输时对预先充入的气体电离而形成的, 其密度并不是完全均匀分布, 且等离子体的平均速度也不为零, 要使分析的模型更加接近于实际的应用, 有待于更加深入的研究。

参考文献:

[1] ALIM M MNAMIK AMANO S et al Linear analysis of localized plasma-loaded backward wave oscillator driven by an annular intense relativistic electron beam [J]. Journal of the Physical Society of Japan 1991 60 (8): 2655—2664

[2] SAWHNEY R MAHESHWARI K P CHOYAL Y Effect of plasma on efficiency enhancement in a high power relativistic backward wave oscillator [J]. IEEE Trans on Plasma Science 1993 21(6): 609—613

[3] ZAVJALOV M A MITN L A PEREVODCHIKOV V I et al Powerful wideband amplifier based on hybrid plasma-cavity slow-wave structure [J]. IEEE Trans on Plasma Science 1994 22(5): 600—607

[4] NUSNOVICH G S CARMEL Y ANTONSEN TM et al Recent progress in the development of plasma filled traveling wave tubes and backward wave oscillators [J]. IEEE Trans on Plasma Science 1998 26(3): 628—645

[5] KOBAYASHI S ANTONSEN TM Jr et al Linear theory of a plasma loaded helix type slow wave amplifier [J]. IEEE Trans on Plasma Science 1998 26 (3): 669—679

[6] GONG Z L CHEN G ZHANG J L et al Study of the hybrid mode in the helix with a partially filled plasma column [C]. Zhenghe Feng Haibo Long 3rd International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology Proceedings Beijing China People's Post& Telecommunications Publishing House August 17—19 2002 729—733

[7] ABU — ELFADL T M NUSNOVICH G S SHKVARUNETS A G et al Efficiency of Helix PASOTRON Backward-Wave Oscillator [J]. IEEE Trans on Plasma Science 2002 30(3): 1126—1133

[8] 谢鸿全, 鄢扬, 刘盛纲. PASOTRON注波互作用线性理论研究 [J]. 电子与信息学报, 2003 25(1): 118—122

[9] 谢鸿全, 刘濮鲲, 李承跃, 等. 等离子体填充波纹波导中低频模式特性分析 [J]. 物理学报, 2004 53(9): 3114—3118

[10] LI W GONG M L WEI Y Y et al The dispersive properties of a dielectric-rod loaded waveguide immersed in a magnetized annular plasma [J]. Chinese Physics 2004 13(1): 54—59

[11] XIE Hongquan LIU Pukun Distribution of the axial electric field in a helix traveling wave tube filled with plasma [C]. 2004 4th international conference of microwave and millimeter wave technology Beijing China August 18—21 2004 789—792

[12] LIU Shenggang BARKER R J GAO Hong et al A new

- hybrid ion—channel instability [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2000, 28(3): 1016—1019.
- [13] LIU Shenggang, BARKER R J, ZHU Dajun, et al. Basic theoretical formulations of plasma microwave electronics—Part I: A fluid model analysis of electron beam—wave interactions [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2000, 28(6): 2135—2151.
- [14] LIU Shenggang, BARKER R J, YAN Yang, et al. Basic theoretical formulations of plasma microwave electronics—Part II: Kinetic theory of electron beam—wave interactions [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2000, 28(6): 2152—2165.
- [15] 谢鸿全, 李承跃, 鄢扬, 等. 等离子体加载螺旋线波管特性研究 [J]. 物理学报, 2003, 52(4): 914—919.

Study on the Dielectric Tensors of Relativistic Electron Beam and Magnetized Plasma

XIE Hongquan

(College of Science, Southwest University of Science and Technology MianYang 621010, China)

Abstract: In recent years, it was found experimentally that injecting plasma into the relativistic microwave apparatus enhanced the interaction efficiency, the output power and the operating frequency much more than the vacuum case. Plasma also can greatly improve the transmission quality of electron beam. Therefore, much attention has been attracted to the study of the plasma waveguide. Among those theoretical analyses of the apparatus, electron beam and plasma are often studied by electromagnetic fluid model. The expressions of the dielectric tensors of relativistic electron beam and magnetized plasma are derived from the Maxwell's equations and the electron motion equations. The results can be convenient for theoretical analyses of the apparatus.

Key words: relativistic electron beam; plasma; dielectric tensor

(上接第 34 页)

Effects of Sintering Temperature on Microstructure and Magnetoresistance of $\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.2}\text{Sr}_{0.1}\text{MnO}_3$

LIU Ping, XU Chudong, XIONG Xiaomini, ZHANG Jinxu

(Department of Physics//State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: Effects of sintering temperature on layered microstructure and magnetoresistance of $\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.2}\text{Sr}_{0.1}\text{MnO}_3$ ceramic have been investigated. It is found that above 1 050°C, the increase of sintering temperature favors the formation of layered structure. The thickness of layer of specimens increases gradually with sintering temperature. However, the layer thickness for the specimen sintered at 1 450°C, above the recrystallized temperature of the sample, become small and XRD pattern shows that its lattice symmetry is lower than that for those specimens sintered at lower temperature. At the same time, higher magnetoresistance is achieved for the specimen sintered at 1 450°C. All of these suggest that sintering temperature has dominant effects on the structure and behavior of $\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.2}\text{Sr}_{0.1}\text{MnO}_3$ ceramic.

Key words: $\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.2}\text{Sr}_{0.1}\text{MnO}_3$ ceramic; sintering temperature; layered structure; recrystallization; magnetoresistance