

一类自适应混合图像修复算法^{*}

邓志全, 邹青松

(中山大学科学计算与计算机应用系, 广东 广州 510275)

摘要: 建立了一类新的图像修复算法, 即自适应混合图像修复算法。这一算法的基本原理是: 首先将图像分解为几何轮廓和纹理两部分分别修复后再合成。对几何轮廓部分, 用自适应整体变差方法进行修复, 自动根据区域特点选参修复, 在保持边缘信息同时加快了修复速度; 对纹理部分, 用二阶共生矩阵合成方法进行修复, 使修复效果更为理想。

关键词: 图像修复; 整体变差法; 自适应; 纹理生成; 共生矩阵

中图分类号: TP911.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2007) 02-0117-03

图像修复技术 (Inpainting) 是最近计算机图像处理中的一个研究热点, 在文物保护、影视特技制作、虚拟现实、多余物体剔除等方面有着重大的应用价值。目前主要的方法有基于 PDE 和变分法的几何修复算法^[1-4] 和基于纹理生成的修复算法^[5-8]。但是两类修复算法有着各自的不足, 本文旨在前人研究的基础上, 综合两类修复算法, 提出一种自适应的图像修复算法, 能根据待修复区域信息自适应地选取适当的参数对其进行修复。

1 图像分解

首先将待修复图像分解成几何轮廓和纹理两部分。记 $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ 是该给定图像, 其中 $f \in L^2(\mathbf{R}^2)$, 记 u 是该图像的一个较粗糙的轮廓近似, v 是原图像 f 和 u 的差值函数, 即满足 $f(x, y) = u(x, y) + v(x, y)$, v 可以看成是噪声或者纹理细节的刻画。给定 $f(x, y)$, 可以通过求解下面的一个有界变差泛函的最小值得到 $u(x, y)$ 和 $v(x, y)$ ^[9]:

$$\min_{u \in L^2} F(u) = \int |\nabla u| + \lambda \int |f - u|^2 dx dy, \quad (1)$$

其中, $\lambda > 0$

构造向量函数 $g = (g_1, g_2)$, 其中 $g_1 = -\frac{1}{2\lambda}$.

$\frac{u_x}{|\nabla u|}$, $g_2 = \frac{-1}{2\lambda} \frac{u_y}{|\nabla u|}$, 于是 $v = \operatorname{div} g$ 。对于所有的 (x, y) , 均有 $g_1^2(x, y) + g_2^2(x, y) = \frac{1}{2\lambda}$ 。

故可以转而求解如下的最小泛函问题:

$$G(u, g_1, g_2) = \int |\nabla u| +$$

$$\lambda \int |f - u - \partial_x g_1 - \partial_y g_2|^2 dx dy + \mu \left[\int \sqrt{g_1^2 + g_2^2} dx dy \right] \quad (2)$$

其中 $\lambda, \mu > 0$ 是可调常数。相应的 Euler Lagrange 方程是:

$$u = f - \partial_x g_1 - \partial_y g_2 + \frac{1}{2\lambda} \operatorname{div} \left[\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right] \quad (3)$$

$$\mu \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = 2\lambda \left[\frac{\partial}{\partial x} (u - f) + \partial_{xx}^2 g_1 + \partial_{xy}^2 g_2 \right] \quad (4)$$

$$\mu \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = 2\lambda \left[\frac{\partial}{\partial y} (u - f) + \partial_{xy}^2 g_1 + \partial_{yy}^2 g_2 \right] \quad (5)$$

我们通过求解上述方程得到 u 和 $g(g_1, g_2)$, u 是原图像的轮廓勾勒, $v = \operatorname{div}(g_1, g_2)$ 表征原图像的纹理或噪声等细节信息。然后利用不同的修复技术对 u 和 v 两个分量进行修复。

2 自适应整体变差法修复几何轮廓信息

对于几何轮廓我们采用改进后的自适应整体变差法修复。原始的整体变差修复格式是对如下的能量泛函求最小值^[2]:

$$E[u] = \int_{\partial \cup \Omega} r(|\nabla u|) dx dy + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} |u - u_0|^2 dx dy \quad (6)$$

根据 Euler Lagrange 方程知, 使得 $E[u]$ 最小的 u 应满足如下条件:

* 收稿日期: 2006-09-01

基金项目: 国家天元基金资助项目 (10526041); 国家自然科学基金资助项目 (10601070)

作者简介: 邓志全 (1983年生), 男, 硕士生; 通讯联系人: 邹青松; E-mail: idenson@163.com

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \nabla \cdot \left[\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right] + \lambda_e (u - u_0) = 0$$

其中, $\lambda_e = \begin{cases} \lambda, & (x, y) \in E \\ 0, & (x, y) \in \Omega \end{cases}$ (7)

其中 E 为待修复区域 Ω 的环状外邻域。为防止在平滑区域 $|\nabla u|$ 很小导致分母为 0 一般应用中用修正量 $|\nabla u|_a = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + \alpha^2}$ 代替。实验表明, 在梯度较大的区域, 较小的 α 的修复效果更好, 而梯度较小的区域, 则适宜使用较大的 α 。

针对以上问题, 采用自适应的方法进行改进。在迭代初期, 选用较大的 α_1 对平滑的区域进行修复, 加速算法收敛速度。当接近梯度较大的区域时, 则选用较小的 α_2 以保持锐利边界。并随着迭代的进行, 减小 α_1 和增大 α_2 加速逼近过程。

自适应整体变差算法 (Adaptive Total Variation Algorithm) 叙述如下:

(I) 初始化 α_1 和 α_2 , 设置阈值 θ 当待修复像素的梯度大于 θ 则采用 α_1 作参数用原始的 TV 算法进行修复, 否则用 α_2 作参数修复;

(II) 用预设的因子 $\gamma (0 < \gamma < 1)$ 修改 α_1 和 α_2 的值来加快收敛速度: $\alpha_1 = \gamma \alpha_1$ 和 $\alpha_2 = \alpha_2 / \gamma$, 然后返回第一步;

(III) 当相邻两次修复的图像差值小于某预设的接受值, 或迭代了 100 000 个循环后中止。

3 利用共生矩阵对纹理进行修复

对由分解图像得到的纹理细节分量本文利用共生矩阵进行修复。首先对图像的细节分量进行分块, 然后对每一个分块利用共生矩阵进行纹理分析, 然后匹配尽可能相像的纹理分块, 使得其纹理信息尽可能无缝连接。

我们提取纹理特征的方法是以灰度级空间的相关矩阵 - 共生矩阵 (Co-occurrence Matrix)^[10] 为基础的。共生矩阵是图像灰度的二阶统计度量。用其进行纹理修复比用其他一阶统计量更为准确。共生矩阵的元素 $p(i, j | d, \theta)$ 描述在 θ 方向上, 相隔 d 个像素距离的一对像素分别具有灰度值 i 和 j 的出现概率(频数)。其中 θ 是两像素连线向量的角度, 通常沿 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 和 135° 四个角度来获取纹理特征。如

$$p(i, j | d, 0^\circ) = \#(x, y) | f(x, y) = i$$
$$f(x + d, y) = j \quad (8)$$

$i, j = 0, 1, 2, \dots, L - 1, x, y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$

其中, $\#(\Omega)$ 表示集合 Ω 的元素个数, $f(x, y)$ 为图像灰度矩阵的元素, 该图像灰度级为 L , 行列宽为 N 。然后提取纹理特征, 以下用 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 表示纹理一致性、纹理对比、纹理的熵和纹理

相关性:

$$Q_1 = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} p(i, j)^2, Q_2 = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} (i - j)^2 p(i, j)$$

$$Q_3 = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} p(i, j) \log_2 p(i, j),$$

$$Q_4 = \left\{ \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} (i + 1)(j + 1)p(i, j) - \mu_1 \mu_2 \right\} / (\hat{\sigma} \hat{\sigma})$$

其中, $\mu_1 = \sum_{i=0}^{L-1} (i + 1) \sum_{j=0}^{L-1} p(i, j),$

$$\mu_2 = \sum_{j=0}^{L-1} (j + 1) \sum_{i=0}^{L-1} p(i, j), \quad (9)$$

$$\hat{\sigma} = \sum_{i=0}^{L-1} (i + 1 - \mu_1)^2 \sum_{j=0}^{L-1} p(i, j),$$

$$\hat{\sigma} = \sum_{j=0}^{L-1} (j + 1 - \mu_2)^2 \sum_{i=0}^{L-1} p(i, j)$$

下面具体叙述算法的实现细节:

(I) 特征提取 在纹理细节分量图中, 对于在填充区域以外而且其 L 形邻域内像素点信息均已知的像素点分别算出其基元内所有的像素点的 4 个共生矩阵统计量 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 作为该像素点的纹理特征向量;

(II) 纹理比较 按照扫描线顺序对每个待填充区域的像素点进行匹配, 取像素点所在的 L 形邻域作为匹配基元。同样可以计算出其纹理特征向量。然后填充区域以外而且其 L 形邻域内像素点信息均已知的像素点进行匹配, 找到其纹理特征向量欧氏距离最小的像素点, 将其信息填充进该待修复像素点内。

最后, 将几何信息修复得到的分量与纹理信息匹配填充得到的分量叠加合成, 形成最后的修复图像。

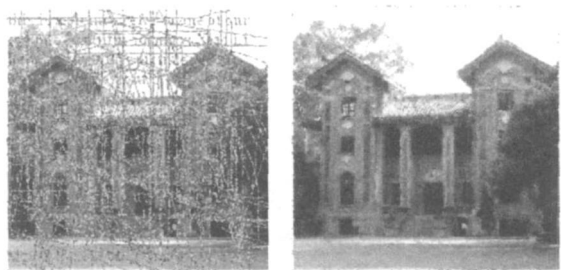
4 实验结果

我们以两张严重受损的图片“小礼堂 .bmp”和“中山医 .bmp”为例, 取 $\alpha_1 = 20, \alpha_2 = 0.2, \gamma = 0.5$ 进行修复(图 1, 图 2)。我们同时记录单纯用 TV 整体变差^[2]和纹理修复算法^[8]修复效果的 PSNR 值列于表 1 中, 可以看出自适应的混合图像修复效果比单纯用一种算法要好。

表 1 各种算法 PSNR 对比

Tab. 1 PSNR comparison with different algorithm s

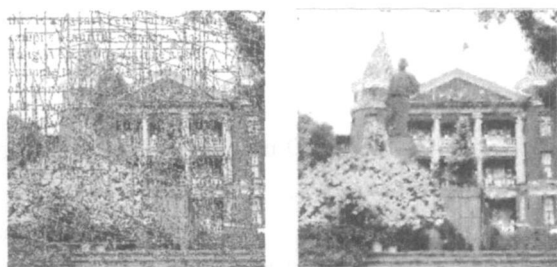
	小礼堂 .bmp	中山医 .bmp
自适应混合图像修复	25.3546	23.6763
TV 整体变差修复 ^[2]	20.2465	17.0950
单纯纹理生成修复 ^[8]	21.1632	22.3631



(a)破损的“小礼堂”图像 (b)修复后的“小礼堂”图像

图 1 小礼堂 .bmp 修复结果

Fig. 1 Xiaoliantang .bmp after inpainting



(a)破损的“中山医”图像 (b)修复后的“中山医”图像

图 2 中山医 .bmp 修复结果

Fig. 2 Zhongshangyi .bmp after inpainting

参考文献:

- [1] BERTAIN D M, SAPIRO G, CASELLES V, et al. Image inpainting[J]. Siggraph 2000 Computer Graphics Proceedings 2000 417 - 424.
- [2] CHAN T, SHEN J. Mathematical models for local non texture inpaintings[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics 2002 62(3): 1019 - 1043.
- [3] CHAN T, KANG S, SHEN J. Eulers elastica and curvature based inpaintings[J]. SIAM J Applied Mathematics 2002 63(2): 564 - 592.
- [4] CHAN T, SHEN J. Non - texture inpaintings by curvature driven diffusions[J]. J Visual Comm Image Rep 2001 12(4): 436 - 449.
- [5] EROSA A, LEUNG T. Texture synthesis by non - parametric sampling[J]. In ICCV 2 1999 1033 - 1038.
- [6] JEREMY S, DE BONET. Multiresolution sampling procedure for analysis and synthesis of texture images[J]. Computer Graphics 1997 31 (Annual Conference Series): 361 - 368.
- [7] HEEGER J, BERGEN R. Pyramid - based texture analysis /synthesis[J]. In SIGGRAPH 1995 229 - 238.
- [8] GEHY H, PEREIRA L. Image replacement through texture synthesis[J]. In Proceedings of the 1997 IEEE International Conf on Image Processing 1997: 186 - 189.
- [9] RUDN L, OSHER S, FATEM I E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D 1992 60 259 - 268.
- [10] HARALICK R. Statistical and Structural Approaches to Texture[J]. Proc Of the IEEE 1979 67(5): 768 - 804.

An Adaptive Mixed Image Inpainting Algorithm

DENG Zhi-quan, ZOU Qing-song

(Department of Scientific Computing and Computer Applications, Sun Yat-sen University,
Guangzhou 510275, China)

Abstract An adaptive mixed image inpainting algorithm is presented. With this method, an image to be inpainted is decomposed into two components: one is the geometric outline component and the other is the texture component. The geometric outline is inpainted by a so-called Adaptive Total Variation method, choosing different parameters according to different regions, not only preserving sharp edges and also accelerating the inpainting process. The texture component is inpainted by a so-called Co-occurrence Matrix synthesis method, making the result more accurate.

Key words inpainting; image decomposition; total variation; adaptive method; texture synthesis; co-occurrence matrix