

SV 模型的模拟 GMM 方法

——兼论涨跌停板制度的有效性*

李传乐^{1,2}, 王美今¹

(1 中山大学岭南学院, 广东 广州 510275;
2 华南师范大学数学科学学院, 广东 广州 510631)

摘 要: 采用 SV 模型的一个简捷高效的估计方法——模拟广义矩估计方法, 以上证综合指数为样本, 考查了涨跌停板制度对沪市股票收益波动的影响, 并将 SV 模型的实证结果与 GARCH 模型进行了比较, 发现 SV 模型的估计更符合实际; 最后, 利用 Monte Carlo 方法对股票收益序列进行了模拟和分析, 进一步证实了这一结论。

关键词: 随机波动模型; 模拟广义矩估计方法; 涨跌停板制度; Monte Carlo 模拟

中图分类号: O213.9 F83 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529 6579 (2006) 06 0011-05

1 文献回顾

目前, 对金融时序波动性的描述主要有两类模型, 即 (广义) 自回归条件异方差 ((G)ARCH) 模型和随机波动 (SV) 模型。后一类模型是近些年来才发展和成熟的一类新模型, 对于金融时序波动的描述, SV 模型具有不少 (G)ARCH 类模型所没有的优势。而在国内, 关于 SV 模型的理论研究和实证研究都比较少。

SV 模型主要分为连续时间的 SV 模型和离散时间的 SV 模型, 而在实证研究中, 人们大量采用的是离散时间的 SV 模型, 它最早是由 Taylor (1986) 在解释金融资产收益波动的自回归行为时提出的, 其基本形式如下:

$$\begin{cases} y_t = \sigma_t \epsilon_t \\ \log(\sigma_t^2) = a + b \log(\sigma_{t-1}^2) + s \eta_t \\ (\epsilon_t, \eta_t) \sim \text{iid } N(0, I_2) \end{cases}$$

其中, $y_t = \log(P(t)/P(t-1)) - \mu$ 为 0 均值处理后的对数收益率序列, μ 为对数收益率的均值, σ_t 描述了 y_t 方差的大小和演变的模式, 模型的待估参数为 $a, b, s, \exp(a/2)$ 反映了波动的平均水平, b 反映了波动 σ_t 前后影响的方向和程度, s 度量了波动扰动的标准差, η_t 是引入方差方程中的随机干扰项, 所以与 (G)ARCH 类模型不同, 当 σ_{t-1}^2 给定时, σ_t^2 仍然为一个随机变量。

与 SV 模型随机式的处理方式不同, GARCH (p, q) 模型将方差方程设定为:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \epsilon_{t-j}^2 = \omega + \alpha(L) \sigma_t^2 + \beta(L) \epsilon_t^2$$

其中, $\omega > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0, i = 1, \dots, p, j = 1, 2, \dots, q, \alpha(L) = \sum_{i=1}^p \alpha_i L^i, \beta(L) = \sum_{j=1}^q \beta_j L^j$, 这种设定具有不少缺陷: 在参数的设置上, 条件方差的非负性要求方差方程中的参数是非负的, 从而波动的影响模式只能是同方向的, 与此不同, SV 模型的参数 b 却可正可负, 这说明 y_t 的波动在不同时刻的影响模式可以是同方向的也可以是反方向的; 在模型的稳定性方面, (G)ARCH 类模型需要 $\alpha(1) + \beta(1) < 1$, 但在实证分析中, 通常是 $\alpha(1) + \beta(1) \rightarrow 1$, 与理论上的约束并不相符; 在估计方面, (G)ARCH 类模型一般采用最大似然估计的方法, 从而需要设定均值方程扰动项的条件分布, 这种人为的设定往往不能描述实际分布的特征; 在峰度刻画方面, 沈根祥^[1], 余素红等^[2] 等大量研究表明, 相对于 (G)ARCH 类模型, SV 模型可以更有效地刻画金融时序的峰度; 从数据生成的角度看, (G)ARCH 类模型反映的只是二阶矩的相关性, 而 SV 模型则是一类随机微分方程的离散化表示, σ_t^2 被处理为不可观测的潜变量, 它有着自己的演化方式, 因此被许多学者认为更加适合于金融领域的实证研究。

从目前的研究来看, SV 模型的参数估计方法基本分为两类: 一类是试图得到完全的似然函数形

* 收稿日期: 2006 03 09
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70273060)
作者简介: 李传乐 (1976 年生), 男, 博士生, 讲师, E-mail: lich@scnu.edu.cn
(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

式, 如 Daneilson^[3] 的模拟极大似然法, Jacquier Polson 和 Rossi^[4] 的 Bayes 方法等; 另一类估计方法则是依靠某些准则得到似然函数, 如 Ruiz^[5] 提出的准极大似然法 (Quasi-ML) 等。这些方法虽然部分地解决了 SV 模型的估计问题, 但存在种种不足, 如模拟似然函数一类的方法效率太低, 而 Bayes 方法计算量太大, 且参数较多时往往不可行。然而, 计算机能力的提高使基于模拟的 GMM (SGMM) 估计方法日益流行, Duffie 和 Singleton^[6] 最先提出了 SGMM 方法, 后续的研究者们又对 SGMM 方法进行了更加深入和细致的研究, 本文将在下一节作详细的介绍。

国内研究方面, 沈根祥^[1] 采用 GMM 方法估计 SV 模型, 虽然估计方法简捷, 但却需要准确地计算出真实矩的具体解析式; 孟利锋等^[7] 对具有杠杆效应 SV 模型进行了 Bayes 分析; 在另一项研究中, 孟利锋等^[8] 借助经验特征函数方法估计了基本 SV 模型和杠杆效应 SV 模型。但对于 SV 模型的 SGMM 估计方法, 目前国内尚未见到这方面的研究成果。

我国股市从 1996 年 12 月 16 日开始实行 10% 涨跌停板制度, 对这一制度的有效性国内不少学者进行了研究。刘晓峰等^[9] 通过模拟股票市场的运作, 研究了涨跌停板制度对股市波动性的影响; 孙培源、施东晖^[10] 使用沪、深股市的每日成交数据, 就涨跌停限制对波动性的影响进行了实证分析, 研究表明涨跌停制度的实际运作绩效与当初设想的目标存在较大的偏差; 另一类关于涨跌停制度的研究是围绕着 (G) ARCH 类模型展开的, 这也是国内研究者较多采用的方法。

余素红、张世英^[3] 专门比较了 SV 模型与 (G) ARCH 模型刻画金融时序的能力, 通过理论论证和实证分析两种方法, 均得出 SV 模型较之 (G) ARCH 模型能更好地拟合实际数据。所以, 本文选择 SV 模型研究沪市涨跌停板制度的有效性, 并采用 SGMM 方法对模型进行估计。

2 模型设定与 SGMM 估计

SV 模型的 GMM 估计是以一组选择的样本矩和无条件总体矩之间距离的最小化为基础的, 并表达为模型参数的解析函数, 但当表达式牵涉到潜变量时, 这样的解析函数很难得到, 有时根本就找不到。那么, 能否对特定参数值的模型进行数据模拟, 用模拟数据的矩匹配样本矩作为替代? 这个策略即为 SGMM, 下面介绍一下 SGMM 方法。

一般的非线性模型可以表述为如下形式:

$$\varepsilon_t = q(y_t, x_t, \theta)$$

其中, $q \in \mathbf{R}^g$ 是一个实的向量函数, $y_t \in \mathbf{R}^g$, $x_t \in \mathbf{R}^l$, $\theta \in \mathbf{R}^p$, 这里 g 代表方程的个数, l 代表前定变量的个数, p 是待估参数的个数, 样本期 t 的变化范围为 1 到 n , ε_t 为不可观测的残差向量, 且满足:

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Sigma$$

在很多情况下, $q(y_t, x_t, \theta)$ 不能写成一个解析函数, 而只能写成一个积分形式:

$$q(y_t, x_t, \theta) = \int f(y_t, x_t, \theta, u_t) dP(u)$$

其中, f 是一个实的向量函数, $u_t \in \mathbf{R}^m$, m 代表随机变量的个数, $P(u)$ 为 u_t 的分布函数。如果 u_t 的分布已知, 通过对它的大量随机抽样, 可以形成随机变量序列 u_{ht} , $h=1, \dots, H$, 从而 q 可以近似的表示为

$$\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H f(y_t, x_t, \theta, u_{ht})$$

在 GMM 估计中, 一般可以得到如下的正交矩条件

$$E(\varepsilon_t \otimes z_t) = 0$$

其中, $z_t = Z(x_t)$ 为 k 维的工具变量。上述正交矩条件的样本矩是

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n q(y_t, x_t, \theta) \otimes z_t$$

由于 q 可能不存在具体的解析形式, 所以在 SGMM 中, 上式中的 q 函数就用模拟的 q 函数来代替, 从而样本矩条件变为

$$m_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H f(y_t, x_t, \theta, u_{ht}) \right\} \otimes z_t$$

真实参数 θ^0 的 SGMM 估计值 $\hat{\theta}_{\text{SGMM}}$ 为最优化问题

$$m_n \min_S (q' V) = [nm_n(\theta)]' V^{-1} [nm_n(\theta)] \text{ 的解, 其中}$$

的解, 其中

$$V = \text{cov}(m(\theta^0), m(\theta^0))$$

上面所论述的是 SGMM 的基本理论, 在实际的应用中, SGMM 估计的一般步骤为:

(1) 对 u_t 进行模拟, 生成它的随机数。由于 u_t 的分布已知, 所以可以非常容易地获取它的 H 个模拟值, 记为 u_{ht} , $h=1, \dots, H$ 。

(2) 获取 θ 的一个一致估计量 $\hat{\theta}$

(3) 获取 V 的一致估计 $\hat{V}$ 。在 SGMM 估计中, V 的一致估计值为

$$\hat{V} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H f(y_t, x_t, \hat{\theta}, u_{ht}) \otimes z_t \right] \cdot \left[\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H f(y_t, x_t, \hat{\theta}, u_{ht}) \otimes z_t \right]'$$

在此过程中 H 必须足够大, 以保证 $\hat{V}$ 是一致估计。

(4) 计算 θ 的 SGMM 估计量。最优化问题

$$m_0 \ln S(\theta | V) = [m_n(\theta)]' V^{-1} [m_n(\theta)] / n$$
的解就是 θ 的 SGMM 的估计值 $\hat{\theta}_{SGMM}$ 。

对于 SV 模型，SGMM 估计方法要优于 GMM，一是因为 SGMM 不需要模型参数的解析函数，二是因为 SGMM 的渐近分布与 GMM 非常相似，只是与 GMM 估计量相比，模拟行为引入了一个额外的随机误差源，影响了 SGMM 估计量的有效性，但Gouriéroux和Monfort^[11]的研究表明有效性的损失能够由 H 的选择加以控制。

在 SGMM 中，模拟次数 H 的确定是一个关键问题，McFadden^[12] 和 Pakes^[13] 证明，即使模拟抽样的次数是固定的，SGMM 估计量仍然具有渐近正态性和一致性等良好性质。更进一步，Gouriéroux和Monfort^[14] 证明，模拟的抽样次数 H 不必太大，例如当 $H=10$ 时，SGMM 估计量就达到了相应的 GMM 估计量 90% 的有效性。

3 涨跌停板制度对上证综合指数波动的影响

研究样本采用上海证券交易所综合指数 1992 年 5 月 21 日到 2005 年 4 月 8 日的交易日收盘指数数据，经计算得到日对数收益率数据并作 0 均值化处理。以涨跌停限制实施日 1996 年 12 月 16 日将样本分为两部分，1992 年 5 月 21 日到 1996 年 12 月 16 日为第一阶段，1996 年 12 月 17 日到 2005 年 4 月 8 日为第二阶段。

(1) 参数估计：采用 SGMM 的方法，分别估计两个阶段的参数^①，为了显示估计结果的稳健性，本文选取了 $H=10, 15, 20$ 三个值，表 1 列出了估计结果。

表 1 SV 模型的参数估计^②
Tab.1 Estimation of the SV Model

H	阶段	a	b	S
10	第一阶段	-2.05165	0.725986	0.972573
		(0.0097)	(<0.0001)	(<0.0001)
	第二阶段	-2.17724	0.757063	0.735653
		(0.0142)	(<0.0001)	(<0.0001)
15	第一阶段	-2.4458	0.673557	1.012095
		(0.0169)	(<0.0001)	(<0.0001)
	第二阶段	-2.67544	0.701615	0.786522
		(0.0121)	(<0.0001)	(<0.0001)
20	第一阶段	-2.01845	0.731278	0.957287
		(0.0364)	(<0.0001)	(<0.0001)
	第二阶段	-2.28471	0.74464	0.752723
		(0.0232)	(<0.0001)	(<0.0001)

显著地不等于 0， P 值均很低。同时， a 的估计值在第二阶段显著地小于第一阶段的估计值，而 $\exp(a/2)$ 代表的是波动所处的平均水平，所以在第二阶段，股票收益率是在较低的水平上波动的。

b 的估计值在第二阶段要明显地高于第一阶段，它反映了收益波动前后的联系，股票波动的集聚性也主要由这个参数来反映。在第一阶段，由于没有涨跌停的限制，股市对各种信息的消化和吸收是由市场的力量决定的，市场对信息的反应是急剧和快速的；在第二阶段实行涨跌停限制后，人为的力量阻止了这种信息的传递和消化，由相同的信息引起的市场能量的释放不得不在多个交易日完成，从而加强了股票波动前后期的相关性。

s 是股价波动的标准差，它反映了股票收益波动的幅度，从表 1 可以看出， s 的估计值在第二阶段要明显地低于第一阶段，这说明第二阶段股市的波动幅度要明显地低于第一阶段，所以在中国股市实行涨跌停制度是有效的，它可以有效地降低股市的波动。

为了便于比较，对上述的两个阶段分别建立 GARCH (1, 1) 模型：

$$\begin{cases} y_t = \sigma_t \varepsilon_t \\ \sigma_t^2 = \omega + \alpha \sigma_{t-1}^2 + \beta y_{t-1}^2, (\alpha \geq 0, \beta \geq 0) \end{cases}$$

参数估计如表 2

表 2 GARCH (1, 1) 参数估计
Tab.2 Estimation of the GARCH(1, 1) Model

阶段	ω	α	β
第一阶段	0.00018	0.618839	0.282823
第二阶段	1.39e-05	0.769929	0.18488

从表 2 可以看出，两个阶段的 $\alpha + \beta$ 值均超过了 0.9，非常接近 1，所以不能够很好地满足模型的稳定性要求。在峰度刻画方面，表 3 分别计算了样本的峰度，GARCH 模型刻画的峰度以及 SV 模型刻画的峰度。

表 3 峰度和偏度
Tab.3 the Kurtosis and Skewness

阶段	样本数	偏度	样本峰度	GARCH (1, 1)	SV 模型
第一阶段	1153	1.31876	13.03786	20.7569	19.5619
第二阶段	1999	-0.02274	8.909422	13.2652	10.1451

注：表中的 SV 模型列出的是 $H=15$ 时的结果。

① 本文的所有计算均通过 SAS9.0 完成。
② 表中括号里的数值代表参数是否为 0 的双侧 t 检验的 P 值。

从表 3 可见，在两个阶段中，样本数据均存在一定的偏度，而且样本峰度也远大于 3，这说明收益率序列是尖峰肥尾的，应该用 (G)ARCH 模型或 SV 模型来刻画它。从上面的结果还可见，无论是在第一阶段还是在第二阶段，SV 模型刻画的峰度都与样本峰度更接近，而 GARCH (1, 1) 模型则相差较远。

总之，通过上面的实证研究可以看出，GARCH (1, 1) 模型在参数设置、峰度刻画等方面均不如 SV 模型；从 SV 模型的估计结果还可以看出，实行涨跌停限制后，股市的波动水平降低了，波动幅度也显著地减弱了，这一切说明在沪市实行涨跌停制度是有效的。

(2) Monte Carlo 模拟：为了进一步考查 SV 模型是否很好地描述了股票市场的波动性，下面用得到的模型 ($H=10$) 对上证综合指数两个阶段的日收益率进行 Monte Carlo 模拟。模拟过程如下：首先产生服从 $N(0, 1)$ 分布的随机数，然后利用得到的 a, b 的估计值，在 SV 模型中对 y 进行模拟，从而得到模拟的日收益率序列 y_{sim} 。为了与真实序列进行比较，第一阶段对 y 进行了 1153 次模拟，第二阶段对 y 进行了 1999 次模拟。运行 SAS 程序后，两个阶段日收益率序列的真实波动图和模拟波动图分列于图 1、图 2。

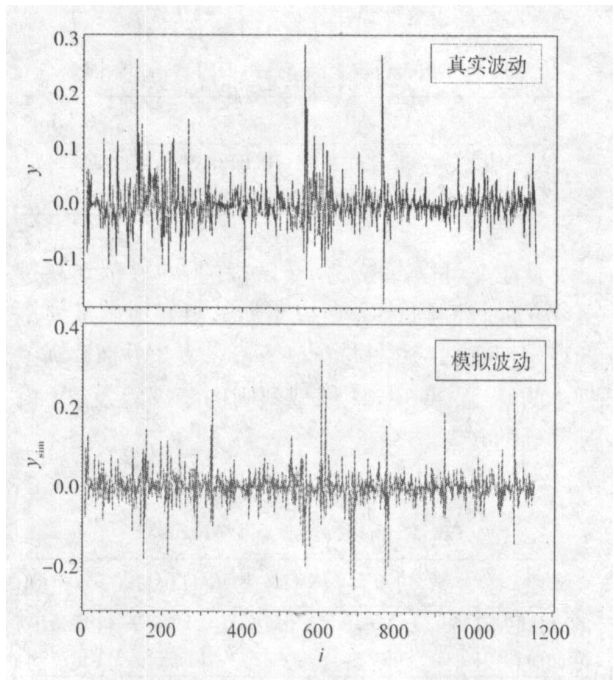


图 1 第一阶段的波动图
Fig. 1 Volatility of stage 1

从图 1、图 2 可以看出，模拟波动的模式、相关性以及峰度特点都与实际情况接近。为了更精确

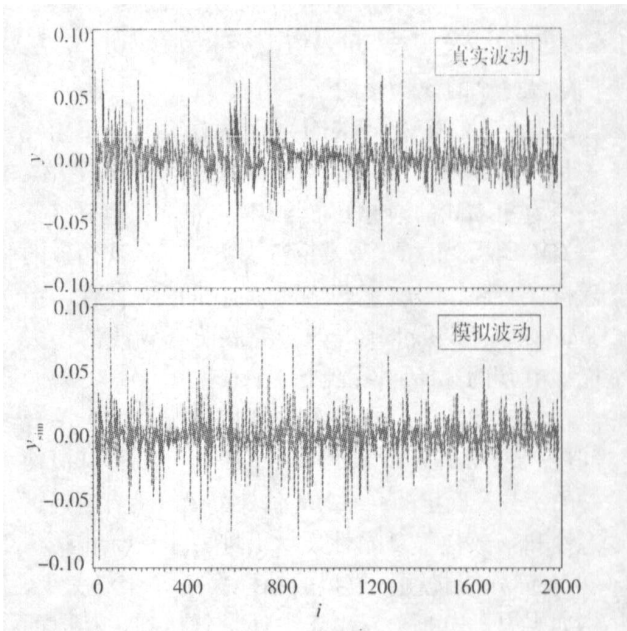


图 2 第二阶段的波动图
Fig. 2 Volatility of stage 2

地描述真实的收益率序列 y 和模拟的收益率序列 y_{sim} 之间的关系，表 4 对它们做了一个详细的数值比较：

表 4 真实收益序列与模拟收益序列比较				
Tab. 4 Comparison of the real and simulated return series				
项目	第一阶段		第二阶段	
	y	y_{sim}	y	y_{sim}
最大值	0.288815	0.320257	0.093849	0.092080
最小值	-0.178846	-0.252712	-0.093511	-0.097456
标准差	0.037711	0.040687	0.015595	0.015178
峰度	13.03786	14.70192	8.909422	8.603383

从表 4 可见，真实序列 y 和模拟序列 y_{sim} 的最大值、最小值、标准差以及峰度值都非常接近，这也从另外一个角度说明 SV 模型很好地描述了股票市场的波动，可以为证券监管机构和投资者把握证券市场的波动情况及其走势提供有益的指导。

参考文献：

[1] 沈根祥. 股票收益随机波动模型研究[J]. 中国管理科学, 2003(2): 16-20
[2] 余素红, 张世英. SV 与 GARCH 模型对金融时间序列刻画能力的比较研究[J]. 系统工程, 2002, 20(5): 28-33
[3] DAN IELSON J. Stochastic volatility in asset prices estimation with simulated maximum likelihood[J]. Journal of Econometrics, 1994, 64: 375-400

[4]

JAQUIER E P POLSON N G ROSS I P E Bayesian analysis of stochastic volatility models [J]. Journal of Business & Economic Statistics 1994 12 371 – 389

[5]

HARVEY A C RU Z E SHEPHARD N Multivariate stochastic variance models [J]. Review of Economic Studies 1994 61 247 – 264

[6]

DUFFIE D SINGLETON. Simulated moments estimation of Markov models of asset prices [J]. Econometrica 1993 61 929 – 952

[7]

孟利锋, 张世英, 何信. 具有杠杆效应 SV 模型的贝叶斯分析及其应用 [J]. 系统工程, 2004 22(3): 47 – 51.

[8]

孟利锋, 张世英, 何信. SV 模型参数估计的经验特征函数方法 [J]. 系统工程, 2004 22(12): 92 – 95

[9]

刘晓峰, 刘晓光, 田存志. 涨跌停板制度安排对于股市稳定性影响的研究 [J]. 国际金融研究, 2001(9): 10 – 16

[10]

孙培源, 施东晖. 涨跌幅限制降低了股价波动吗? — 来自中国股票市场的证据 [J]. 证券市场导报, 2001(11): 3 – 13

[11]

GOURIEROUX G Monfort A. Simulation – based econometric method [R]. CORE Lecture Series Louvain – Neuve 1995.

[12]

McFADDEN D. A Method of Simulated Moments for Estimation of Discrete Response Models without Numerical Integration [J]. Econometrica , 1989 57 995 – 1026

[13]

PAKES A. Simulation and the Asymptotics of Optimization Estimators [J]. Econometrica, 1989 57 1027 – 1057.

[14]

GOURIEROUX G MONFORT A. Simulation Based Inference A Survey with Special Reference to Panel Data Models [J]. Journal of Econometrics 1993 59 5 – 33

The Simulated Generalized Method of Moment of the SV Model

—— The Efficiency of the Price Limits Policies

LI Chuan-le^{1, 2}, WANG Mei-jin¹

(1. Lingnan College Sun Yat-sen University Guangzhou 510275 China
2. School of Mathematics South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

Abstract The simulated GMM adopted in this paper is forthright and efficient. Selecting the Shanghai composite index as sample, the effect of the price limits policies on the volatility of the stock revenue is examined, and the SV model is found to be more conform to the actual situation by comparing the empirical results between the SV model and the (G) ARCH model. Finally, these conclusions are further verified by using the Monte Carlo method to simulate and analyze the stock revenue series.

Key words the SV model; simulated GMM; price limits policies; Monte Carlo simulation