

幕墙支撑杆的纵横弯曲计算和稳定性分析^{*}

蔡 铭¹, 毛伙南², 郭金基¹, 张开成², 唐珠创², 崔传芹²

(1 中山大学工学院, 广东 广州 510275
2 中山盛兴幕墙有限公司, 广东 中山 528412)

摘 要: 阐述幕墙杆索结构中支撑杆的纵横弯曲计算, 并由此讨论杆件的稳定性。考虑横向力和轴向力的弯曲变形问题, 列出支撑杆挠曲轴的微分方程, 并给出求解方程的具体步骤, 通过实验提出对幕墙支撑杆失稳的新判据, 引入修正系数, 改进压杆失稳的临界应力计算公式, 实验结果表明改进的计算公式精确有效。

关键词: 幕墙支撑杆; 纵横弯曲; 挠曲轴微分方程; 失稳判据

中图分类号: TP391.75 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2007) 02-0016-04

玻璃幕墙以其晶莹剔透、轻巧美观、耐候性好、密封性佳、安装方便、维护简便等诸多优点而在现代建筑上发展迅猛, 而随着高层、大跨度、大空间、异型建筑的不断增加, 对幕墙支撑结构的要求越来越严格。幕墙支撑结构常用的有钢刚架、钢索桁架、钢索结构及杆索结构等, 其中杆索结构以其对主体建筑无拉力破坏而备受青睐。幕墙杆索结构由支撑主体的支撑杆、与钢爪联接的不锈钢短杆和钢索组成, 如图 1 所示, 作者对此结构的位移及

内力已经进行了大量的计算^[1~5], 并开发了相应的计算软件^[6]。杆索结构承受由幕墙玻璃板块传递的风荷载和地震荷载的组合荷载 P_i 作用, 承受由钢爪联接的不锈钢短杆传递的玻璃板块的自重荷载 G_i 作用, 还受到钢索的预张力 T_0 作用。杆索结构一端为固定铰支座, 另一端为活动铰支座。支撑杆在预张力 T_0 和 G_i 作用下受到压缩, 不锈钢短杆在玻璃自重荷载作用下也受到压缩, 因而产生压杆丧失稳定问题。在幕墙工程计算上, 由于不锈钢短杆的长度较短, 承受的玻璃自重压力也不大, 其失稳问题并不突出。而随着大空间幕墙的增多, 作为支撑主体的支撑杆的长度越来越大, 其失稳问题不能忽略。而且, 支撑杆不仅承担着由 T_0 和 G_i 产生的轴向压力的作用, 还承担着由 P_i 和 T_0 作用支撑杆产生的横向力的作用, 这种在双向荷载作用下的纵横弯曲问题较为复杂, 在钢索、不锈钢短杆的相互作用下其失稳现象也与一般压杆失稳有所不同。本文重点研究幕墙结构中支撑杆的纵横弯曲计算, 并通过实验提出适用于支撑杆失稳的判据, 进行杆件的稳定性分析。

1 支撑杆的挠曲轴微分方程

支撑杆一端为固定铰支座, 另一端为活动铰支座。在 T_0 、 G_i 和 P_i 作用下可以产生荷载作用的平面内 (xoy) 的失稳, 也可以产生平面外 (xoz) 的失稳, 若以 $W(x)$ 表示支撑杆在 y 向的挠度, $U(x)$ 表示杆轴向位移, 则平面内失稳的挠曲轴微分方程为:

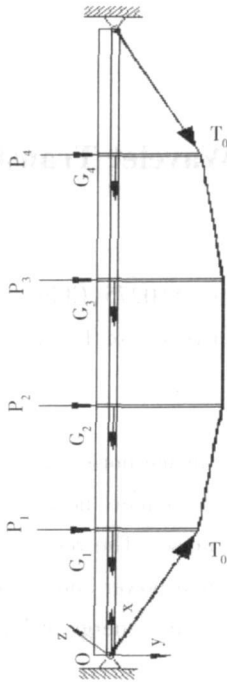


图 1 杆索结构示意图

Fig. 1 The sketch of strut-cable structure

^{*} 收稿日期: 2006-08-23
基金项目: 建设部研究开发资助项目 (06-K5-20)
作者简介: 蔡铭 (1977年生), 男, 博士, 讲师; E-mail: caiming@mail.sysu.edu.cn
(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$EJ_z \frac{d^4 W(x)}{dx^4} = ES_z \frac{d^3 U(x)}{dx^3} + P_i^* \cdot \delta(x - x_{p_i}) \tag{1}$$

$$EA \frac{d^2 U(x)}{dx^2} = ES_z \frac{d^3 W(x)}{dx^3} + G_i^* \cdot \delta(x - x_{G_i}) \tag{2}$$

式中

$$\begin{aligned} P_i^* &= P_i + 2T_0 \sin\theta_i \\ \delta(x - x_{p_i}) &= \begin{cases} 1 & x = x_{p_i} \\ 0 & x \neq x_{p_i} \end{cases} \\ \delta(x - x_{G_i}) &= \begin{cases} 1 & x = x_{G_i} \\ 0 & x \neq x_{G_i} \end{cases} \end{aligned} \tag{3}$$

E 为杨氏模量, J_z 为过 Oz 轴的惯性矩, S_z 为过 Oz 轴的静矩, A 为沿 ox 方向的截面积, x_{p_i} 和 x_{G_i} 分别为荷载 P_i 和 G_i 作用点的坐标, θ_i 为钢索与不锈钢短杆交点的切线与 ox 轴的夹角。

设支撑杆的长度为 l 微分方程边界条件为: 当 $x=0$ 时, $W(x)=U(x)=0$ $d^2W(x)/dx^2=0$, 当 $x=l$ 时, $W(x)=0$ $d^2W(x)/dx^2=0$, 杆端约束反力 $T_B=T_0 \cos\theta_0$ 。在预张力和外加荷载的作用下, 支撑杆两端边界的转角和剪力并不为 0。

求解在以上边界条件下的纵横弯曲组合微分方程 (1)、(2), 可采用初始参数法结合传递矩阵进行求解, 将局部解析解化为全局数值解。具体的求解步骤描述如下:

1) 沿 x 向把结构分成 n 段小单元体, 每段用阶梯形折线代替原来的曲线, 当 n 足够大时, 每个单元体都可以看作等截面体;

2) 对每一小单元体, 都可用单元左端由挠度、转角、弯矩和剪力这四个参数组成的状态向量和作用在单元上的荷载, 求出单元体右端的挠度、转角、弯矩和剪力, 并组成右端状态向量;

3) 对相邻的两个单元体, 由连续性条件, 左边单元的右端状态向量即是右边单元的左端状态向量, 由此可形成从左边第 1 单元到右边第 n 单元从左到右的向量递推公式;

4) 用支撑杆两端已知的边界条件作为初始参数, 即 1 单元和单元的位移和弯矩为 0 结合向量递推公式, 可求出杆两端不为 0 的转角和剪力, 然后由此端点状态向量, 则可以求解出每一单元的状态向量值, 也就是说, 微分方程 (1)、(2) 可以得到数值解, 当结构分段越密, 值越大, 则此数值解越精确。

支撑杆平面外挠曲轴微分方程与平面内的情况大致相同, 这里限于篇幅就不再详述。

2 结构稳定性计算

设 θ_0 为杆端钢索与支撑杆的夹角, T_0 在支撑杆轴向还有分力 $T_0 \cos\theta_0$, 加上支撑杆承受玻璃自重荷载作用, 产生压缩变形。因此支撑杆在钢索预张力 T_0 和玻璃自重荷载 G_i 作用下产生弯曲与压缩的纵横弯曲组合变形, 由此可能丧失稳定。

要逐一计算非对称结构的横向荷载是困难的, 因为在 T_0 和 G_i 作用下, 钢索与支撑杆、不锈钢短杆的夹角已经变化, 要精确求出变形后的几何尺寸较困难。同时横向荷载和轴向力对失稳的影响不是同等重要。从研究文献 [7] 及大量工程实践指出: 当轴向力接近临界荷载时, 横向荷载的微小变化均可导致失稳。因此本文受压构件稳定性验算公式, 充分考虑横向荷载产生弯曲变形的影响, 在验算公式中引入稳定性计算修正系数 η , 在新的丧失稳定判据下, 通过实验确定稳定性修正系数 η 的值。

杆索结构稳定性计算, 幕墙工程采用受压构件的计算公式:

$$\sigma_y = \frac{\sigma}{\varphi_y} \leq [\sigma] \tag{5}$$

其中 $[\sigma]$ 为材料失稳许用应力; φ_y 为截面绕 y 轴的稳定系数, 其值由 λ_y 查表求得^[8]; 而 λ_y 由下列公式求得: $\lambda_y = l/i_y$, $i_y = \sqrt{J_y/A}$ 。(5) 式在应力未超过临界应力时成立, 此时 $\lambda_y \leq 250$ 。

当 $\lambda_y > 250$ 时, 受压构件采用 Euler (欧拉) 临界应力公式校核:

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EJ_y}{A(\mu l)^2}, \sigma = \frac{N}{A} < \sigma_{cr} \tag{6}$$

式中 σ_{cr} 为临界应力, μ 由支座条件决定, 本计算模型, 一端为固定铰支座, 另一端为活动铰支座, $\mu=1$ 。

引入稳定性计算修正系数 η , 则 (5)、(6) 两式变为:

$$\sigma_y = \frac{\sigma}{\eta_1 \varphi_y} \leq [\sigma] \tag{7}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EJ_y}{\eta_2 A(\mu l)^2}, \sigma = \frac{N}{\eta_2 A} < \sigma_{cr} \tag{8}$$

式中: η_1 为未超过临界应力的稳定性计算修正系数; η_2 为用临界应力校核时的稳定性计算修正系数。

稳定性计算修正系数 η_1 、 η_2 的确定必须考虑压杆构件的压缩和弯曲变形, 为此我们选择有代表性的杆索非对称结构, 在钢索预张力 T_0 作用下进行稳定性试验, 实测杆索非对称结构支撑杆的应力

横弯曲组合变形，采用新的失稳判据 $\delta_{\max}/l_0=1\%$ 或 $\delta_{\max}/l_0=2.52\%$ ，从理论分析和实验结果来看是合理的。

参考文献:

[1] 姜清海, 张开成, 刘斌, 等. 自平衡杆索结构位移和内力的有限分析计算[J]. 机电工程技术, 2003 32 (6): 41 - 44

[2] 蔡铭, 姜清海, 郭金基, 等. 自平衡体系结构有限分析计算方法研究[J]. 广东土木与建筑, 2004 7: 1 - 4

[3] 姜清海, 张开成, 刘斌, 等. 幕墙自平衡非对称结构内力和位移的计算与实验研究[J]. 机电工程技术, 2004 33(2): 27 - 31.

[4] 蔡铭, 姜清海, 郭金基 等. 幕墙杆索结构有限分析计算方法的研究[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2005 44(6): 32 - 35 40

[5] 蔡铭, 毛伙南, 郭金基 等. 幕墙杆索结构的稳定性研究[J]. 广东土木与建筑, 2005 12 3 - 5

[6] 蔡铭, 姜清海, 郭金基 等. 幕墙自平衡体系结构有限分析计算软件的研究[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2004 43(5): 24 - 27.

[7] 徐道远, 黄孟生. 材料力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 2001: 153 - 155

[8] 建筑工程常用数据系列手册编写组. 建筑结构常用数据手册, 下册[M]. 北京: 中国建筑工程出版社, 1997 1009 - 1010

Vertical and Horizontal Bending Calculation and Stability Analysis of Curtain Wall Strut Bar

CAI Ming¹, MAO Huo-nan², GUO Jin-jie¹, ZHANG Kai-dong², TANG Zhu-duang², CUI Chuan-qin²
(1. School of Engineering Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275 China
2. Zhongshan Shengxing Curtain Wall Co. Ltd. Zhongshan 528412 China)

Abstract A vertical and horizontal bending calculation of the supporting pole in curtain wall strut cable structure is presented and the stability of the pole is discussed. The bending differential equations of supporting pole with axial and lateral loads are established and the particular processes of solving the equations are given. A new instability criterion of the pole is founded with the help of experiments. Then critical stress formulas of strut bar are improved with the modifying coefficients. The experimental results show that the improved formulas are precise and valid.

Key words curtain wall supporting pole; vertical and horizontal bending; bending differential equations; instability criterion

(上接第 7 页)

A Class Gerschgorin-type Inclusion Area for Eigenvalue of Matrix

ZHONG Yi-bing^{1, 2}, GUAN Li-tai²
(1. Department of Mathematics, Zhaoqing University, Zhaoqing 526061, China
2. Department of Scientific Computing and Computer Applications, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract Firstly, a class of conditions of matrix being nonsingular is obtained and equivalently, a class of Gerschgorin inclusion area of matrix is presented. At last, an example is given.

Key words eigenvalue, Gerschgorin disk, Brauer-Cassini oval, nonsingularity, irreducibility