

卫生洁具形成虹吸现象的 VOF 模型判定方法^{*}

潘晓涛^{1,2}, 孙友松¹, 詹杰民^{2,3}, 李 军¹

(1. 广东工业大学材料与能源学院, 广东 广州 510006

2. 中山大学工学院应用力学与工程系, 广东 广州 510275

3. 中山大学近岸海洋工程广东省重点实验室, 广东 广州 510275)

摘 要: 利用标准 $k-\epsilon$ 湍流模型, 闭合非定常气、液多相流的 N-S 方程, 采用有限体积法和非结构化网格, 数值模拟了虹吸式卫生洁具冲水流道的三维流动, 由残余污水的测试实验验证了该数学模型的正确性。对排污管的驼峰顶断面的气、液两相的体积分数积分进行了定量计算, 获得了其虹吸现象形成的数值判据。对卫生洁具流道形成虹吸现象的水力特性实现了预测, 为虹吸式卫生洁具的出水流道水力设计优化提供了理论依据。

关键词: 虹吸; 非恒定流; 卫生洁具; 水力学设计

中图分类号: O359 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2007) 04-0036-05

我国卫生陶瓷产量自 1993 年起就稳居世界第一, 目前年产量达 6 000 万件以上。然而, 由于生产技术落后, 产品质量低劣, 造成了资源、能源, 尤其是水资源的严重浪费。就其根本原因在于缺乏对卫生陶瓷产品的基础研究, 尤其缺乏对冲水过程的深入系统研究, 没有相应的结构设计标准。产品开发以仿制、类比为主。制造企业较多采用经验方法研究冲水过程, 改进卫生洁具的流道结构^[1-3]。理论研究方面, 文献 [4] 将冲水过程简化为一维问题建立了虹吸式的卫生洁具的水动力学模型, 给出了评价其冲水性能的数学方法, 分析了结构参数对冲刷效果的影响。显然, 简化成一维问题与实际情况有较大的出入。

虹吸式卫生洁具是利用管道结构的特殊性, 使冲洗水在排污管道 (通称存水弯管) 内充满水后形成的一定的压力将污物排走。虹吸能否形成, 虹吸现象形成的开始、结束时间点及其持续时间的预测是虹吸式卫生洁具开发过程中的一个难点。本研究针对企业普遍关心的卫生洁具虹吸现象形成的预测问题, 探索性地建立了三维、非稳态的 VOF 计算流体分析模型, 获得了卫生洁具虹吸现象形成的数值判据, 可对其结构设计提供一定的理论依据。

1 虹吸式冲水过程的数值模拟

1.1 数值计算对象

卫生洁具的冲水过程是复杂流道、带自由表面的混合边界条件下三维非稳态气、液多相流问题。

本研究以一个数字化制模方式制造出来的卫生洁具模型实物为研究对象, 保证了数值几何模型与物理实物模型的完全一致性。以整个冲水流道 (水箱→进水管→坐圈→水包→排污管) 为数值计算的求解域, 建立了其流动控制体的 CAD 模型, 如图 1 所示。该求解域几何模型只在水箱部位有所简化, 与流动相关的四大关键结构部分, 即坐圈、坐圈下面的若干出水小孔、水包和排污管道, 都被完整地保留, 真实、全面地反映了卫生洁具冲水流道。

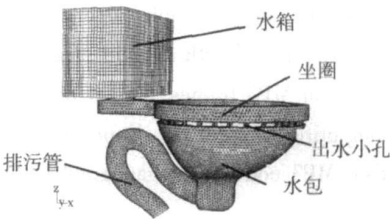


图 1 求解域 CAD 模型
Fig 1 Modeling of Solution Domain

1.2 数学模型

1.2.1 多相流 VOF 模型 复杂流道、带混合边界条件下的卫生洁具冲水过程的三维非稳态气、液多相流动, 可用连续性方程和雷诺时均 N-S (Navier-Stokes) 方程来描述。由于涉及到清水、污水、空气两相三组分的混合流动, 且流动控制体中含自由面, 因此, 采用 Euler-Euler 多相流方法中的 VOF 模型^[5-12]。VOF 模型的流体相之间的界面跟

^{*} 收稿日期: 2006-07-14

基金项目: 广东十五重大科技专项资助项目 (A1040201)

作者简介: 潘晓涛 (1967 年生) 女, 副教授, 博士研究生; 通讯联系人: 詹杰民, E-mail: stszjm@zsu.edu.cn

踪是通过求解一个或者多个组分的体积分数的连续性方程而实现的。对于 q 相, 连续性方程为:

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_q \mathbf{v}) = \frac{S_{\alpha_q}}{\rho_q} \quad (1)$$

一般情况下方程右边的源项是 0, 组分的体积分数由以下限制条件来计算:

$$\sum_q \alpha_q = 1 \quad (2)$$

对 n 相系统, 体积分数平均密度采用如下形式:

$$\rho = \sum_q \alpha_q \rho_q \quad (3)$$

粘度 μ 等其它属性也按此方式计算得到。

VOF法在计算多相流时, 只求解单一的动量方程, 得到的速度场为各相共享, 而各相的体积分对动量方程的影响是通过属性 ρ 和 μ 反映到动量方程中的, 如 (4) 所示。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = - \frac{\nabla p}{\rho} + \nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)] + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F} \quad (4)$$

卫生洁具的流场属于湍流状态, 所以采用广泛应用的标准 $k-\epsilon$ 方程模型, 湍流动能方程 k 和耗散方程 ϵ 分别为:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon \quad (6)$$

方程中 G_k 表示由层流速度梯度而产生的湍流动能。 G_b 是由浮力产生的湍流动能, Y_M 由于在可压缩湍流中过度扩散产生波动。 C_k , C_b , C_ϵ 是常量, σ_k 和 σ_ϵ 是 k 方程和 ϵ 方程的湍流 Prandtl 数, S_k 和 S_ϵ 是用户定义的。

湍流速度 μ_t 由下式确定:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (7)$$

其中, C_μ 是常量。模型常量 $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$ 。

1.2.2 边界条件 冲水过程的流场数值计算的进口设置在水箱入口和水包入口, 按压力条件给定, 计示压强为 0, 垂直于边界; 计算流场的出口设置在排污管出口处, 计示压强为 0, 垂直于边界; 水箱、进水管、坐圈、水包和排污管道等流道的边壁均按标准固壁处理, 满足无滑移条件, 近壁流动采用标准壁函数处理。

1.2.3 网格生成与控制方程求解 本文采用结构化和非结构化网格交错的网格法, 既适应虹吸式卫生洁具的出水流道的复杂不规则边界, 网格总数又得到控制。采用有限容积法 (FVM), 通过对流体运动体积域的离散来构造积分型离散方程。为了数值求解的稳定性, 按照负坡线性化原则对模型方程的各源项进行处理, 时间差分采用全隐式格式。离散方程组的求解采用 AD 法, 动量方程、湍动能方程以及湍动耗散率方程的离散采用一阶迎风格式; 用 PISO 算法实现压力与速度的协调一致。非计算网格点处变量值用幂函数插值求得。边界插值采用高精度的几何重构方案^[7-8]。

2 模型验证

2.1 实验方法

冲水前加入某种电解质于卫生洁具水封水中, 则冲水后水封中污物残余体积量 V_c 与冲水前污物量 V 的比值等于冲水后该电解质的残余浓度 C_c 与冲水前该电解质的浓度 C_0 之比, 即:

$$\frac{C_c}{C_0} = \frac{V_c}{V} \quad (8)$$

测量电解质的浓度 C_0 和 C_c , 即可得到卫生洁具冲水后残余污物的残余百分比:

$$\% = \frac{V_c}{V} \times 100\% = \frac{C_c}{C_0} \times 100\% \quad (9)$$

本模型验证实验采用酸碱中和滴定方法, 选用 KOH 为电解质来获得电解质浓度 C_0 和 C_c 。KOH 溶液初始浓度 C_0 为 1.00 mol/L, 标准盐酸浓度为 1.00 mol/L, 采用酚酞溶液为滴定指示剂。

2.2 数值模拟与实验结果对比分析

模型验证实验测量了水封水量为 2 L, 冲水量分别为 4 L、4.5 L、5 L、5.5 L 和 6 L, 清水冲后水包中的废水残余量, 图 2 为实验测量与数值模拟结果对比图。从图中可以看到, 数值计算的结果与实验结果基本吻合, 二者都是随着冲水量的增加, 废水残余量相应减少。从而验证了本数值计算模型的正确性。

3 计算结果及分析

3.1 虹吸现象形成的数值计算判据

由于大气压和重力的共同作用, 液体从液面较高的容器通过弯管越过高处而流入液面较低容器的现象被称之为虹吸现象, 其形成条件是弯管 (虹吸管) 里先充满液体或形成真空, 同时较高液面的液柱压强不超过大气压。虹吸现象发生时, 液体不需要任何设备就能通过高于进口液面的管道连续

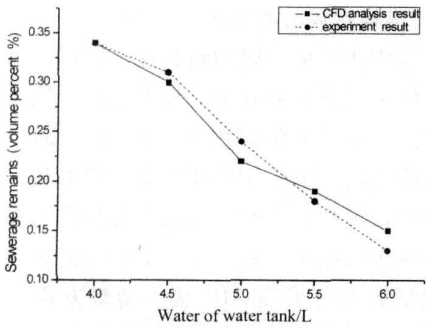


图 2 实验测量与数值模拟结果对比

Fig 2 Comparison of results by Testing and CFD

流向低处的，具有节能的突出特性。虹吸式卫生洁具就是充分利用虹吸现象的范例，通过利用管道结构的特殊性，使冲洗水在卫生洁具的排污管道（通称存水弯管）内充满后形成的一定的压力后将污物排走。对于定量水的卫生洁具的冲水过程，若水箱、坐圈及排污管的结构不变，则虹吸力的大小与虹吸形成的开始及结束时间有关，形成时间越早，虹吸现象持续的时间越长则虹吸力越大。

工程经验是若卫生洁具的水封水为清水时，能形成虹吸，那么水封水中含固体污物时更能形成虹吸。故本研究主要以水封水为清水，水箱水的体积量为 6 L，水封水的体积量为 2 L 的卫生洁具冲水过程为研究对象。研究中定义流动控制体中的组分数为 3，水箱和水封处的水为液相，流动控制体的其余空间为气相（空气）。若形成虹吸现象，则在排污管处会形成连续流动，且该时段的排污管内充满水。以排污弯管的驼峰段的 A—A 断面（示意如图 7）为考察对象，则在形成虹吸的时间段，水在该断面的体积分数积分值为该断面的面积值（ 0.0019 m^2 ），而空气在此断面的体积分数积分值为 0。图 3、4、5 及图 6 为多相流模型的计算结果，图 3、4 分别为空气和水在 A—A 断面的体积分数积分值的时间历程曲线。图 5、6 分别为清水和污水在 A—A 断面的体积分数积分值的时间历程曲线。图 4 的曲线是图 5 和图 6 的叠加获得的。由图 3、4 知，该卫生洁具的冲水时间历程为 6.8 s 左右。在 2.95~6.15 s 时间段，空气在 A—A 断面的体积分数积分值为接近零值的一个波动段，而水在 A—A 断面的体积分数积分值为接近 0.0019 m^2 的一个波动段，说明在这一时段水充满整个排污管，排污管内为连续流。由此可以得出该卫生洁具形成虹吸的开始时间是 2.95 s，而结束时间是 6.15 s，持续时间为 $6.15-2.95=3.2\text{ (s)}$ 。

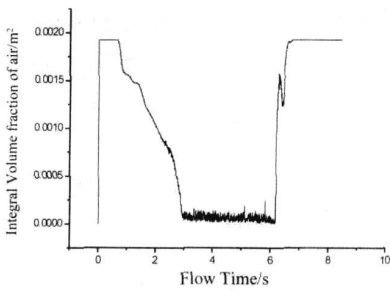


图 3 空气在 A-A断面的体积分数积分值的时间历程

Fig 3 The integral of volume fraction in A-A surface of air in rising time

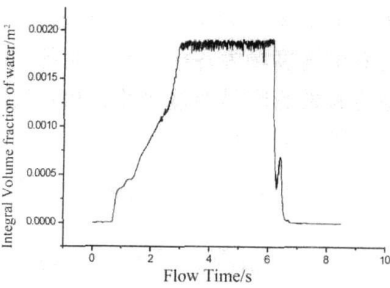


图 4 水在 A-A断面的体积分数积分值的时间历程

Fig 4 The integral of volume fraction in A-A surface of water in rising time

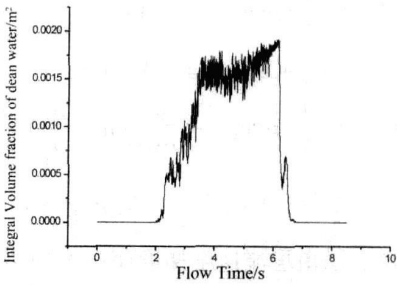


图 5 清水在 A-A断面的体积分数积分值的时间历程

Fig 5 The integral of volume fraction in A-A surface of clean water in rising time

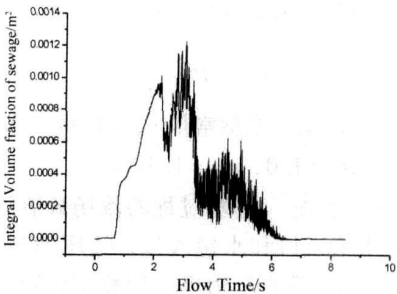


图 6 污水在 A-A断面的体积分数积分值的时间历程

Fig 6 The integral of volume fraction in A-A surface of sewage in rising time

3.2 虹吸式排污管道的流态分析

3.2.1 虹吸形成的初始时间点的流态分析 排污弯管道从结构来看，可以分成三段，即上升段、驼峰段和下降段。当液相（水）开始以满管方式通过驼峰段的最高位置 A—A 截面的时候应该是虹吸形成的初始时间点。图 7 的 a、b 分别是 $t=2.95$ 、 3.05 s 时的排污管的纵剖面的速度矢量图，由图可知，该模型的虹吸开始时间点大概是在 $t=2.95$ s 此时，液相水以满管、连续流的方式开始经过排污管的驼峰断面 A—A。

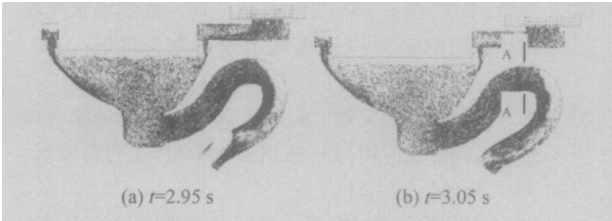


图 7 虹吸形成初始时间点的纵剖面速度矢量图
Fig 7 The velocity vector graphic in vertical section at the beginning time of forming siphon phenomenon

3.2.2 虹吸过程中的流态分析 图 8 是卫生洁具形成虹吸流的稳定阶段，当 $t=4.25$ 和 5.35 s 时的排污管的纵剖面的速度矢量图，由该图可以看出在虹吸形成的稳定阶段，洁具水包（Water bowl）内的水面基本波动不大，且逐渐下降。水包内均布一些空气气泡，而排污管道内基本充满液相水。

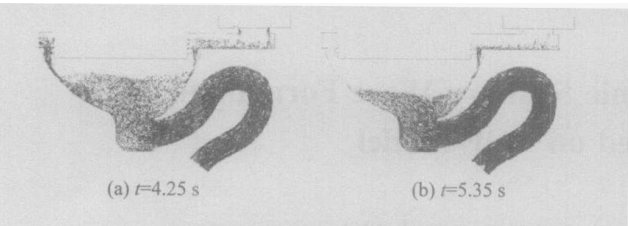


图 8 虹吸形成期间的纵剖面速度矢量图
Fig 8 The velocity vector graphic in vertical section at the steady time of forming siphon phenomenon

3.2.3 虹吸结束时间点的流态分析 图 9 a、b 是 $t=6.10$ 、 6.15 s 的排污管纵剖面的速度矢量图，在 $t=6.10$ s 时，排污弯管道的上升段开始挟气，在管道内形成气穴，且气穴开始接近驼峰断面 A—A。在 $t=6.15$ s 时，气穴穿过驼峰断面 A—A。此时排污管内的水流在驼峰段的 A—A 开始截断，表征此时虹吸基本结束。图 8 a、b 之间的时间间隔 0.05 s，说明断流时间小于 0.05 s。

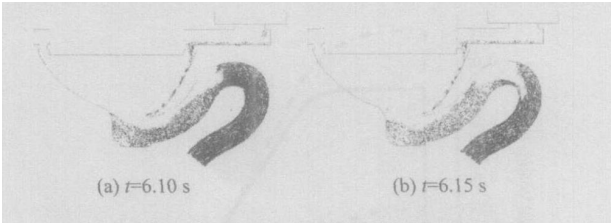


图 9 虹吸结束时间点的纵剖面速度矢量图
Fig 9 The velocity vector graphic in vertical section at the ending time of forming siphon phenomenon

3.2.4 虹吸结束后的流态分析 图 10 是 $t=6.45$ 、 7.45 s 时的排污管的纵剖面的速度矢量图，当 $t=6.45$ s 时，虹吸基本结束，只有微量的水越过驼峰段的 A—A 截面。图 10 b 显示 A—A 截面彻底断流后的某个时刻（ $t=7.45$ s）的流态，此时流动控制体内的液相水的体积为残余清水和污水体积之和。

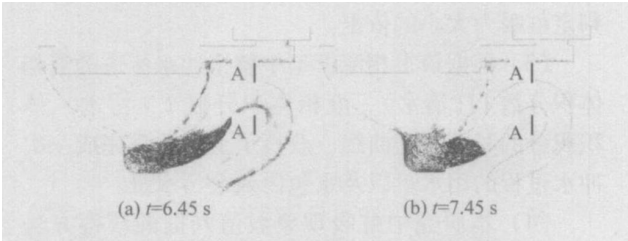


图 10 虹吸结束后的纵剖面速度矢量图
Fig 10 The velocity vector graphic in vertical section after the ending time of forming siphon phenomenon

3.3 流动控制体中的液相体积的时间历程

图 11 中的曲线 a、b 为分别为该多相流模型中随时间变化的整个冲水流道的液相体积分数 1（清水）、液相体积分数 2（污水）的体积积分。曲线 b 在 $t=5.8$ s 后为一水平直线，该水平直线所对应的纵坐标值为水包内残余的污水体积值。曲线 c 为该多相流模型中随时间变化的整个冲水流道的液相的体积积分。曲线 c 为曲线 a、b 的叠加。由图可知，曲线 c 在 $t=6.5$ s 后为一水平直线，表明整个流动控制体内的液相体积不再变化，此时所对应的纵坐标值为 0.000584 m^3 ，即冲水结束后水包内残余液相水体积为 0.000584 m^3 （ 0.584 L ）。曲线 c 在开始至结束时间的纵坐标值之差 Q 反映了完成一次冲水过程的总的用水量。

4 结 论

（1）本研究对流道复杂、带自由表面混合边界条件下的卫生洁具三维非稳态气、液多相流的冲水过程采用 VOF 模型进行了数值模拟，并由残余

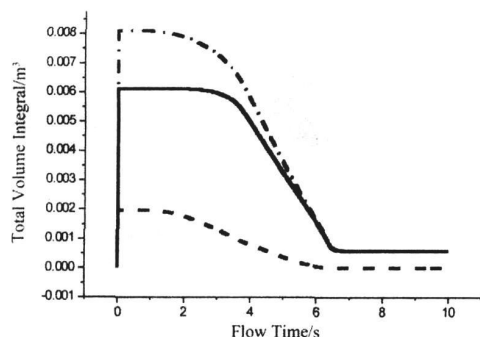


图 11 整个冲水流道各组分的体积积分时序曲线

Fig. 11 Convergence history of volume fraction on fluid district

污水的测试实验验证了该数学模型的准确性。

(2) 根据水、气两相在排污管顶峰断面 A—A 的体积分数积分值的时间历程曲线, 获得了排污管道中虹吸流形成的开始、结束时间以及持续时间值, 对于定量水的卫生洁具冲水过程来说, 该值是判定虹吸力大小的依据。

(3) 根据该多相流模型中整个冲水流道的液相体积分数 1 (清水)、液相体积分数 2 (污水) 体积积分的时间历程曲线, 获得了卫生洁具完成一次冲水过程的用水量以及水包内残余污水量。

(4) 本研究中虹吸现象数值判据的获得方法可借鉴地应用到别的工程领域

参考文献:

- [1] 王博, 温伟明. “6 升水系统”坐便器造型结构与用水量关系的研究[J]. 陶瓷, 1998(1): 45—47.

- [2] 赵君健. 虹吸座便器管道结构的分析及改进措施[J]. 河北陶瓷, 1997(2): 42—43.
- [3] 岳邦仁. 谈便器排污功能及便器节水[J]. 陶瓷, 2001, 153(5): 24—27.
- [4] 马亮, 刘沛清, 聂建军, 等. 马桶冲洗过程的流体力学模型[J]. 水动力学研究与进展: A 集, 2004, 19(6): 783—787.
- [5] ANDERSON T B, JACKSON R. A fluid mechanical description of fluidized beds[J]. I & EC Fundam, 1967(6): 527—534.
- [6] BOWEN R M. Theory of Mixtures: Continuum Physics[M]. New York: Academic Press, 1976: 1—127.
- [7] 李然, 李洪, 李嘉, 等. 气液两相流理论在明渠水气界面计算中的应用[J]. 水动力学研究与进展: A 辑, 2002, 17(1): 77—83.
- [8] 李志勤, 李嘉, 易文敏, 等. VOF 模型在黄河潘家台滩整治工程中的应用[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2004, 36(6): 18—23.
- [9] DIAO Mingjun, YANG Yongquan, XU Weili, et al. Numerical simulation on 2—D water air two—phase flow over top outlet[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser B, 2002, 14(3): 60—63.
- [10] FARUZOV Y V. Numerical simulation of transient flow of two immiscible liquids in pipeline[J]. AIChE Journal, 2000, 46(7): 1332—1339.
- [11] 周永, 吴应湘, 郑之初, 等. 油水分离技术研究之一——直管和螺旋管的数值模拟[J]. 水动力学研究与进展: A 辑, 2004, 19(4): 540—546.
- [12] 陶文铨. 数值传热学[M]. 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2001: 370—376.

The Determinant Method of Ceramic Sanitary Ware Forming Siphon Phenomenon Based on VOF Model

PAN Xiaodan², SUN Yousong², ZHAN Jieming³, LI Jun¹

- (1. Material and Energy College of Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China;
2. Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;
3. Guangdong Province Key Lab of Coastal Ocean Engineering, Guangzhou 510275, China)

Abstract: With the finite volume method and unstructured grid, the standard turbulence model is adopted to close the unsteady N—S equations for the gas liquid multiphase flow using VOF model. The interior 3D flow field in a ceramic sanitary ware is numerically simulated. The computational model is validated using experimental data of remain sewage. Base on computational results of phase fraction on the surface of siphon crest in rising time, the numerical criterion of the siphon phenomenon forming can be obtained. The hydraulic characteristics of siphon phenomenon in the ceramic sanitary ware can be predicted. The presented model can be used for the optimization of the hydraulic design of ceramic sanitary wares.

Key words: siphon; unsteady flow; ceramic sanitary ware; hydraulic design