

幕墙索网结构有限分析计算方法的研究^{*}

陈海¹, 毛伙南², 郭金基¹, 蔡铭¹, 张开成², 李小乐², 雷鸣²

(1. 中山大学应用力学与工程系, 广东 广州 510275
2. 中山盛兴股份有限公司, 广东 中山 528412)

摘 要: 建立幕墙由 m 根横向索、 n 根竖向索组成的正交索网结构的计算力学模型, 在网点分配荷载及预张力作用下, 列出钢索变形后的平衡方程、位移方程和弹性变形位能与外力作功方程, 用有限分析方法将竖向索包含 n 个由 $2m+5$ 变元组成的非线性方程组, 将横向索包含 m 个由 $2n+5$ 变元组成的非线性方程组寻求数值解。每一网点要求满足受力平衡及位移连续条件计算钢索的张力和位移。设计有限分析计算程序并进行数值计算, 最后给出算例。

关键词: 索网; 有限分析法; 内力; 位移; 计算软件

中图分类号: TP391.75 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2007) 04-0027-05

点支玻璃幕墙采用以受拉钢索作为承重构件组成的索网结构, 由于充分利用材料强度, 受力合理, 减轻了建筑的自重, 将结构功能与建筑装饰功能有机地融合为一体, 视线通透, 简洁明快, 造型美观受到人们的关注。然而索网结构属三维空间体系结构^[1], 受力模型较复杂, 文 [2] 研究线性强化材料索网结构的变分解法, 列出索网的变形协调方程和应变能表达式, 用最小势能原理求解索网结构的变形和水平张力。文 [3] 基于事先设定钢索的变形曲线是二次抛物线研究正交索网内力的简化计算, 确定荷载分配系数计算挠度和张力。文 [4] 研究悬索体系的有限元模式及 Newton 型迭代法, 对单索及索网进行静力分析。现有索网结构的数值计算, 多半采用有限单元 (FE) 法。文 [5] 采用 ANSYS 有限元分析软件对点支玻璃单层索网结构在水平荷载作用下进行变形性能分析, 并比较预应力和玻璃刚度的影响, 设计相关的实验, 验证有限元计算的结果。本文对幕墙索网结构的变形和内力的计算, 采用局部解析解与全局数值解相结合的有限分析 (FA) 数值计算方法^[6], 不同于现有数值计算的有限元 (FE) 法和上述变分解法及其他计算方法。

1 索网结构计算的力学模型

幕墙索网结构由竖向钢索 n 根和横向钢索 m

根交汇而成, 交汇点称为网点, 网点可分锁定和未锁定两种情况, 竖向及横向索两端为固定铰支座,

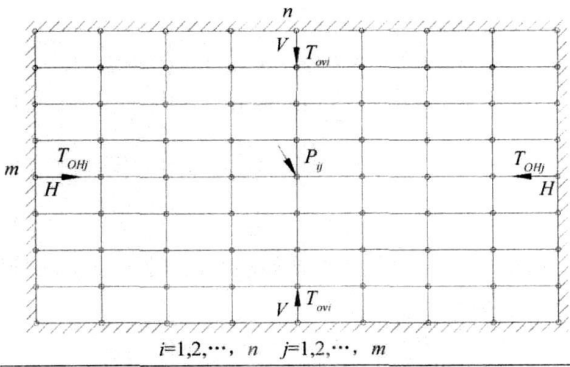


图 1 幕墙索网结构示意图
Fig 1 The plan of curtain wall rope net structure

支承在刚度足够大的边框上, 本文研究网点锁定的正交索网结构如图 1 所示。索网结构承受垂直于索网平面的风荷载及地震荷载的组合荷载 P_j 及预张力作用 T , 索网结构受力变形后为离散型的空间曲面, 由于网点锁定, 每根竖向索及横向索不同单元段张力不同, 每个网点受力保持平衡, 竖向、横向索在同一网点位移相同 (不同网点位移不同), 并且每一网点的作用力对其它网点的位移同样产生影响, 因而计算难度较大, 文 [7] 用有限分析法按上述条件导出作用在每网点上的荷载分配系数 K_j , 确定竖向、横向索每一根钢索分配得到的荷

^{*} 收稿日期: 2006-09-06
基金项目: 广东省自然科学基金资助项目 (980343), 建设部研究开发资助项目 (06-K5-20)。
作者简介: 陈海 (1974 年生) 男, 讲师, E-mail: chenh@mail.sysu.edu.cn
(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

载: P_{iH} , P_{iH} 分别研究竖向钢索及横向钢索在该荷载及预张力 T_0 作用下的变形。第 i 根 ($i=1, 2, \dots, m$) 横向钢索受力及变形如图 2 所示, 假设钢索变形较微小, 最大位移 δ 远小于钢索长度, 即 $\delta_i/l_H \ll 1$, 钢索受到荷载 P_{iH} ($i=1, 2, \dots, n$) 作用, 假设横向钢索杨氏模量为 E_H , 截面积为 A_H , 选取坐标 xOy (见图 2), a_i , b_i 两端点向反力记为

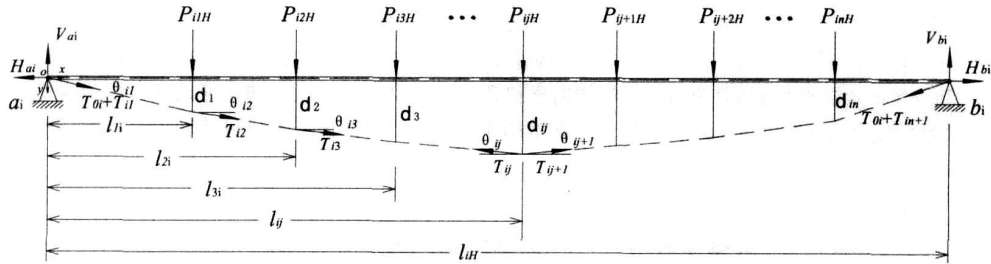


图 2 第 i 根横向钢索计算力学模型示意图

Fig 2 The sketch of the calculation mechanics model on the i -th horizontal rope

$$V_{ai} + V_{bi} = P_{1H} + P_{2H} + \dots + P_{nH}$$

$$\sum M_a = 0 \quad (1)$$

$$V_{bi} = \frac{P_{1H} l_1 + P_{2H} l_2 + \dots + P_{n-1H} l_{n-1}}{l_H} \quad (2)$$

$$H_{bi} = H_{bi} \quad (3)$$

a_i 端的约束反力与钢索初始段张力 $(T_0) + T_1$ 之间有如下关系:

$$H_{bi} = (T_0 + T_1) \cdot \cos \theta_1$$

$$V_{ai} = (T_0 + T_1) \cdot \sin \theta_1 \quad (4)$$

荷载 P_{iH} 作用点 (网点) 应满足平衡方程:

网点: i

$$\begin{cases} (T_0 + T_1) \sin \theta_1 - T_2 \cdot \sin \theta_2 = P_{iH} \\ (T_0 + T_1) \cos \theta_1 - T_2 \cdot \cos \theta_2 = 0 \end{cases} \quad (5-1)$$

网点: j

$$\begin{cases} T_2 \sin \theta_2 - T_3 \cdot \sin \theta_3 = P_{jH} \\ T_2 \cos \theta_2 - T_3 \cdot \cos \theta_3 = 0 \end{cases} \quad (5-2)$$

网点: n

$$\begin{cases} T_{n-1} \sin \theta_{n-1} - T_n \cdot \sin \theta_n = P_{nH} \\ T_{n-1} \cos \theta_{n-1} - T_n \cdot \cos \theta_n = 0 \end{cases} \quad (5-n)$$

每一网点有 2 个平衡方程, 共有 2^n 个方程; 连同 (1) ~ (4) 有 $2^n + 4$ 方程; 但包含 V_{ai} , V_{bi} , H_{bi} , T_1 , T_2 , ..., T_{n+1} , δ_1 , δ_2 , ..., δ_n 等 $2^n + 5$ 个未知量, 尚缺 1 个方程式, 必须增加钢索变形后内力与位移 δ 的关系式。

V_{ai} , V_{bi} 向 (水平方向) 反力记为 H_{bi} , H_{bi} ; 荷载 P_{ij} ($i=1, 2, \dots, n$) 作用点 (网点) 变形后位移依次为 δ_1 , δ_2 , ..., δ_n ; 钢索各段的张力依次为 T_1 , T_2 , ..., T_{n+1} , 相对应变形后钢索各段夹角依次为 θ_1 , ..., θ_n , θ_{n+1} ; 钢索预张力为 T_0 ; 在上述荷载作用下, V_{ai} , V_{bi} , H_{bi} , H_{bi} 应满足如下平衡方程:

用截面法对钢索变形后网点 (荷载 P_{iH} 作用点) 逐点取矩, 可以得到钢索变形后的位移 δ 与端点反力 V_{ai} , H_{bi} 关系的方程式^[7]:

$$H_{bi} \cdot \delta_1 - l_1 V_{ai} = 0 \quad (6-1)$$

$$H_{bi} \cdot \delta_2 + P_{1H} (l_2 - l_1) - l_2 \cdot V_{ai} = 0 \quad (6-2)$$

$$H_{bi} \cdot \delta_3 + P_{1H} (l_3 - l_1) + P_{2H} (l_3 - l_2) - l_3 \cdot V_{ai} = 0 \quad (6-3)$$

$$\dots$$

$$H_{bi} \cdot \delta_n + P_{1H} (l_n - l_1) + P_{2H} (l_n - l_2) + \dots + P_{n-1H} (l_n - l_{n-1}) - l_n \cdot V_{ai} = 0 \quad (6-n)$$

共有 n 个方程, 可以证明 (6-1), (6-2), ..., (6-n) 与 (5-1), (5-2), ..., (5-n) 平衡方程第 1 式等价, 因而没有增加方程式。为此研究钢索在已有预张力 T_0 作用时, 随着截面荷载 P_{ij} ($i=1, 2, \dots, n$) 的增加, 钢索产生的变形位能 (应变能) 与载荷 P 对位移 δ 所作的功应当满足弹性体势能驻值原理, 即:

$$\int_0^{\delta} \sigma_0 \sum_{i=1}^n \epsilon_{ij} A_H dx + \frac{1}{2} \left(\int_0^{\delta} \sigma_1 \epsilon_{1i} A_H dx + \dots + \int_0^{\delta} \sigma_{n-1} \epsilon_{(n-1)i} A_H dx \right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n P_{iH} \delta_{iH} \quad (7)$$

式中 $\sigma_0 = T_0/A_H$, $\sigma_1 = T_1/A_H$, $\sigma_2 = T_2/A_H$, ..., $\epsilon_1 = T_1/E_H A_H$, $\epsilon_2 = T_2/E_H A_H$, ..., A_H 为钢索截面积。

此时, 第根索方程组的数目 $2^n + 5$ 等于未知量的数目 $2^n + 5$ 方程组是封闭的可以求解, 但它们是 $2^n + 5$ 个变元的非线性方程组, 要求精确解十分困难。本文根据小变形的假设条件对方程加以简

化, 用有限分析法寻求局部解析解, 再转化为数值解。

幕墙索网结构横向索有 m 根 ($i=1, 2, \dots, m$), 上述 (1) (2), $\dots$ (7) 式组成的方程组共有 m 组。竖向钢索有 n 根 ($j=1, 2, \dots, n$), 选取第 i 根竖向索为例, 仿照图 2 可以建立第 i 根竖向索计算力学模型, 设竖向索杨氏模量为 E_v , 截面面积 A_v , 预张力 T_0 , 作用网点由荷载分配而得的荷载 P_{ij} ($i=1, 2, \dots, m$), 两端支座反力分别为 V_i, H_i, V_i, H_i , 变形后各网点位移依次为 $\delta_i, \delta_i, \dots, \delta_i$, 钢索各段的张力依次为 $T_1, T_2, \dots, T_{m+1}$ 未知量数目 $2m+5$ 依照上述推导, 可以得到 $2m+5$ 个非线性方程组, 由于竖向索有 n 根, 共有 n 组非线性方程组, 同样应用有限分析法, 寻求局部解析解, 再转化为数值计算。

顺便指出, 索网结构网点未锁定时, 同一根索的张力相同, 横向索张力未知量仅有 1 个, 其计算力学模型未知量为 $n+5$ 此时可用方程 (6-1)、(6-2)、 $\dots$ 、(6- n) 代替方程 (5-1)、(5-2)、 $\dots$ 、(5- n) 与文 [8] 求解单索结构过程相同, 横向索有 m 根, 共有 m 组含 $n+5$ 个变元非线性方程组。同理, 竖向索单根未知量为 $m+5$ 有 n 根, 共有 n 组含 $m+5$ 个变元的非线性方程组, 同样用有限分析法寻求数值解。

2 索网网点的受力平衡及位移的计算

文 [7] 研究汇交于同一网点的竖向和横向索所应满足的平衡方程, 位移协调方程和弹性变形势能值方程, 寻求局部解析解, 导出作用在网点 (i, j) 上的荷载分配系数, 引入无量纲坐标扩展到索网的整个网点上表述为:

$$K_{ij} = f(E_v, A_v, E_h, \zeta_{iv}, \zeta_{ih}, l_v, l_h) \tag{8}$$

式中 E_v, E_h 分别为竖向及横向钢索的扬氏模量;
 A_v, A_h 分别为竖向及横向钢索的截面面积;
 ζ_{iv}, ζ_{ih} 分别为竖向及横向钢索的无量纲坐标;
 l_v, l_h 分别为竖向及横向钢索的长度。

上式荷载的分配系数 K_{ij} 与竖向索的刚度 $E_v A_v$ 横向索长度 l_v^3 成正比, 与横向索刚度 $E_h A_h$ 竖向索长度 l_h^3 成反比, 并与 ζ_{iv}, ζ_{ih} 是非线性函数关系。

$$P_{ij} = K_{ij} \cdot P_{iH} \tag{9}$$

网点作用荷载应满足的平衡条件
$$P_{iv} + P_{iH} = P_{ij} \tag{10}$$

以上两式联立得:

$$P_{iv} = \frac{K_{ij}}{1 + K_{ij}} P_{ij}, P_{iH} = \frac{1}{1 + K_{ij}} P_{ij} \tag{11}$$

上节计算竖向索及横向索分配得到的载荷 P_{iv}, P_{iH} 由 (11) 式确定。

横向索 j 竖向索 i 汇交于网点 (i, j), 横向索的各段张力满足 (5- j) 的平衡方程, 竖向索的各段张力同样满足 (5- i) (与 (5- i) 式相对应) 的平衡方程, 因而汇交于网点 (i, j) 的四段钢索的张力在坐标 x 向的投影满足平衡条件 (10) 式。

汇交于网点 (i, j) 的横向索及竖向索由上节计算所得到的位移 δ_{iv}, δ_{ih} 在该网点必须满足位移协调条件。在计算荷载分配系数时已用 $\delta_{iv} = \delta_{ih}$ 条件, 但计算结果必须加以验证, 若不能满足, 本文采用钢索刚度加权取平均值方法, 并通过索网点试验引入网点位移修正系数 η 确定该网点的位移 δ_i 。

由于在上节建立的计算模型中, 各网点间计算的 δ_{iv}, δ_{ih} 满足位移连续条件, 由刚度加权取平均值方法得到位移仍能满足位移 δ 连续条件。

3 计算软件的设计

根据以上建立的计算模型, 应用有限分析法进行数值计算。本文以 Microsoft Visual C++ 6.0 语言作为开发工具 [9], 直接在 Windows 平台上进行幕墙索网结构有限分析计算模块即 NFACSMoq、II 的设计。该程序有如下特点:

- (1) 图形化界面, 应用 Windows 菜单, 标准对话框输入前处理系统程序;
- (2) 录入索网基本参数信息和几何尺寸包括: 竖向、横向索的杨氏核量 E_v, E_h , 截面面积 A_v, A_h , 长度 l_v, l_h , 预张力 T_{0v}, T_{0h} 等。
- (3) 建立索网网点无量纲坐标 ζ_{iv}, ζ_{ih} ;
- (4) 计算网点承受风荷载及地震荷载作用的组合荷载 P_{ij} 。其顺序为: ①输入建筑重要性系数、地区类别 (A~D)、基本风压、体型系数、风压高度变化系数、建筑标高, 自动算出风荷载 q_v ; ②输入抗震设计度数、水平地震影响系数、动力荷载放大系数, 自动算出风荷载 q_h ; ③分别按设计值及标准值计算组合面荷载; ④输入幕墙单元构件的分格坐标 x, y 由分格坐标算出包络网点的曲面面积, 自动算出作用网点的设计值或标准值 P_{ij} 也可以事先给出 P_{ij} 按网点坐标 x, y 直接输入。
- (5) 计算荷载分配系数 K_{ij} ;
- (6) 计算竖向钢索荷载列阵 $\{P_{iv}\}$, 横向钢索荷载列阵 $\{P_{ih}\}$;
- (7) 编制 NFACSMoq、II 计算源程序;

(8) “预览”: 显示索网结构和荷载 P 作用图形, 检查输入信息和数值是否正确;

(9) “计算”: 源程序快速进行运算;

(10) 后处理操作系统, 自动输出计算报表, 包括如下内容: 索网原始计算数值及信息、荷载 P 的设计值及标准值, 由设计值计算的张力 T_{max} 供强度校核; 由标准值计算的位移 δ_{max} 供刚度计算;

(11) 自动输出索网计算结果和变形后的离散型空间曲面图形及“预览”已显示图形;

(12) 输出的图形、报表和全部资料均可打印;

(13) 执行文件加密, 提交面向用户的软盘。

本计算软件选择 C^{++} 语言作为开发工具的内核, 具有继承、多态、封装和易扩充等面向对象的特性, 其应用较广且被验证为高效程序开发语言。 C^{++} 6.0 直接在 Windows 平台上开发设计, 编制成功的程序也直接在该平台上运行, 具有可视化的特性, 既节约了程序计算的时间, 又便于程序操作使用。

4 算例及应用

算例: 北京凯晨广场 CW-53A 索网结构, $l_x = 25\ 500\text{ mm}$, $l_y = 31\ 716\text{ mm}$, 钢索 $\varphi 30$, $E_H = E_V = 1.3 \times 10^5\text{ MPa}$, $A_H = A_V = 523\text{ mm}^2$, 钢索破断力 $T_B = 660\text{ kN}$, 正交索网网点数 17×15 , 横向索 $i = 1, 2, \dots, 17$; 竖向索 $j = 1, 2, \dots, 15$, 由风荷载及地震作用的组合荷载经过计算作用在网点标准值 $P_{ij} = 3\ 284.5\text{ N}$ 用于挠度计算; 设计值 $P_{ij} = 4\ 562.3\text{ N}$ 用于强度计算。试用 NFACSMODE II 计算在网点锁定时索网最大挠度和张力。

计算过程如下:

输入索网杨氏模量 E_H , E_V , 截面积 A_H , A_V , 长度 l_x , l_y 。

建立索网网点无量纲坐标 ζ_H , ζ_V ($i = 1, 2, \dots, 17$; $j = 1, 2, \dots, 15$)。

NFACS 软件自动生成文件计算出载荷分配系数。

输入索网结构网点作用的标准值 $P_{ij} = 3\ 284.5\text{ N}$, 设计值 $P_{ij} = 4\ 562.3\text{ N}$ ($i = 1, 2, \dots, 17$; $j = 1, 2, \dots, 15$)。

NFACS 软件分别计算出标准值和设计值的竖向及横向钢索荷载列阵:

$$\{P_{Vj}\}, \{P_{Hi}\} \quad (i = 1, 2, \dots, 17; \quad j = 1, 2, \dots, 15).$$

NFACS 软件源程序快速计算, 输出网点变形后挠度矩阵:

$$[\delta_{ij}] \quad (i = 1, 2, \dots, 17; \quad j = 1, 2, \dots, 15);$$

网点变形后各段钢索的张力矩阵:

$$[T_{ij}] \quad (i = 1, 2, \dots, 18; \quad j = 1, 2, \dots, 16).$$

计算结果:

索网最大挠度在中心点附近区域:

$$\delta_{max} = 0.73\text{ m};$$

索网最大张力在中心点附近钢索段:

$$T_{max} = 269.885\text{ kN}$$

输出索网变形后曲面图形如图 3 所示。

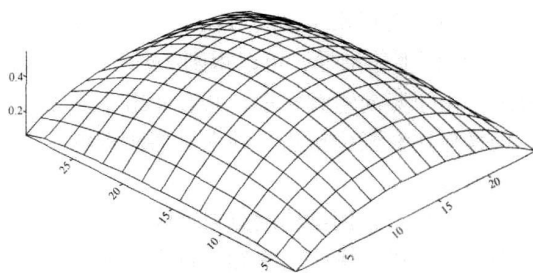


图 3 索网变形图

Fig 3 The distortion chart of rope net

本算例 NFACS 计算索网变形后曲面图形与有限元编制 RSTAB ANSYS 软件^[10-11] 计算图形基本相同, NFACS 是幕墙索网计算专用软件, 从输入索网原始数据, 荷载信息, 经过计算到打印出报表、图形, 全过程不超过 5 min, 计算速度快、效率高。由于篇幅所限, 加上还在进行正交索网结构的实验研究, 有关计算及实验的结果对比分析将在后续文章中论述。

本文研究幕墙索网结构有限分析计算模型, 不同于现有的文献采用的计算方法, 经广东省科技情报所国内外科技查新, 未见相关的文献及成果报道。在此基础上建立的 NFACSMODE I、II 计算模块, 已在北京凯晨广场幕墙工程索网结构、北京中石化科研办公大楼幕墙工程索网结构、成都南部副中心科技创业大厦幕墙工程、陕西信息大厦幕墙工程及西安火炬创业园幕墙工程索网结构应用, 具有重要的实用价值。

参考文献:

- [1] 刘锡良. 现代空间结构[M]. 天津: 天津大学出版社, 2003
- [2] 贾乃文, 张润民, 钟景. 线性强化材料索网结构的变分解法[J]. 重庆大学学报, 1998, 20(5): 115-119
- [3] 钱国桢. 鞍形双抛物线正交索网内力的简化算法[J]. 建筑结构学报, 1982(2): 36-45
- [4] 杨庆山, 沈世钊. 悬索体系的有限元模式及 Newton 型

迭代法 [J]. 哈尔滨建筑工程学院学报, 1994 27 (6): 35—42

[5] 王元清, 孙芬, 石永久, 等. 水平荷载作用下点支式玻璃建筑单层索网体系的变形性能分析 [J]. 建筑科学, 2006 22(2): 23—26

[6] 郭金基, 黄桢彪. 变截面开口薄壁杆的有限分析法 [J]. 中山大学学报: 自然科学版, 1985 24(4): 39—50

[7] 蔡铭, 毛伙南, 郭金基, 等. 幕墙索网结构荷载分配系数和位移及强力的计算 [J]. 广东土木建筑, 2006 (8): 6—9

[8] 冯国敏, 毛伙南, 郭金基, 等. 幕墙钢索张力和位移有限分析计算及实验的研究 [J]. 广东土木建筑, 2005(10): 26—28

[9] 蔡铭, 姜清海, 郭金基. 幕墙自平衡体系结构有限分析计算软件的研究 [J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2004 43(5): 24—27.

[10] 莫维尼. 有限元分析: ANSYS理论与应用 [M]. 王崧等, 译. 2版. 北京: 电子工业出版社, 2005

[11] 尚晓江. ANSYS结构有限元高级分析方法与范例应用 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006

Research of the Finite Analysis Calculation Method on the Curtain Wall Rope Net Structure

CHEN Hai, MAO Huo.nan, GUO Jin.ji, CAI Ming, ZHANG Kai.cheng, HE Xiao.le, LEI Ming
(1. Department of Applied Mechanics and Engineering Sun Yat sen University Guangzhou 510275 China
2. Zhongshan Shengxing Limited Liability Company Zhongshan 528412 China)

Abstract: The calculation mechanics model is used for the curtain wall decussate rope net structure, including m horizontal ropes and n vertical ropes. The balance and displacement equations, also the potential energy and kinetic energy equations, are constituted for the points with distributive loads and tensile force after the rope net distortion. Using the theory of finite analysis method, these groups of the n horizontal ropes $2m+5$ and m vertical ropes $2n+5$ equations are founded and the numerical solution is calculated. Then the forces balance and displacement continuum are satisfied. Finally, the example is introduced.

Key words: rope net; finite analysis method; internal force; displacement; computation software