

一种改进的 Logit 型多路径交通分配算法^{*}

辛松歆, 李 军

(中山大学工学院, 广东 广州 510275)

摘 要: 提出了一种改进的基于拓扑遍历 Logit 型多路径交通分配算法。算法将基于拓扑遍历的最短路算法与合理路径的选择相结合, 有效减少了最短路路的计算次数, 提出了与经典 Dial 算法的单步法计算工作量相等的算法, 改进了合理路径的定义并提高了计算精度。通过计算实例对不同算法的效率与合理性进行了比较。

关键词: 交通工程; Logit 型交通分配; Dial 算法; 拓扑遍历; 最短路径

中图分类号: U116.12 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2007) 05-0029-04

随机交通分配可以反映出出行者对不同路径的认识误差, 分析出行者对不同路径的选择概率, 从而对出行者的路径选择行为进行分析。Probit 型随机交通分配模型目前只能用仿真的方法来进行, 难以获得出行者对不同路径的选择概率; 而 Logit 型随机交通分配模型由于存在分析算法, 可以针对不同要求进行分析, 特别是对出行者的动态选择行为分析极为有用, 因而得到了研究者广泛的重视。文献 [1] 对基于 Dial 算法^[2] 的 Logit 交通分配方法进行改进, 使其可以应用于动态交通分配中, 利用 Dial 算法的高效性提高了动态交通分配算法的效率。但因为 Dial 算法缺陷的存在^[3], 限制了 Logit 模型在实际中的应用。Bell Akamatsu 等人提出了全路径 Logit 模型^[3-5], 但模型求解效率却比较低且不能保证收敛^[6]。文献 [7] 通过改进 Dial 算法中计算顺序的不合理性并放松对“合理路径”的定义, 提出了一种基于拓扑遍历的 Logit 交通分配算法。该算法通过拓扑遍历删除环路中的特定路段来排除所有环路, 并通过拓扑排序确定结点计算顺序来计算路段权重和流量, 大大提高了模型的计算精度。

本文根据基于拓扑遍历的 Logit 交通分配算法的特点, 在分析拓扑遍历和最短路算法之间异同的基础上, 将最短路径的算法合并到拓扑遍历环节之中, 保持对合理路径定义进行改进的同时大幅减少了计算最短路径的次数, 提高了计算效率。

1 多路径交通分配算法回顾

考虑道路交通网络中任一 OD 对 rs 用 r_i 和

s_{ij} 表示节点 i 分别到起点 r 和迄点 s 的最短路权。Logit 型多路径交通分配模型的求解首先计算路段的似然值, 然后从起点到迄点按照特定的结点顺序依次计算路段的权重, 并依该顺序的逆序来计算流量。在计算路段权重时必须保证该路段所有上游路段的权重是已知的。但环路的存在使得这一要求不能满足。Dial 算法通过将所有不满足 $r_{(i)} < r_{(j)}$ 的路段 ($i \rightarrow j$) 的似然值设为 0 即将路段从路网中删除, 然后依照 $r_{(i)}$ 的升序从 r 到 s 来计算权重, 巧妙地解决了上述问题, 但由于删除的路段过多, 计算结果与理论值相比误差较大。

文献 [7] 采用拓扑遍历的方法从起点 r 计算路段权重, 只有当节点的上游路段的权重没有被计算时才将其删除, 同时采用节点到迄点的最短路 $s_{(i)}$ 的降序来优化计算节点计算顺序, 使得被删除的路段较 Dial 算法大幅减少, 计算结果更符合实际。该算法需要计算两次最短路径和一次拓扑遍历, 其中拓扑遍历的时间复杂度和求解最短路径的时间复杂度一样, 算法实际上进行了 3 次最短路径的求解, 计算效率比原有的 Dial 算法低。同时该算法需要对每一 OD 对进行拓扑遍历, 而 Dial 算法的单步法只要求解所有起点或迄点的最短路, 在进行多 OD 分配时 Dial 算法的效率远高于文献 [7] 的算法。

2 基于拓扑遍历的改进算法

由于最短路的计算是上述算法中最耗时的环节, 提高计算效率的最好办法是减少最短路的计算次数。文献 [8] 所提出的基于拓扑排序最短路径

^{*} 收稿日期: 2006-09-26

基金项目: 广东省科技攻关资助项目 (2006B80414001)

作者简介: 辛松歆 (1981 年生), 男, 硕士; 通讯联系人: 李军; E-mail: stsljun@mail.sysu.edu.cn

算法与文献 [7] 中拓扑遍历求解节点计算顺序的算法接近。改进算法的思想是将拓扑遍历的求解节点计算顺序与求最短路径结合起来,可以减少计算最短路的次数,并避免对每一 OD 进行拓扑遍历,在提高算法计算效率的同时改进 Dial 算法对合理路径的定义。

考虑由节点 $N=\{i\}$ 和路段 $A=\{(i \rightarrow j)\}$ 组成的道路网络 $G(N, A)$, 分别用 $L_{(i \rightarrow j)}$ 、 $w_{(i \rightarrow j)}$ 和 $x_{(i \rightarrow j)}$ 来表示路段 $(i \rightarrow j)$ 的似然值、权重和交通流量。为每条路段定义一个状态变量 $\zeta_{(i \rightarrow j)}$, 其取值为 0、1 或 -1, 分别表示该路段未被遍历、已遍历或被从路网中删除。改进算法的步骤如下:

步骤 0 初始化。将所有路段变量置零, 即设 $\zeta_{(i \rightarrow j)} = 0, L_{(i \rightarrow j)} = 0, w_{(i \rightarrow j)} = 0, x_{(i \rightarrow j)} = 0$ 。

步骤 1: 设所有节点 i 到起点 r 的距离 $r_{(i)} = \infty$; 将所有路段的状态变量 $\zeta_{(i \rightarrow j)} = 0$ 设 $r_{(r)} = 0$ 建立一个集合 $K = \{r\}$ 和一个空队列 Q 。

步骤 2: 从 K 中选取一个所有入弧状态为 -1 或 1 的节点 i ; 如果不存在这样的点, 则选取 $r_{(i)}$ 最小的点 i 将 i 从 K 中删除并追加到队列 Q 中, 将 i 所有入弧状态为 0 的状态设为 $\zeta_{(k \rightarrow i)} = -1$ 。

步骤 3: 遍历节点 i 的每一个下游节点 j 将 j 加入到 K 中, 并设 $\zeta_{(i \rightarrow j)} = 1$; 如果 $r_{(i)} + t_{(i \rightarrow j)} < r_{(j)}$, 则更新 $r_{(j)} = r_{(i)} + t_{(i \rightarrow j)}$, 这里 $t_{(i \rightarrow j)}$ 为路段交通阻抗。

步骤 4: 如果 K 为空集, 转向步骤 5; 否则转向步骤 2。

步骤 5: 依照 Q 的顺序分别计算路段的似然值和权重:

$$L_{(i \rightarrow j)} = \begin{cases} e^{\theta(r_{(j)} - r_{(i)} - t_{(i \rightarrow j)})} & \text{if } \zeta_{(i \rightarrow j)} = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

$$w_{(i \rightarrow j)} = \begin{cases} L_{(i \rightarrow j)} & \text{if } i = r \\ L_{(i \rightarrow j)} \cdot \sum_m w_{(m \rightarrow i)} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

步骤 6: 依照 Q 的逆序计算路段的交通流量:

$$x_{(i \rightarrow j)} = \left(q_{rj} + \sum_R x_{(j \rightarrow k)} \right) \frac{w_{(i \rightarrow j)}}{\sum_m x_{(m \rightarrow j)}} \quad (3)$$

这里 q_{rj} 为 OD 流量, 如果 rj 不是 OD 对则 $q_{rj} = 0$ 。

该算法定义了一个包含所有路段状态 $\zeta_{(i \rightarrow j)} = 1$ 的路网上 Logit 型多路径分配模型, 而所有 $\zeta_{(i \rightarrow j)} \neq 1$ 的路段流量为零。算法与 Logit 分配模型的等价性证明与文献 [2-7] 类似, 只是所定义的合理路径集合不同, 证明可参考文献 [2-7]。

不难看出该算法所得到的 $r_{(i)}$ 就是节点 i 到起点 r 的最短路, 其证明可参阅文献 [8]。新算法所

得到的合理路径数目不少于单步的 Dial 算法。特别是如果网络是无环的, 则 Q 就是网络的拓扑排序, 算法可以得到和理论解完全一致的结果, 这是新算法比 Dial 算法的优越之处。文献 [7] 的算法需要求解所有起讫点的最短路并对每一 OD 对进行拓扑遍历, 由于拓扑遍历的计算工作量相当于最短路计算, 对整个路网相当于进行了 $m+n+mn$ 次最短路计算 (m, n 分别是路网中起讫点的个数), 而改进算法的只相当于 m 或 n 次最短路计算, 计算工作量和 Dial 算法的单步法是一样的, 仅为文献 [7] 算法的 $1/n$ 或 $1/m$ 。大型交通网络往往包含 OD 对数目极为巨大, 对于一些需要实时处理的交通网络, 新算法的优势是明显的。

3 计算实例

图 1 所示路网常常用于 Logit 交通分配模型的验证, OD 对 1-4 间的交通需量为 1 000 Logit 参数 $\theta=1$ 。图 2 给出了新算法与 Dial 算法的分配结果。注意 Dial 算法的节点计算顺序为 1-3-4-2 导致路段 3-2 和 2-4 从路网中删除, 分配到的交通量为零; 而新算法的节点计算顺序为 1-3-2-4 所有的路段都参与了流量分配。对该无环网络新算法给出了与理论值是一样的结果, 而 Dial 算法的误差较大。

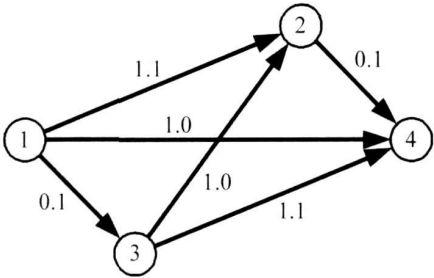


图 1 路网与路段旅行时间
Fig. 1 Network and link travel times

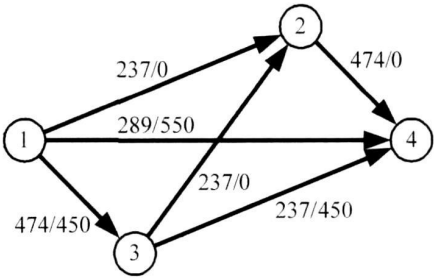


图 2 交通分配结果 (新算法 Dial)
Fig. 2 Flow patterns of traffic assignment (New Dial)

为了进一步验证新算法的精度，选用如图 3 所示的棋盘状双向道路网，这里 A、P 分别为起迄点，OD 流量为 $q_{rs}=1\,000$ Logit 参数 $\theta=3.5\,SP_{rs}$ ，其中 SP_{rs} 为起迄点间的最短路径长度。路段出行时间在给定区间的整数值上均匀分布，且同一节点对之间取相同值。表 1 给出了 10 000 次随机计算的平均误差，理论值为穷举所有无环路径的计算结果。计算结果表明，新算法精度优于 Dial 算法，但比文献 [7] 的算法低。当网络路段值的取值范围较窄时，新算法的明显优于 Dial 算法的 Single Pass 算法，随着取值范围的扩大两者的差距变小。这和路网的结构密切相关，取值范围的增大导致随机性的增强，两者的合理路径集合趋向一致，两种算法的计算精度也趋于相等。需要说明的是算法误差较大一方面是 Logit 参数取值的影响， θ 越小误差越大；另外理论上存在的一些无环路径，如 AE-MNJFBCDHGKLB 在实际上并不为出行者采用，因此在实际应用中各种算法的误差与实测结果相比要小一些。

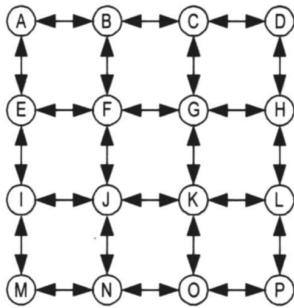


图 3 例 2 的道路网络
Fig. 3 Road Network of Example 2

表 1 不同算法的误差比较
Tab. 1 Errors of Different Algorithms

路段阻抗取值范围	1~5	1~10	1~100	1~500
Dial Single Pass %	48.28	45.25	41.37	41.10
Dial Double Pass %	64.20	60.44	55.46	55.70
新算法 %	40.03	40.96	40.88	41.02
文献 [7] 算法 %	23.64	25.49	27.16	27.33

最后一个算例为 $1\,000\times1\,000$ 的棋盘状双向道路网（节点数为 1 000 000 个，路数为 3 996 000 条），来检验算法的效率。假设路段阻抗均为 1，左上角节点为起点，右下角节点为迄点。OD 流量取 $q_{rs}=1\,000$ Logit 参数 $\theta=3.5\,SP_{rs}$ 。表 2 给出了在 P4 I2.4G，内存 1.5G 的计算机上了不同算法计算时间的比较。新算法在单一 OD 对上计算时间远

低于文献 [7] 的算法，和 Dial 算法是一样的，考虑到新算法不需要对每一 OD 对进行拓扑遍历，在多 OD 分配中的计算效率将会有更大提高。
该计算实例还表明计算最短路并不是以往研究中认为是最耗时间的一个部分。造成这一现象的原因是算例的最短路算法采用了极为有效的堆结构计算最短路^[9-10]。以图 3 的网络为例，堆的平均长度为 667，但平均每次遍历深度仅为 4.66，即计算最短路的时间复杂度为 $1\,000\,000\times4.66$ ，而在计算权重的时候为 $1\,000\,000\times4$ ，计算流量时为 $1\,000\,000\times4\times2$ 且需要做除法运算，因此计算流量的时间高于计算最短路。

表 2 不同算法各阶段的计算时间表
Tab. 2 Running Time of Different Algorithms

项目	Dial 算法	文献 [7] 算法	改进算法
计算流量 /s	6	6	6
计算路权 /s	3	3	3
计算似然值 /s	1	1	1
拓扑遍历 /s	—	3	3
计算最短路 /s	3	3	—
总时间 /s	13	16	13

4 结 论

本文从基于拓扑遍历的 Logit 交通分配算法的特点出发，将基于拓扑遍历的最短路算法与合理路径的选择相结合，减少了最短路的计算次数。新算法的计算效率远远高于文献 [7] 的算法，跟经典的 Dial 算法 Single Pass 算法一致，保持了 Dial 算法的高效性，完全可以用于大型网络或动态交通分配的计算。新算法保持原有算法的高效性的同时对合理路径的定义进行了改善，计算精度虽然低于文献 [7] 的算法，但仍保留着在无环网应用“零误差”的特点，高于经典的 Dial 算法的计算精度，在算法的高效性和精度之间取得了较好的平衡。

参考文献：

[1] RAN B BOYCE D E. Modelling dynamic transportation networks: an intelligent transportation system oriented approach [M]. Berlin: Springer, 1996.
[2] DIAL R B. A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration [J]. Transportation Research, 1971, 5: 83–111.
[3] BELL G H. Alternatives to Dial's LOGIT assignment algorithm [J]. Transportation Research, 1995, 29B: 287–296.
(下转第 40 页)

Study on the Properties of PTT Toughened by POE and POE-gMAH

LN Zhi-dan¹, ZHANG Zhi-shou², MAI Kan-deng²

(1. College of Science and Engineering Jinan University, Guangzhou 510632, China)

2. School of Chemistry and Chemical Engineering Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract PTT blend toughened by POE and POE-gMAH were prepared by melting blending and the morphology, crystallization properties and mechanical properties were studied. The results indicate that POE-gMAH can disperse in PTT more uniformly and can also promote the dispersion of POE in PTT. As a result, it may improve the mechanical properties of PTT blends. POE-gMAH can promote the crystallization of PTT, but there was critical saturation content of promotion effect. When the POE-gMAH reached 15%, the crystallization promotion effect of POE-gMAH reached saturation. The PTT blend toughened by POE-gMAH or POE-gMAH and POE mixture can impact strength greatly without losing other properties.

Key words PTT; POE; compatibility; crystallization property; mechanical property

(上接第 31 页)

- | | |
|--|--|
| [4] AKAMATSU T. Cyclic flows, markov process and stochastic traffic assignment [J]. Transportation Research, 1996, 30B: 369-386. | [8] 周玉林. 单源最短路径问题的改进算法 [J], 上饶师范学院学报, 2001, 3: 18-22. |
| [5] AKAMATSU T. Decomposition of path choice entropy in general transport networks [J]. Transportation Science, 1997, 31: 349-362. | [9] CHERKASSKY B V, GOLDBER A V, RADZIK T. Shortest paths algorithms: theory and experimental evaluation [J]. Mathematical Programming, 1996, 73: 129-174. |
| [6] 李军, 聂佩林, 余志. 全路径 logit 随机分配模型的求解算法 [J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2004, 43(5): 124-126. | [10] FREDMAN M L, TARJAN D E. Fibonacci heaps and their uses in improved network optimization algorithms [J]. J Assoc Comput Mach, 1987, 34: 596-615. |
| [7] 李军, 辛松歆, 蔡铭. 基于拓扑遍历的 Logit 交通分配算法 [J]. 中国公路学报, 2005, 4: 87-90. | |

An Improved Algorithm for Logit Multi-path Traffic Assignment

XIN Song-xin, LI Jun

(School of Engineering Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract An improved algorithm, based on topological scan for logit multi-path traffic assignment, is proposed. By combining topological scan and definition of reasonable paths, the numbers of shortest path calculation is significantly reduced and improved versions of classical Dial's single-pass algorithm are presented. The efficiency of Dial's algorithm remains, while the definition of "reasonable paths" is improved. Numerical examples are presented to compare the efficiency and reasonability of different algorithms.

Key words traffic engineering; Logit traffic assignment; Dial's algorithm; topological scan; shortest path