

变荷载下任意层地基一维非线性固结的数值分析^{*}

刘祚秋¹, 富明慧¹, 周翠英^{1, 2}

(1 中山大学应用力学与工程系, 广东 广州 510275;

2 中山大学地下工程与信息技术研究中心, 广东 广州 510275)

摘 要: 采用双曲线型的土体应力应变关系和渗透系数 k 随孔隙比变化的关系式, 不对固结系数作任何假设, 建立了考虑荷载变化的任意层地基的一维非线性固结控制方程, 并用简化加权隐式差分格式对上述非线性固结控制方程进行数值计算。以某四层地基为例, 通过与太沙基线性固结理论的比较, 揭示了非线性因素对饱和成层软土地基一维固结的影响及通常情况下考虑非线性因素影响的必要性。

关键词: 非线性; 成层地基; 一维固结; 有限差分法

中图分类号: TU 43 O 241.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2007) 05-0001-05

实际地基大多由性质不同的层状土组成, 任意层地基固结计算一直为人们所关注。自 Gray^[1] 首先给出双层地基一维线性固结解答以来, 已有不少学者致力于多层地基的一维线性固结理论研究^[2-3]。谢康和^[4-5]研究了双层地基和变荷载下任意层地基的一维线性固结问题, 给出了荷载随时间任意变化及起始孔压沿深度任意分布情况下双层地基一维固结解答, 以及变荷载下任意层地基一维固结解答。在成层地基的非线性固结研究方面, Xie Kang-He (谢康和)^[6-7]采用 $e \sim \lg_{10} \sigma$ 和 $e \sim \lg_{10} k_v$ 关系, 基于 Davis^[8]假设 (固结过程中, k_v 与 m_v 的变化是同步的, 固结系数 c_v 为恒量), 得到了双层地基一维非线性固结的解析解答, 谢康和^[9]采用 $e \sim \lg_{10} \sigma$ 和 $e \sim \lg_{10} k_v$ 关系, 用半解析方法对变荷载作用下任意层软粘土地基非线性一维固结性状进行了研究。迄今为止, 在综合考虑荷载变化、土的成层性和土层自重应力沿深度实际分布等复杂因素影响下对地基一维非线性固结性状的研究并不多见。本文通过将双曲线的土体应力应变关系 $\sigma'_{\epsilon} = E_0 + n\sigma$ 和渗透系数 k 随固结过程变化的关系式 $k = k_0 \exp[c_p(e - e_0)/e_0]$ 引入到任意层地基非线性固结研究之中, 对固结系数不作任何假设, 得到了综合考虑土体非线性应力应变关系、渗透系数变化及荷载变化等影响的任意层地基一维非线性固结控制方程, 并用有限差分法对非线性固结控制方程进行数值计算, 以某四层软土地基为例, 分析了非线性因素对一维固结的孔压分布、平均固结度及表面

沉降的影响。

1 变荷载下任意层地基一维非线性固结方程

如图 1a 所示, 成层饱和软粘土的厚度为 H , 共有 n 层。若以符号 i 标记每层, 则各层土的厚度、顶面及底面离地表的距离、初始孔隙比和土颗粒容重可依次表示为: $h_i, z_{i-1}, z_i, e_{0i}, \gamma_{si} \quad i = 1, 2, \dots, n$ 。

各层土的初始压缩模量及 $\sigma'_{\epsilon} \sim \sigma$ 压缩曲线的斜率、初始渗透系数及土体渗透参数可依次表示为: $E_{0i}, n_i, k_{0i}, c_{pi} \quad i = 1, 2, \dots, n$ 。

在地表作用随时间连续变化的均匀分布荷载 $q = q(t)$, 如图 1b 所示, 其初值为 q_0 , 终值为 q_n , 加荷历时时间为 t_c 。根据有效应力原理, 任意土层 i 的有效应力为 $\sigma'_i = \sigma'_{0i} + q(t) - u_i$, 因此

$$\frac{\partial \sigma'_i}{\partial t} = \frac{dq(t)}{dt} - \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (1)$$

则任意土层的一维非线性固结方程为^[10]

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{dq(t)}{dt} = A_i \frac{\partial u_i}{\partial z} + B_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \right)^2 + C_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} \quad (2)$$

其中:

$$A_i = - \frac{\gamma_{si} - \gamma_w}{\gamma_w} \frac{1 + e_{0i}}{1 + e_i} \frac{c_{pi}}{e_{0i}} k_{0i} \exp\left(c_{pi} \frac{e_i - e_{0i}}{e_{0i}}\right) \quad (3a)$$

$$B_i = \frac{1 + e_{0i}}{\gamma_w} \frac{c_{pi}}{e_{0i}} k_{0i} \exp\left(c_{pi} \frac{e_i - e_{0i}}{e_{0i}}\right) \quad (3b)$$

* 收稿日期: 2006-11-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10672194 59809037); 广东省自然科学基金资助项目 (031552 980274); 广东省科技攻关专项基金资助项目 (2001B30903)

作者简介: 刘祚秋 (1965 年生), 男, 博士, 副教授; Email: eeslzc@mail.sysu.edu.cn

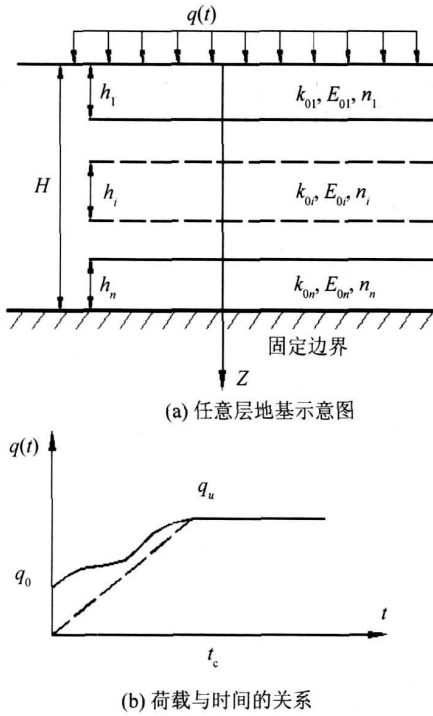


图 1 任意层地基及荷载-时间关系示意图

Fig. 1 Layout of layered foundation and load vs time relationship

$$C_i = \frac{k_{0i}}{\gamma_w} \exp\left(c_{pi} \frac{e_i - e_{0i}}{e_{0i}}\right) \frac{E_{0i}(1 + e_{0i})^2}{(1 + e_{0i} + e_i n_i - e_{0i} n_i)^2} \quad (3c)$$

其相应的求解条件为:

(1) 初始条件

$$u_i(z, 0) = q(0) = q_0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4a)$$

(2) 边界条件

$$z = 0: u_1(0, t) = 0 \text{ (顶面透水)}$$

$$z = H: u_n(H, t) = 0 \text{ (底面透水)}$$

$$\text{或 } \frac{\partial u_n(H, t)}{\partial z} = 0 \text{ (底面不透水)} \quad (4b)$$

(3) 层间连续条件

$$u_i(z, t) = u_{i+1}(z, t), \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (4c)$$

$$k_i \frac{\partial u_i(z, 0)}{\partial z} = k_{i+1} \frac{\partial u_{i+1}(z, 0)}{\partial z}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (4d)$$

2 任意层地基一维非线性固结方程的有限差分数值解

对非线性固结方程 (2) 无量纲化可得

$$\frac{\partial u_i}{\partial \tau} - \frac{1}{q_u} \frac{\partial q}{\partial \tau} = Q_i \frac{\partial u_i}{\partial z} + R_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial z}\right)^2 + S_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} \quad (5)$$

式中: q_u 为荷载的终值。

$$U_i = \frac{u_i}{q_u}, \quad Z = \frac{z}{H}, \quad T_v = \frac{k_{min} E_{min}}{H^2 \gamma_w} t \quad (6)$$

$$k_{min} = \min(k_{01}, k_{02}, \dots, k_{0n}),$$

$$E_{min} = \min(E_{01}, E_{02}, \dots, E_{0n}) \quad (7)$$

$$Q_i = -H \frac{\gamma_{si} - \gamma_w}{E_{min}} \frac{1 + e_{0i}}{1 + e_i} \frac{c_{pi}}{e_{0i}} \frac{k_{0i}}{k_{min}}.$$

$$\exp\left(c_{pi} \frac{e_i - e_{0i}}{e_{0i}}\right) \quad (8a)$$

$$R_i = q_u \frac{1 + e_{0i}}{E_{min}} \frac{c_{pi}}{e_{0i}} \frac{k_{0i}}{k_{min}} \exp\left(c_{pi} \frac{e_i - e_{0i}}{e_{0i}}\right) \quad (8b)$$

$$S_i = \frac{k_{0i}}{k_{min}} \exp\left(c_{pi} \frac{e_i - e_{0i}}{e_{0i}}\right).$$

$$\frac{E_{0i}(1 + e_{0i})^2}{E_{min}(1 + e_{0i} + e_i n_i - e_{0i} n_i)^2} \quad (8c)$$

采用 Crank Nicolson 型简化差分格式^[10], (5) 的差分方程为

$$\begin{aligned} \frac{U_{im}^j - U_{im}^{j-1}}{\Delta T_v} = & Q_{im}^{j-1} \frac{U_{im+1}^{j-1} - U_{im-1}^{j-1}}{2\Delta Z_i} + R_{im}^{j-1} \left(\frac{U_{im+1}^{j-1} - U_{im-1}^{j-1}}{2\Delta Z_i} \right)^2 + \\ & S_{im}^{j-1} \left(\frac{U_{im+1}^{j-1} - 2U_{im}^{j-1} + U_{im-1}^{j-1}}{2(\Delta Z_i)^2} + \frac{q^j - q^{j-1}}{q_u \Delta T_v} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

整理为

$$\begin{aligned} U_{im-1}^j - 2 \left[1 + \frac{(\Delta Z_i)^2}{\Delta T_v} \frac{1}{S_{im}^{j-1}} \right] U_{im}^j + U_{im+1}^j = & \\ - U_{im+1}^{j-1} + 2 \left[1 + \frac{(\Delta Z_i)^2}{\Delta T_v} \frac{1}{S_{im}^{j-1}} \right] U_{im}^{j-1} - U_{im-1}^{j-1} - & \\ \frac{R_{im}^{j-1}}{2S_{im}^{j-1}} (U_{im+1}^{j-1} - U_{im-1}^{j-1})^2 - \frac{Q_{im}^{j-1}}{S_{im}^{j-1}} \Delta Z_i (U_{im+1}^{j-1} - U_{im-1}^{j-1}) - & \\ \frac{q^j - q^{j-1}}{q_u \Delta T_v} \frac{2(\Delta Z_i)^2}{S_{im}^{j-1}} \end{aligned} \quad (10)$$

以上二式中, ΔZ_i 为第 i 层土的空间步长;

ΔT_v 为时间步长;

m 代表空间结点数, $m = 1, 2, 3, \dots, m_i$,

其中 m_i 为第 i 层土的离散结点总数;

j 代表时间结点数, $j = 1, 2, 3, \dots$;

其求解条件为:

初始条件

$$U_{ir}^0 = q_0 / q_u, \quad i = 1, 2, \dots, n; r = 1, 2, \dots, m_i \quad (11a)$$

边界条件

$$\begin{cases} U_{10}^j = 0, U_{nm+1}^j = U_{n,m_n-1}^j \text{ (单面排水)} \\ U_{10}^j = 0, U_{nm}^j = 0 \text{ (双面排水)} \end{cases}$$

$$j = 1, 2, 3, \dots \quad (11b)$$

层间连续条件

$$U_{im_i}^j = U_{i+1,1}^j, \quad i = 1, 2, \dots, n-1; j = 1, 2, \dots \quad (12a)$$

$$k_i (U_{im_i}^j - U_{im_{i-1}}^j) \Delta z_i =$$
$$k_{i+1} (U_{i+1,2}^j - U_{i+1,1}^j) \Delta z_{i+1},$$
$$i = 1, 2, \cdots, n-1; j = 1, 2, \cdots \quad (12b)$$

将方程（10）和边界条件及层间连续条件表示成矩阵形式为：

$$G^{j-1} U^j = E^{j-1}$$
（13）

由上可以看出以上方程组（13）关于未知数是线性的，根据初始条件可用追赶法求解差分方程。本文编制了相应的 Fortran 程序进行计算。

3 工程实例与结果讨论

3.1 工程实例

以某四层软土地基为例^[11]，其中，第 1 层为 2 m 厚的硬壳层，其下为厚度近 30 m 的流塑~软塑淤泥质土，各层土的厚度以及有关土性参数指标如表 1 所示。采用堆载预压法来加固该软基，堆载总荷重为 105 kPa，分为多个荷载步，历时约 600 d，该地基的实测资料中给出了各计算土层的 $e \sim \sigma'$ 关系，如表 2 所示。

表 1 某四层软土地基土性参数指标

Tab. 1 Geotechnical data of layered sub soil

土层	土类名称	层厚 m	重度 γ (kN· m ⁻³)	压缩模量 E_{s-2} / M Pa	渗透系数 k_v (10 ⁻⁹ m· s ⁻¹)
1	粉质粘土	2	19.2	4.52	8.76
2	淤泥质粉 质粘土	9	18.4	2.79	13.0
3	淤泥质粉质 粘土夹粉土	12	17.8	2.32	35.5
4	粘土	7	17.6	2.79	14.9

表 2 各层土的 $e \sim \sigma'$ 关系

Tab. 2 $e \sim \sigma'$ relationship of layered soils

σ' /kPa	0	50	100	150	200	300	400
1	0.872	0.833	0.809	0.788	0.769	0.744	—
2	1.058	0.966	0.923	0.883	0.854	0.809	—
3	1.207	1.120	1.065	1.014	0.976	0.911	—
4	1.285	1.224	1.173	—	1.095	1.033	0.983

由表 2 可计算各土层压缩过程中的非线性参数，如初始压缩模量 E_s 、 $\sigma' / E_s \sim \sigma'$ 压缩曲线的斜率，计算结果如表 3 所示。由于实测资料中未给出渗透系数随压缩过程非线性变化的参数，计算时暂不考虑渗透系数的变化，为计算方便，将堆载过程视为单级等速加载过程。线性小变形固结计算时，各层土的压缩模量 E_s 取 E_{s-2} ，如表 1 所示。计算

时不考虑自重的影响。

表 3 各层土的非线性应力应变关系参数

Tab. 3 Parameter of nonlinear stress strain
relationship for subsoils

土层	土类名称	初始压 缩模量 E_0 /kPa	$\sigma' / E_0 \sim \sigma'$ 压 缩曲线的 斜率 n	渗透系 数变化 参数 c_p
1	粉质粘土	2 119.5	7.674	0.0
2	淤泥质粉质粘土	934.6	5.289	0.0
3	淤泥质粉质 粘土夹粉土	1 133.2	3.775	0.0
4	粘土	1 717.2	3.314	0.0

3.2 分析与结论

(1) 图 2 为不同时间的超静孔隙水压力沿地基深度的分布图，从图中可以看出：在 $t \leq 600$ d 的加荷阶段，对于非线性固结（SN）只有靠排水面附近的孔压有所消散，其它部分的孔压来不及消散，其孔压基本上等于所加荷载值；而对于线性固结（SL），由于其孔压消散速度相对大，除靠排水面附近的孔压有所消散外，其它部分的孔压也有消散，因此，孔压小于所加荷载。当加荷停止后，随着固结过程的发展，不同的土层便表现出不同的固结特性，因此孔压沿深度分布曲线分成 4 段，孔压分布曲线在土层分界点处有明显的不光滑点，如图 2 所示。

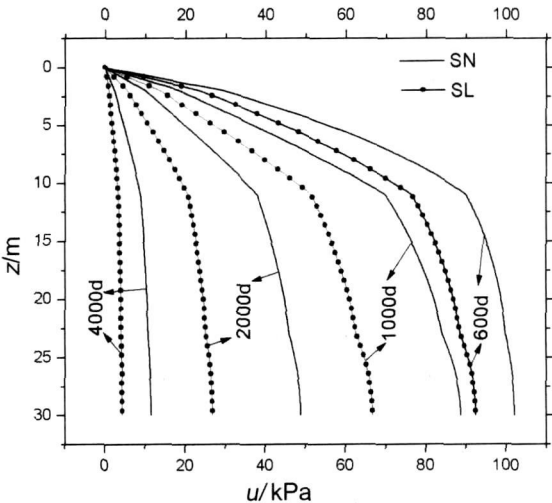


图 2 不同时间（600 d、1 000 d、2 000 d、4 000 d）的超静水孔压力沿地基深度的分布

Fig. 2 Excess pore pressure distribution along depth
in different time

SL—线性固结，SN—非线性固结

(2) 图 3 为按孔压定义的地基平均固结度 U_p

随时间的变化曲线, 从图中同样可以看出, 线性固结 (SL) 的孔压消散速度大于非线性固结 (SN) 的孔压消散速度。这也说明了线性固结对软土地基的孔压消散速度作出了过高的估计。

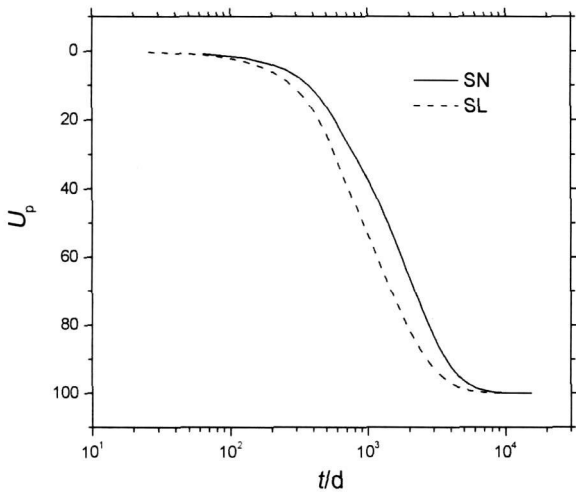


图 3 地基平均固结度
Fig. 3 Average degree of consolidation
SL - 线性固结, SN - 非线性固结

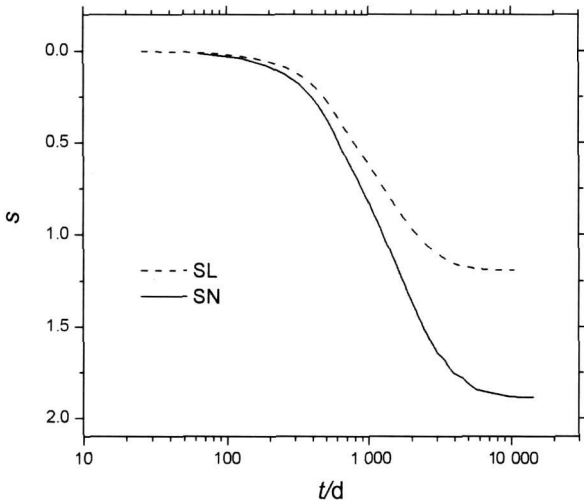


图 4 一维固结表面沉降
Fig. 4 comparisons of settlement vs time curves
SL - 线性固结, SN - 非线性固结

(3) 图 4 为表面沉降随固结时间的变化曲线, 从图中可以看出: 同一时刻, 线性固结 (SL) 的

表面沉降明显小于非线性固结 (SN) 的表面沉降, 这也说明了线性固结对软土地基的沉降速度作出了过低的估计。线性固结 (SL) 的表面最终沉降为 1.192 m, 非线性固结 (SN) 的表面最终沉降为 1.886 m, 线性固结的表面最终沉降与非线性固结的表面最终沉降的误差达 37%, 进一步说明非线性因素对地基表面沉降等的影响较大, 不能轻易忽略。

参考文献:

[1] GRAY H. Simultaneous consolidation of contiguous layers of unlike compressible soils[J]. Trans ASCE 1945 110: 1327 - 1356

[2] SCHIFFMAN R L, STEIN J R. One dimensional consolidation of layered system[J]. JSMFD, ASCE 1970 96 (4): 1499 - 1504

[3] LEE P K K, XIE K H, CHEUNG Y K. A study on one dimensional consolidation of layered system[J]. Int J for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 1992 16: 815 - 831

[4] 谢康和. 双层地基一维固结理论与应用[J]. 岩土工程学报, 1994 16(5): 24 - 35

[5] 谢康和, 潘秋元. 变荷载下任意层地基一维固结理论[J]. 岩土工程学报, 1995 17(5): 80 - 85

[6] 李冰河, 王奎华, 谢康和, 等. 软粘土非线性一维固结有限差分法分析[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2000 34 (4): 376 - 381

[7] XIE K H, XIE X Y, JIANG W. A study on one dimensional nonlinear consolidation of double layered soil[J]. Computers and Geotechnics 2002 29(2): 151 - 168

[8] DAVIS E H, RAYMOND G P. A non-linear theory of consolidation[J]. Geotechnique 1965 15(2), 161 - 173

[9] 谢康和, 郑辉, 李冰河, 等. 变荷载下成层地基一维非线性固结分析[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2003 37 (4): 426 - 431

[10] 刘祚秋. 饱和软粘土地基非线性固结变形的数值研究[D]. 广州: 中山大学, 2004

[11] 李冰河. 成层饱和软粘土地基大应变固结理论研究[D]. 杭州: 浙江大学, 1999

(下转第 9 页)

2002 5(2): 193 – 204

[9] 吴迪, 刘英学, 冯永新, 等. Ad Hoc网络中一种基于权值的分簇算法[J]. 小型微型计算机系统, 2006 27(2): 202 – 206

[10] 王钢, 单琦, 徐妍, 等. 一种新型的 Ad Hoc网络按需加权分簇算法[J]. 无线电工程, 2005 35(12): 23 – 25 49

[11] 王海涛, 田畅, 郑少仁. 一种新型的 Ad Hoc网络分簇算法及其性能仿真[J]. 系统仿真学报, 2003 15(2): 193 – 197.

[12] XU Kaixin HONG Xiaoyan GERLA M. An Ad Hoc network with mobile backbones[C]. IEEE International Conference on Communications, 2002

[13] JOHNSON D MALTZ D. Dynamic source routing in ad hoc wireless networks [C] // MELNSKY T KORTHEDSH. Mobile Computing Netherland Kluwer Academic Publishers, 1996 153 – 181.

A Weight Based Clustering Algorithm for Mobile Ad Hoc Network

YANG Wei-dong^{1, 2}, ZHOU Jie-ying¹, ZHANG Guang-zhao¹

(1 Department of Electronic and Communication Engineering, SUN Yat-sen University, Guangzhou 510275, China; 2 Network Center, Southern Medical University, Guangzhou 510515, China)

Abstract Ad Hoc network is a kind of multi hop self organizing network. The network is dynamic in nature due to the mobility of nodes. Many mobile ad hoc applications depend on the hierarchical structure and clustering is the most popular method to impose a hierarchical structure in the mobile ad hoc networks. A novel weight based clustering algorithm (NWBCA) is proposed with taking the ideal connectivity degree and battery power of mobile nodes into consideration. Analysis and simulation of the algorithm have been implemented and validity of the algorithm has been proved.

Key words Ad Hoc network; clustering algorithm; cluster and cluster header; weight

(上接第 4 页)

Numerical Analysis of One Dimensional Nonlinear Consolidation of Layered Foundation under Time Dependent Loading

LIU Zuo-qu¹, FU Ming-hui¹, ZHOU Cui-ying^{1, 2}

(1 Dept Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China; 2 Research Center of Underground Engineering and Information Technology, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract Without any hypothesis on consolidation coefficient for a certain soil layer, considering the loads varies, the one dimensional nonlinear consolidation control equation is built up by using hyperbolic stress-strain relationship of soil and the relation of permeable coefficient k which goes with the change of void ratio. Furthermore, taking four layers from the soft clay foundation as an example and using a simplified weighted implicit difference for matrix numerical results of nonlinear consolidation control equation are calculated. By comparing the calculated results with the data calculated by Terzaghi linear consolidation theory, the results demonstrate that the influence of nonlinear factors on one dimensional consolidation behaviors of soft soil foundation is very complicated and generally the effect of nonlinear factors shouldn't be ignored.

Key words non-linear; layered foundation; one-dimensional consolidation; FDM