第 49 卷　第 3 期　　中山大学学报（自然科学版）　　Vol. 49　No. 3
2010 年　5 月　　ACTA　SCIENTIARUM　NATURALIUM　UNIVERSITATIS　SUNYATSENI　　May　2010

脉冲投放益虫化学控制害虫的害虫管理模型*

程惠东
（山东科技大学理学院，山东 青岛 266510）

摘　要：研究了与害虫管理相关的一类捕食者（益虫）具有脉冲扰动，食饵（害虫）具有化学控制的阶段结构时滞捕食 - 食饵模型，根据生物资源管理的实际，改进了原有捕食者 - 食饵模型，得到了害虫灭绝周期解全局吸引和系统持久的充分条件。得出的结论为现实的害虫治理提供了可靠的策略依据。

关键词：阶段结构；脉冲；时滞；害虫管理；全局吸引；一致持久

中图分类号：O175.14　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：0529 - 6579（2010）03 - 0008 - 04

Pest Management Model with Impulsive Stocking on Beneficial Insect and Chemical Control on Pests

CHENG Huidong
（College of Science, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510, China）

Abstract: A stage-structured delayed pest management predator-prey model with impulsive transmitting on predators (beneficial insect) and chemical control on prey (pests) concern was considered. According to the living resources management's reality, improved the predator-prey model, sufficient condition of the global attractivity of pest-exterminate periodic solution and permanence of the system were obtained. The results provide reliable tactical basis for the practical pest management.

Key words: stage-structured; impulsive; delayed; pest-extinction; global attractivity; permanence

在自然界生物系统中，有关害虫科学有效的治理一直是人们研究的问题。随着社会的发展和科学技术的进步，人类已经采用了许多先进的现代方法治理害虫，例如：化学农药，生物农药，遥感和遥测，计算机技术，原子能技术等。利用化学农药作为控制害虫，总的来说是有用的，特别是在害虫猖獗的时候，然而农药的大量使用会造成环境污染及益虫的伤害，本文研究喷洒农药和定期投放害虫的天敌结合起来控制害虫的方法。

对捕食 - 食饵系统的研究已做了很多工作并且得到了很好的结果[1-6]，基本的模型是 Lotka-Volterra 捕食 - 食饵系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = x(t)(a - rx(t) - \beta y(t)) \\ \dot{y}(t) = y(t)(-b + cx(t)) \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x(t), y(t)$ 分别表示食饵和捕食者种群的密度，这里 a 是食饵的内禀增长率，r 表示种内的竞争系数，c 表示被捕食的食饵向捕食者的转化率，b 表示捕食者幼年的死亡率。文献［4］中考虑的是具有脉冲扰动的捕食 - 食饵模型

$$\begin{cases} \left.\begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t)(a - bx(t)) - \\ &\quad \beta x(t)y(t) \\ \dot{y}(t) &= \lambda\beta x(t)y(t) - dy(t) \end{aligned}\right\} t \neq nT, n \in \mathbb{N} \\ \left.\begin{aligned} x(t^+) &= x(t) \\ y(t^+) &= y(t) + u \end{aligned}\right\} t = nT, n \in \mathbb{N} \end{cases} \tag{2}$$

由于害虫的出生率、死亡率等生存指数几乎总是与年龄、种群的大小或发展阶段有关[2-3,7-8]，幼虫大多生活的庇护所里，我们进行的管理策略几乎不起作用，我们还注意到，幼年不具有生育能

* 收稿日期：2009 - 06 - 24
基金项目：国家自然科学基金资助项目（10872118）
作者简介：程惠东（1964 年生），女，副教授；E-mail：chd900517@sdust.edu.cn

力，从幼年到成年的成熟期作为一个常数时滞。Dong 等[9]研究了具脉冲存放和收获的捕食－食饵系统的灭绝和持久性；受模型（1）、（2）和近来这些研究工作的启发，我们建立了如下害虫具有阶段结构化学控制脉冲投放益虫的捕食－食饵模型

$$\begin{cases}\left.\begin{aligned}\dot{x}_1(t)&=rx_2(t)-re^{-d_1\tau}x_2(t-\tau)-\\&\quad d_1x_1(t)\\ \dot{x}_2(t)&=re^{-d_1\tau}x_2(t-\tau)-\\&\quad \beta e^{-d_1\tau}x_2(t)x_3(t)-d_2x_2(t)-\\&\quad d_3x_2^2(t)-Ex_2(t)\\ \dot{x}_3(t)&=\lambda\beta e^{-d_1\tau}x_2(t)x_3(t)-dx_3(t)\end{aligned}\right\}t\neq nT,n\in\mathbb{N}\\ \left.\begin{aligned}x_1(t)&=x_1(t)\\ x_2(t^+)&=x_2(t)\\ x_3(t^+)&=x_2(t)+u\end{aligned}\right\}t=nT,n\in\mathbb{N}\end{cases}\tag{3}$$

其中 $x_1(t)$，$x_2(t)$ 分别表示害虫幼体和成体种群的密度，$x_3(t)$ 表示害虫天敌的密度。τ 是害虫的成长期为。$0<E<1$ 表示喷洒农药的效果，$\lambda>0$ 表示被捕食的食饵向捕食者的转化率，T 表示投放天敌的周期，$re^{-d_1\tau}x_2(t-\tau)$ 表示幼年害虫在 $t-\tau$ 时刻的出生数（即 $rx_2(t-\tau)$）到 t 时刻除去死亡以后的剩余数。此模型的参数的生物意义具体可参见文献[7，9]。注意到系统（3）的第二和第三个方程中不显含变量 $x_1(t)$，因此我们只需研究下面系统（3）的子系统：

$$\begin{cases}\left.\begin{aligned}\dot{x}_2(t)&=re^{-d_1\tau}x_2(t-\tau)-\\&\quad \beta e^{-d_1\tau}x_2(t)x_3(t)-\\&\quad d_2x_2(t)-d_3x_2^2(t)-\\&\quad Ex_2(t)\\ \dot{x}_3(t)&=\lambda\beta e^{-d_1\tau}x_2(t)-dx_3(t)\end{aligned}\right\}t\neq nT,n\in\mathbb{N}\\ \left.\begin{aligned}x_2(t^+)&=x_2(t)\\ x_3(t^+)&=x_2(t)+u\end{aligned}\right\}t=nT,n\in\mathbb{N}\end{cases}\tag{4}$$

从生物意义出发，我们只在区域 $D=\{(x_2,x_3)\mid x_2,x_3>0\}$ 上考虑系统（4）的动力学行为，于是系统（4）满足初始条件：$(\phi_1(s),\phi_2(s))\in C_+=C([-\tau,0],\mathbb{R}_+^2),\phi_i(0)>0,i=1,2$　　(5)

1　重要的引理

引理 1[9]　对于充分大的 t，系统（3）的任意解 $(x_1(t),x_2(t),x_3(t))$，存在常数 $M>0$，使得

$$x_1(t)\leqslant M/\lambda,x_2(t)\leqslant M/\lambda,x_3(t)\leqslant M$$

引理 2[10]　时滞微分方程 $\dot{x}(t)=ax(t-\tau)-bx(t)$，这里 a,b,c,τ 都是正的常数且当 $t\in[-\tau,0]$，$x(t)>0$，则若 $a<b$，则 $\lim_{t\to\infty}x(t)=0$。

引理 3[10]　考虑下面的脉冲系统

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=-dx(t),t\neq nT,n\in\mathbb{N}\\ x(nT^+)=x(nT)+u,t=nT,n\in\mathbb{N}\end{cases}\tag{6}$$

其中 $d>0,u>0$，则系统（5）有唯一的正周期解：$\tilde{x}(t)=ax^*e^{-d(t-nT)},t\in(nT,(n+1)T],n\in\mathbb{N}$，且是渐近稳定的，其中 $x^*=u/(1-e^{-dT})$。

对于系统（3），我们考虑下面的系统：

$$\begin{cases}\dot{x}_3(t)=-dx_3(t),t\neq nT,n\in\mathbb{N}\\ x_3(nT^+)=x_3(nT)+u,t=nT,n\in\mathbb{N}\end{cases}\tag{7}$$

从（7）式和引理 3，我们知道系统（3）有一个害虫灭绝的周期解

$$(0,0,\tilde{x}_3(t))=(0,0,x_3^*e^{-d(t-nT)}),\quad t\in(nT,(n+1)T],n\in\mathbb{N}$$

或者系统（4）有一个害虫灭绝的周期解

$$(0,\tilde{x}_3(t))=(0,x_3^*e^{-d(t-nT)}),\quad t\in(nT,(n+1)T],n\in\mathbb{N}$$

且是全局渐近稳定的，其中 $x_3^*=u/(1-e^{-dT})$。

2　“害虫灭绝”周期解的全局吸引性

在本节，我们将得到害虫灭绝周期解是全局吸引的充分条件。

定理 1　如果

$$u>\frac{1}{\beta}[r(e^{d\tau}-1)-(d_3+E)e^{(d_1+d)}]\tag{8}$$

成立，那末系统（3）的害虫灭绝的周期解 $(0,0,\tilde{x}_3(t))$ 是全局吸引的。

证明　显然系统（3）的捕食者灭绝的周期解 $(0,0,\tilde{x}_3(t))$ 的全局吸引性等价于系统（4）的捕食者灭绝的周期解 $(0,\tilde{x}_3(t))$ 的全局吸引性，所以我们只需研究系统（4）。

既然（8）式成立，那末对于充分小的正数 ε_0，有

$$r<(d_3+E)e^{(d_1+d)\tau}/(e^{d\tau}-1)-\beta(u/(e^{d\tau}-1)-\varepsilon_0)\tag{9}$$

成立。

由系统（4）的第二个方程可得：$\dot{x}_3(t)\geqslant-dx_3(t)$，所以我们考虑下面的脉冲比较系统

$$\begin{cases}\dot{z}(t)=-dz(t),t\neq nT,n\in\mathbb{N}\\ z(t^+)=z(t)+u,t=nT,n\in\mathbb{N}\\ z(0^+)=x_3(0^+)\end{cases}\tag{10}$$

根据引理 3，我们得到系统（10）的周期解：$\tilde{z}(t)$

$= az^* e^{-d(t-nT)}, t \in (nT,(n+1)T], n \in \mathbb{N}$ 是全局渐近稳定的，其中 $z^* = u/(1-e^{-dT})$。由脉冲微分方程的比较定理，当 $t \to \infty$ 时，$x_3(t) \leqslant z(t)$ 与 $z(t) \to \tilde{x}_3(t)$，因此对（9）式中的 $\varepsilon_0 > 0$，存在一个正整数 n_1，使对 $t > n_1 T$ 时，都有

$x_3(t) \geqslant z(t) \geqslant \tilde{x}_3(t) - \varepsilon_0,\ n_1 T < t \leqslant (n_1+1)T$

也就是

$$x_3(t) > \tilde{x}_3(t) - \varepsilon_0 \geqslant \frac{ue^{-dT}}{1-e^{-dT}} - \varepsilon_0 \overset{\Delta}{=} \sigma,$$
$$nT < t \leqslant (n+1)T, n > n_1 \tag{11}$$

从系统（4）的第二个方程，对 $t \geqslant n_1 T + \tau$，有 $\dot{x}_2(t) \leqslant re^{-d_1\tau}x_2(t-\tau) - (\beta e^{-d_1\tau}\sigma + d_2 + E)x_2(t)$。考虑方程：$\dot{v}(t) = re^{-d_1\tau}v(t-\tau) - (\beta e^{-d_1\tau}\sigma + d_2 + E)v(t)$。由（9）式得到：$re^{-d_1\tau} < \beta e^{-d_1\tau}\sigma + d_2 + E$，从而引理2可知：$\lim\limits_{t\to\infty} v(t) = 0$。由微分方程的比较定理，对充分大的 t，有：$x_2(t) \leqslant v(t)$。

因为 $x_2(s) = v(s) = \varphi_2(s) > 0$ 并且 $s \in [-\tau, 0]$，根据解的非负性，可得：$\lim\limits_{t\to\infty} x_2(t) = 0$，因此，对任意 $\varepsilon_1 > 0$，存在一个正整数 $n_2 > n_1$，当 $t > n_2 T$ 时有 $x_2(t) < \varepsilon_1$。根据系统（5）可得

$$-dx_3(t) \leqslant \dot{x}_3(t) \leqslant (-d + \lambda\beta\varepsilon_1)x_3(t) \tag{12}$$

从而，$z_1(t) \leqslant x_3(t) \leqslant z_2(t)$，且 $z_1(t) \to \tilde{x}_3(t)$，$z_2(t) \to \tilde{x}_3(t)$，当 $t \to \infty$ 时。其中 $z_1(t)$、$z_2(t)$ 分别是

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = -dz_1(t), t \neq nT, n \in \mathbb{N} \\ z_1(t^+) = z_1(t) + u,\ t = nT, n \in \mathbb{N} \\ z_1(0^+) = x_3(0^+) \end{cases}$$

与

$$\begin{cases} \dot{z}_2(t) = z_2(t)(-d + \lambda\beta\varepsilon_1),\ t \neq nT, n \in \mathbb{N} \\ z_2(t^+) = z_2(t) + u, t = nT, n \in \mathbb{N} \\ z_2(0^+) = x_3(0^+) \end{cases}$$

的唯一正的周期解。对 $t \in (nT,(n+1)T]$，有 $\tilde{z}_2(t) = \dfrac{ue^{(-d+\lambda\beta\varepsilon_1)(t-nT)}}{1-e^{(-d+\lambda\beta\varepsilon_1)T}}$，$nT < t \leqslant (n+1)T$。因此对任意 $\varepsilon_2 > 0$，存在 $n_3 > n_2$，当 $t > n_3 T$ 时，都有 $\tilde{z}_2(t) - \varepsilon_2 < x_3(t) < \tilde{z}_2(t) + \varepsilon_2$，当 $\varepsilon_1 \to 0$ 且充分大的 t，可得：$\tilde{x}_3(t) - \varepsilon_2 < x_3(t) < \tilde{x}_3(t) + \varepsilon_2$，这意味着当 $t \to \infty$ 时，$x_3(t) \to \tilde{x}_3(t)$。证毕。

定理1说明，投放害虫的天敌过多，会使害虫趋向灭绝，这不利于生态平衡，破坏生物资源的可持续发展。下面我们说明益虫和害虫持续共存的充分条件。

3 永久持续生存性

定义1 如果存在常数 $m, M > 0$，与有限的时间，当 $t \geqslant T_0$ 时使得系统（3）所有的解 $(x_1(t), x_2(t), x_3(t))$，有 $m \leqslant x_1(t) \leqslant M/\lambda, m \leqslant x_2(t) \leqslant M/\lambda, m \leqslant x_3(t) \leqslant M$，那么称系统（3）是永久的。

定理2 如果

$$u < \frac{re^{-d_1\tau} - d_2 - E - d_3 M}{\beta\exp\{-d_1\tau\}}(1 - e^{(\lambda\beta m_2^* - d)T}) \tag{13}$$

成立，则系统（3）是持续生存的。其中 $m_2^* = \dfrac{1}{\lambda\beta}\left[d + \dfrac{1}{\tau}\ln(1 - \beta ue^{-d_1\tau}/(re^{-d_1\tau} - d_2 - E - d_3 M))\right]$。

证明 设 $(x_2(t), x_3(t))$ 是系统（4）满足初始条件（5）的任意正解。系统（4）第一个方程可以改写为

$$\dot{x}_2(t) = [re^{-d_1\tau} - \beta x_3(t) - d_2 - E - d_3 x_2(t)]x_2(t) - \lambda\beta e^{-d_1\tau}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{t-\tau}^{t} x_2(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{14}$$

定义 $V(t) = x_2(t) + re^{-d_1\tau}\int_{t-\tau}^{t} x_2(\theta)\mathrm{d}\theta$

由（14）并计算 $V(t)$ 的上右导数

$$\dot{V}(t) = [re^{-d_1\tau} - \beta e^{-d_1\tau}x_3(t) - d_2 - E - d_3 x_2(t)]x_2(t) \tag{15}$$

由引理1得：

$$\dot{V}(t) > [re^{-d_1\tau} - \beta e^{-d_1\tau}x_3(t) - d_2 - E - d_3 M]x_2(t) \tag{16}$$

由（13）式可得，存在充分小的 $\varepsilon > 0$，使得

$$\frac{1}{\beta}(re^{-d_1\tau} - d_2 - E - d_3 M)e^{d_1\tau} > \frac{u}{1 - e^{(\lambda\beta m_2^* - d)T}} - \varepsilon \tag{17}$$

我们将说明对任意常数 $t_0 > 0$ 当 $t \geqslant t_0$ 时，$x_2(t) \leqslant m_2^*$ 不能恒成立。否则，存在常数 $t_0 > 0$，使当 $t \geqslant t_0$ 时，$x_2(t) \leqslant m_2^*$ 恒成立。由系统（4）的第二个方程得 $\dot{x}_3(t) < x_3(t)(\lambda\beta m_2^* - d)$。对所有的 $t \geqslant t_0$，考虑比较方程

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = v(t)(\lambda\beta m_2^* - d), t \neq nT \\ v(nT^+) = v(nT) + u, t = nT \end{cases} \tag{18}$$

由引理3我们得到：$\tilde{v}(t) = v^* e^{(\lambda\beta m_2^* - d)(t-nT)}, nT < t \leqslant (n+1)T$ 是方程（18）的唯一的全局渐近稳定的周期解，其中 $v^* = u/(1 - \exp\{(\lambda\beta m_2^* - d)T\})$。再由脉冲微分方程的比较定理，则存在 $t_1 (> t_0 + \tau)$，当 $t \geqslant t_1$ 时，使得不等式 $x_3(t) \leqslant \tilde{v}(t) + \varepsilon$ 成立。那末当 $t \geqslant t_1$ 时有

$$x_3(t) \leqslant v^* + \varepsilon \tag{19}$$

为了方便，记 $\rho = v^* + \varepsilon$。于是得到当 $t \geqslant t_1$ 时，

$$\dot{V}(t) > [re^{-d_1\tau} - \beta e^{-d_1\tau}\rho - d_2 - E - d_3 M]x_2(t) \tag{20}$$

令 $x_2^m = \min\limits_{t\in[t_1, t_1+\tau]} x_2(t)$，我们将证明当 $t \geqslant t_1$ 时，

$x_2(t) \geqslant x_2^m$。若不然，存在正常数 T_0，使得当 $t \in [t_1, t_1 + \tau + T_0]$ 时，$x_2(t) \geqslant x_2^m$，$x_2(t_1 + \tau + T_0) = x_2^m$ 以及 $\dot{x}_2(t_1 + \tau + T_0) < 0$。由系统（4）的第二个方程和（19）式得：

$$\dot{x}_2(T_1 + \tau + T_2) = re^{-d_1\tau}x_2(t_1 + T_0) - \beta e^{-d_1\tau}x_2(t_1 + \tau + T_0)x_3(t_1 + \tau + T_0) - (d_2 + E)x_2(t_1 + \tau + T_0) - d_3x_2^2(t_1 + \tau + T_0) \geqslant [(r - \beta\rho)e^{-d_1\tau} - d_2 - E - d_3M]x_2^m > 0$$

这导致了矛盾。因此当 $t \geqslant t_1$ 时，$x_2(t) \geqslant x_2^m$ 成立。由（20）式得：

$$\dot{V}(t) > [re^{-d_1\tau} - \beta e^{-d_1\tau}\rho - d_2 - E - d_3M]x_2^m > 0$$

这意味着 $\lim\limits_{t\to\infty} V(t) = \infty$，由引理 1 可推知：$V(t) \leqslant \frac{M}{\lambda}(1 + re^{-d_1\tau}\tau)$ 矛盾。断言证明完毕。

一方面如果 $x_2(t) \geqslant m_2^*$，对所有足够大时 t 成立，则我们的目的达到了。

一方面如果 $x_2(t)$ 关于 m_2^* 振荡，令 $m_2 = \min\left\{\frac{m_2^*}{2}, m_2^* e^{-(\beta Me^{-d_1\tau}+d_2+d_3M/\lambda+E)\tau}\right\}$。将证明 $x_2(t) \geqslant m_2$。设存在两个正常数 a, h 使 $x_2(a) = x_2(a+h) = m_2^*$ 和 $x_2(t) < m_2^*, a < t < a+h$，成立。

当 a 足够大时，不等式 $x_3(t) > \rho, t \in (a, a+h)$ 时成立。因为 $x_2(t)$ 连续有界且不受脉冲的影响，可推知 $x_2(t)$ 是一致连续，因此存在常数 t_3（这里 $0 < t_3 < \tau$，且 t_3 不依赖于 a 的选择），使得 $x_2(t) \geqslant m_2^*/2$ 对 $a < t < a + t_3$ 成立。如果 $h \leqslant t_3$，结论成立。如果 $t_3 < h \leqslant \tau$，由系统（4）的第二个方程，$\dot{x}_2(t) \geqslant -(\beta Me^{-d_1\tau} + d_2 + d_3M/\lambda + E)x_2(t)$，$t \in (a, a+h)$，从而因为 $x_2(a) = m_2^*$，对于 $a < t < a + h \leqslant a + \tau$，有 $x_2(t) \geqslant m_2^* e^{-(\beta Me^{-d_1\tau}+d_2+d_3M/\lambda+E)\tau}$，显然，对 $a < t < a+h$，有 $x_2(t) \geqslant m_2$。如果 $h \geqslant \tau$，则对于 $a < t \leqslant a + \tau$，有 $x_2(t) \geqslant m_2$。类似的继续讨论，得到 $x_2(t) \geqslant m_2$ 对于 $a + \tau \leqslant t < a + h$ 成立。因为 $[a, a+h]$ 是任意选择的（只需 a 足够大），可得当 t 足够大时，$x_2(t) \geqslant m_2$ 成立。

由系统（3）的第一个方程与定理 2 可得 $\dot{x}_1(t) \geqslant rm_2 - re^{-d_1\tau}M/\lambda - d_1x_1(t)$，其中 M 为引理 1 中所定义。类似于以上的讨论，得到 $\lim\limits_{t\to\infty} x_1(t) \geqslant l$，其中 $l = r(\lambda m_2 - e^{-d_1\tau}M)/(\lambda d_1) - \varepsilon$。由系统（3）的第三个方程可知：$\dot{x}_3(t) \geqslant (\lambda\beta e^{-d_1\tau}m_2 - d)x_3(t)$，易得 $\lim\limits_{t\to\infty} x_3(t) \geqslant \delta$，其中 $\delta = ue^{(\lambda\beta e^{-d_1\tau}m_2-d)T}/(1 - e^{(\lambda\beta e^{-d_1\tau}m_2-d)T}) - \varepsilon$。通过以上讨论可知：系统（3）是持久的，证毕。

从定理 2 可以看出，合理的投放害虫的天敌，能够使害虫与益虫持续生存。这一结果能很好的解释一些害虫治理问题。害虫灭绝周期解全局吸引和系统持久的充分条件，说明当释放天敌的量不同，会出现害虫灭绝和害虫和益虫相互依存的持久发展。同时也发现了一些有趣的问题，如怎样优化天敌的释放量？释放天敌的最优周期是多少等，是我们下一步研究的问题。

参考文献：

[1] AIELLO W G, FREEDMAN H I. A time-delay model of single-species growth with stage structure [J]. Math Biosci, 1990, 101: 139 – 153.

[2] MENG X Z, JIAO J J, CHEN L S. The dynamics of an age predator-prey model with disturbing pulse and time delays [J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2008, 9 (2): 547 – 561.

[3] MENG X Z, CHEN L S. A stage-structured SI eco-epidemiological model with time delay and impulsive controlling [J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2008, 21(3): 427 – 440.

[4] NIETO J J, RODRIGUEZ-LOPEZ R. Periodic boundary value problems for nonLipschitzian impulsive functional differential equations [J]. J Math Anal Appl, 2006, 31 (8): 593 – 610.

[5] HASTINGS A. Global stability in two species system[J]. J Math Biol, 1978, 5: 399 – 403.

[6] WANG W, CHEN L. A predator-prey system with stage structure for predator [J]. Comput Math Appl, 1997, 33 (8): 83 – 91.

[7] JIAO J J, PANG G P, CHEN L S, et al. A delayed stage-structured predator prey model with impulsive stocking on prey and continuous harvesting on predator [J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 195(1): 316 – 325.

[8] SONG X Y, CHEN L S. Optimal harvesting policy and stability for a single-species growth model with stage structure [J]. Journal of System Sciences and Complex, 2002, 15 (2): 194 – 201.

[9] DONG L Z, CHEN L S, SUN L H. Extinction and permanence of the predator-prey system with stocking of prey and harvesting of predator impulsively [J]. Math Methods Appl Sci, 2006, 29 (4): 415 – 425.

[10] WANG W, MULONE G, SALONE F. Permanence and stability of a stage-structured predator-prey model [J]. J Math Anal Appl, 2001, 262 (2): 499 – 528.