

非对称 Z 信道上 Turbo 码的迭代译码算法及其性能*

刘星成, 周敬莹, 张 弦
(中山大学电子与通信工程系, 广东 广州 510275)

摘 要: 非对称 Z 信道是一种传输单向出错的无记忆信道。针对这种信道, 对 Turbo 码迭代译码的最大后验概率 (MAP) 译码算法进行了分析和推导, 得出了相应的译码算法。在此基础上, 对 Turbo 码性能进行了仿真, 对仿真过程中的关键问题作了论述。结果表明, 利用此译码算法, Turbo 码在 Z 信道上可以获得很好的误比特率 (BER) 性能。

关键词: Z 信道; Turbo 码; MAP 算法; 译码算法; 误比特率

中图分类号: TN911.22 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579(2010)01-0029-05

Iterative Decoding Algorithm and Its Performance of Turbo Codes on the Asymmetric Z-Channel

LIU Xingcheng, ZHOU Jingying, ZHANG Xian
(Department of Electronic and Communications Engineering,
Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The asymmetric Z-channel is a discrete memoryless channel with one of the input symbols transmitted with noise. The maximum a posteriori probability (MAP) decoding algorithm was analyzed, and a modified decoding algorithm on the asymmetric Z-channel was deduced. Based on the algorithm, simulations on the performance of turbo codes have been carried out, and the key issues of simulations are discussed. The simulation results show that turbo codes can get excellent bit error rate performance on the asymmetric Z-channel with our proposed decoding algorithm.

Key words: Z-channel; Turbo codes; MAP algorithm; decoding algorithm; bit error rate (BER)

自从 1993 年 C. Berrou 等人^[1]提出 Turbo 码以来, Turbo 码以其接近 Shannon 限的理论性能一直以来受到人们的普遍关注。Turbo 码的应用很广泛, 例如, 移动卫星通信系统^[2]、数字音频广播、数字视频广播、深空通信、UMTS/3GPP 和 CDMA 等领域^[3-6]。此外, Turbo 码技术也被应用到信息隐藏, 如视频和图像的加密和数字水印技术, 同时 Turbo 码的思想也被用于分布式信源编码和联合信源信道编码等领域^[7]。

不同编码方法的性能差异因信号传输信道的不同而有所区别。在利用 MAP 算法进行 Turbo 码译

码时需要信道的信息, 近年来在 AWGN 信道和衰落信道上的性能分析方法的论文很多^[3-9], 在二进制擦除信道上 Turbo 码的性能也有人做了研究^[10]。然而, 非对称信道与之不同, 非对称错误主要发生在光通信信道中。此外, 在一些大规模集成电路在利用串行总线传送信息时, 也会产生非对称错误^[11]。这类错误常用的信道模型就是非对称 Z 信道模型^[12-13]。本文首先分析了 Turbo 码编译码器的结构和原理, 然后介绍了 Z 信道的模型和特点, 并分析和推导了 Turbo 码在 Z 信道上的 MAP 译码算法, 表明 Turbo 码可以在 Z 信道上进行迭代译

* 收稿日期: 2009-01-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60673086, 60970041)

作者简介: 刘星成 (1964 年生) 男, 博士, 副教授; E-mail: isslxc@mail.sysu.edu.cn.

码,最后进行了计算机仿真,仿真结果也表明 Turbo 码的迭代译码性能在 Z 信道上有着优异的表现。

Turbo 码是一类并行级联卷积码 (PCCC),它 将递归系统卷积码 (RSC) 作为分量码,通过随机 交织器结合在一起,编码后的校验位经过删余矩阵 和复接器,从而产生不同码率的码字。在 Turbo 码 编码过程中,信息序列 d 经过一个交织器,形成一 个新序列 d' (长度与内容没变,但比特位置已经 重新排列过)。 d 与 d' 分别送到两个分量编码器 RSC1 和 RSC2,编码后生成校验序列为 v_1 和 v_2 ; 原来的 d 作为编码器的系统输出 v_0 。为提高码率, 序列 v_1 和 v_2 需要经过删余矩阵周期地删除一些校 验位,形成校验位序列 $v_i' (i=1, 2)$ 。 d 和 v_i' 经过 复接器后,生成 Turbo 码序列 (v_0, v_i) 。仿真时, 需要对 RSC1 编码器进行归零操作。

1 Turbo 码 MAP 译码算法

Turbo 码获得优异性能的根本原因之一是采用 了迭代译码,通过分量译码器之间软信息的交换来 提高译码性能。Turbo 码译码器的结构如图 1 所示, 它由两个软输入软输出译码器 DEC1 和 DEC2 串行 级联组成。译码器 DEC1 对分量码 RSC1 进行译 码,产生关于信息序列的比特的似然比信息,并将 其中的外部信息经过交织送给译码器 DEC2。DEC2 将此信息作为先验信息,对分量码 RSC2 进行译 码,产生交织后信息序列中每一比特的似然比信 息,其中的外部信息经过解交织后送给 DEC1,进 行下一次译码。这样经过多次迭代,DEC1 或 DEC2 的外部信息趋于稳定,似然比值逼近于对整 个码的最大似然译码。然后根据此似然比值进行硬判 决,即可得到信息序列的每一比特的最佳估值序列。

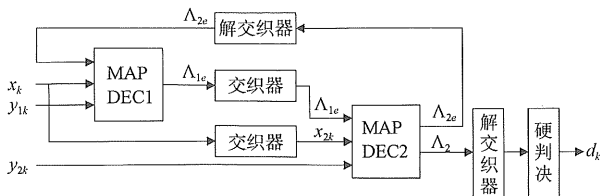


图 1 基于 MAP 算法的 Turbo 码迭代译码器

Fig. 1 Iterative decoder of Turbo codes based on the MAP algorithm

设编码器的输入信息序列为 $d_1^N = \{d_1, d_2, \dots, d_k, \dots, d_N\}$, 编码后的输出码字为 $C_1^N = \{C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, C_N\}$, 假定码率为 $1/2$, 记 k 时刻的输 出码字为 $C_k = (v_{0k}, v_k)$ 。码字经过信道传输后在

接收端得到的接收序列为 $R_1^N = \{R_1, R_2, \dots, R_k, \dots, R_N\}$, 其中 $R_k = (x_k, y_k)$ 。MAP 译码最终要得到的 软判决输出 (即后验概率似然比) 为^[1,14]

$$\Lambda(d_k) = \log \frac{\Pr\{d_k = 1 | R_1^N\}}{\Pr\{d_k = 0 | R_1^N\}} \quad (1)$$

若 $\Lambda(d_k) > 0$, 则判决值 $\hat{d}_k = 1$; 否则判决值 $\hat{d}_k = 0$ 。

为计算软输出对数概率似然比, 设 k 时刻编码器 的状态为 $S_k = m$, $k-1$ 时刻的状态为 $S_{k-1} = m'$, 定义 k 时刻的几个联合概率和条件概率函数 $\alpha_k(m)$ 、 $\beta_k(m)$ 和 $\gamma_i(R_k, m', m)$ 为:

$$\alpha_k(m) = \Pr\{S_k = m, R_1^k\} = \sum_{m'} \gamma(R_k, m', m) \alpha_{k-1}(m') \quad (2)$$

$$\beta_k(m) = \Pr\{R_{k+1}^N | S_k = m\} = \sum_{m'} \gamma(R_{k+1}, m', m) \beta_{k+1}(m') \quad (3)$$

式 (2) 是一个前向递归计算过程, 初值为 $\alpha_0(m=0) = 1, \alpha_0(m \neq 0) = 0$ 。式 (3) 是一个 后向递归计算过程, 对于编码器归零的迭代初值为 $\beta_N(m=0) = 1, \beta_N(m \neq 0) = 0$; 若编码器不归 零, 则迭代初值为 $\beta_N(m) = 1, \forall m$ 。式 (2) 和 (3) 得到的是数值不稳定的算法, 为了解决这个 问题, 进行归一化为:

$$\tilde{\alpha}_k(m) = \frac{\alpha_k(m)}{\sum_{m'} \alpha_k(m')}$$

$$\tilde{\beta}_k(m) = \frac{\beta_k(m)}{\sum_{m'} \beta_k(m')}$$

$$\gamma_i(R_k, m', m) = \Pr\{d_k = i, S_k = m, R_k | S_{k-1} = m'\} = \Pr\{d_k = i\} \cdot$$

$$\Pr\{R_k | C_k\}, i = 0, 1 \quad (4)$$

因此, 可以得到 $\Lambda(d_k)$ 的最终似然比的表示 形式为:

$$\Lambda(d_k) = \log \frac{\Pr\{d_k = 1 | R_1^N\}}{\Pr\{d_k = 0 | R_1^N\}} = \log \frac{\sum_{d_k=1:m} \sum_{m'} \tilde{\alpha}_{k-1}(m') \gamma(R_k, m', m) \tilde{\beta}_k(m)}{\sum_{d_k=0:m} \sum_{m'} \tilde{\alpha}_{k-1}(m') \gamma(R_k, m', m) \tilde{\beta}_k(m)} \quad (5)$$

(1) - (5) 式组成了 MAP 算法。

此后又有人推出了简化的 LOG-MAP 算法和更 简化的 MAX-LOG-MAP 算法, 以一定的性能牺牲 为代价换得了译码复杂度的大幅降低^[14-15]。

2 Z 信道的 Turbo 码译码算法

2.1 MAP 算法

设信道转移概率为 p , 信道模型如图 2 所

示^[12-13]:

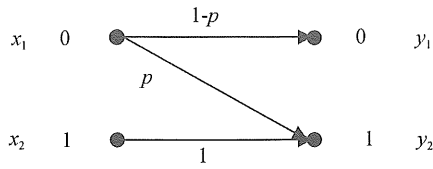


图 2 Z 信道模型

Fig. 2 Z-channel model

图 2 中有两个输入符号, 其中一个输入符号 x_2 无错误传输, 接收是 y_2 , 另一个输入符号 x_1 以错误概率 p 传输, 接收的是 y_1 或者 y_2 , 则信道转移概率矩阵为:

$$\begin{bmatrix} P(y_1 | x_1) & P(y_2 | x_1) \\ P(y_1 | x_2) & P(y_2 | x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(0 | 0) & P(1 | 0) \\ P(0 | 1) & P(1 | 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

所以有 $\Pr\{R_k | C_k\} =$

$$\begin{cases} (1-p)^2, & C_k = 00, R_k = 00 \\ p \cdot (1-p), & C_k = 00, R_k = 01 \text{ 或 } C_k = 00, R_k = 10 \\ (1-p), & C_k = R_k = 01 \text{ 或 } C_k = R_k = 10 \\ p^2, & C_k = 00, R_k = 11 \\ p, & C_k = 01, R_k = 11 \text{ 或 } C_k = 10, R_k = 11 \\ 1, & C_k = 11, R_k = 11 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

因为 $\gamma_i(R_k, m', m) = \Pr\{d_k = i\} \cdot \Pr\{R_k | C_k\} = \Pr\{d_k = i\} \cdot \Pr\{x_k | X_k\} \cdot \gamma_{ii}(R_k, m', m)$ (7)

$$\begin{aligned} \text{所以 } \Lambda(d_k) &= \log \frac{\Pr\{d_k = 1\}}{\Pr\{d_k = 0\}} + \\ &\log \frac{\Pr\{x_k | X_k = 1\}}{\Pr\{x_k | X_k = 0\}} + \Lambda_e(d_k) = \\ &\log \frac{\Pr\{d_k = 1\}}{\Pr\{d_k = 0\}} + \log \frac{x_k}{p} + \Lambda_e(d_k) \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\Lambda_e(d_k)$ 是外信息, 与输入的信息位无关, 只与校验位有关, 信息位 $x_k = 0, 1$ 。

2.2 MAP 算法迭代译码过程

迭代译码结构是 Turbo 码具有良好译码性能的一个重要原因。各个译码单元相互之间传递外信息, 作为先验信息提供给下一次译码, 即

$$\Lambda_e(d_k) = \log \frac{\Pr\{d_k = 1\}}{\Pr\{d_k = 0\}},$$

而 $\Pr\{d_k = 1\} = 1 - \Pr\{d_k = 0\}$,

$$\text{所以 } \Pr\{d_k = 1\} = \frac{e^{\Lambda_e(d_k)}}{1 + e^{\Lambda_e(d_k)}}, \Pr\{d_k = 0\} =$$

$$\frac{1}{1 + e^{\Lambda_e(d_k)}}.$$

同时结合图 1, 可以得到如下迭代译码步骤:

步骤 1: 初始化 $\Lambda_{2e}^{(0)}(d_k) = 0$ 。

步骤 2: 对于迭代次数 $r = 1, 2, \dots, I$, (其中 I 是总的迭代次数), 有,

(a) 由式 (5) 计算 $\Lambda_1^{(r)}(d_k)$ 和 $\Lambda_2^{(r)}(d_k)$ 。

(b) 由式 (8) 计算 $\Lambda_{1e}^{(r)}(d_k)$ 和 $\Lambda_{2e}^{(r)}(d_k)$:

$$\Lambda_{1e}^{(r)}(d_k) = \Lambda_1^{(r)}(d_k) - \log \frac{x_k}{p} - \tilde{\Lambda}_{2e}^{(r-1)}(d_k),$$

$$\Lambda_{2e}^{(r)}(d_k) = \Lambda_2^{(r)}(d_k) - \log \frac{x_k}{p} - \tilde{\Lambda}_{1e}^{(r)}(d_k).$$

步骤 3: $r + 1 \rightarrow r$, 如果 $r < I$, 转到步骤 2, 否则转到步骤 4。

步骤 4: 迭代结束, 对 d_k 进行硬判决, 得到输出码字。

3 仿真结果及性能分析

我们的实验仿真环境如下: VC++ 6.0, CPU 2.53 GHz, 512 MB, Windows XP Professional。译码器采用上述 MAP 算法。所有仿真结果均以误比特率 BER 对信道转移概率 p 的形式给出。Turbo 码的性能与交织器的设计类型、交织长度、分量码的选择、译码算法和迭代次数等因素有关。限于篇幅, 此处主要考察交织器和码率等因素对 Turbo 码性能的影响。

3.1 交织器类型的影响

Turbo 码中引入交织器的目的主要是为了增大 Turbo 码的有效距离使错误离散化, 便于译码器纠正随机错误, 这样可以提高数据传输的可靠性, 大大降低数据突发错误的影响。下面对分组交织器、伪随机交织器、映射交织器和编码匹配交织器的性能进行仿真比较^[16]。仿真参数设置为: 采用非对称 Z 信道模型, 信息序列的交织长度为 65 526, 码率为 $R = 1/2$, 迭代 6 次。

图 3 给出了 Turbo 码生成多项式为 (37, 21) 时 4 类交织器的性能比较曲线, 图 4 给出了 Turbo 码生成多项式为 (7, 5) 时 4 类交织器的性能比较曲线。从图 3 可以看出, 在信道转移概率 $p > 0.136$ 时, 映射交织器的性能优于分组交织器、伪随机交织器、映射交织器和编码匹配交织器^[16-17]; 当信道转移概率 $0.134 < p < 0.13$ 时, 编码匹配交织器的性能是最好的。但是, 编码匹配交织器和伪随机交织器在信息序列长时计算量大, 复杂性高, 运行时间是映射交织器的 1 000 倍。在 BER 为

10^{-5} 时, 映射交织器的信道转移概率为 0.139, 编码匹配交织器的为 0.138, 伪随机交织器的信道转移概率为 0.134。同样, 在图 3 的 4 类交织器中, 映射交织器的性能最好^[17]。

从上述仿真结果可以看出, 采用映射交织器和编码匹配交织器的 Turbo 码的误比特率随信道转移概率的减小而快速下降, 而且几乎没有错误平底, 尤其是当编码器约束长度较大时, 分组交织器和伪随机交织器的错误平底比较明显。当信道转移概率较小时, 编码匹配交织器的性能要优于映射交织器, 但在信道转移概率较大时, 映射交织器的性能是最优的。交织器的选择对于 Turbo 码的性能有直接影响, 在具体的条件下选择合适的交织器是很重要的。

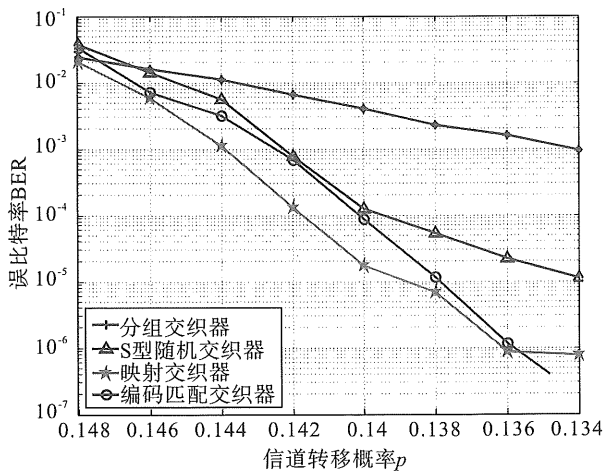


图 3 $R=1/2$ 的 (37, 21) Turbo 码在 Z 信道上的性能
Fig. 3 Performance of (37, 21) Turbo codes with coding rate 1/2 over Z-channel

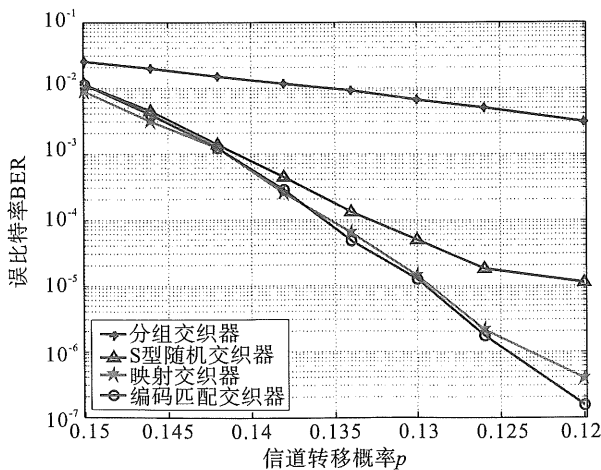


图 4 $R=1/2$ 的 (7, 5) Turbo 码在 Z 信道上的性能
Fig. 4 Performance of (7, 5) Turbo codes with coding rate 1/2 over Z-channel

3.2 不同交织长度的影响

下面就非对称 Z 信道模型、码率 $R = 1/2$ 、(37, 21) RSC 码, 迭代 6 次时, 对于不同交织长度对译码性能的影响进行比较。从图 5 可以看出, 当信道转移概率较大时 (如 >0.145), 交织长度的增加对误比特率性能的改进不大, 但是当信道转移概率减小时 (在 0.12 - 0.145 之间), 随着交织长度的增加, Turbo 码的纠错性能相应提高。因为交织长度越长, 码字中各个比特的交织距离就越大, 就越可以打乱突发错误, 使误比特率降低。在不改变 Turbo 码编码器和译码器结构的情况下, 可以通过增加交织长度来降低误比特率。但是交织长度增加时, 译码的复杂性也增加, 所带来的时延也相应增大, 在实际应用中要根据系统对实时性的要求进行折衷考虑。这些曲线为我们在给定 Turbo 码编译码器复杂度与时延要求的条件下, 如何选择交织器长度以使 Turbo 码的整体性能达到最佳, 提供了参考依据。

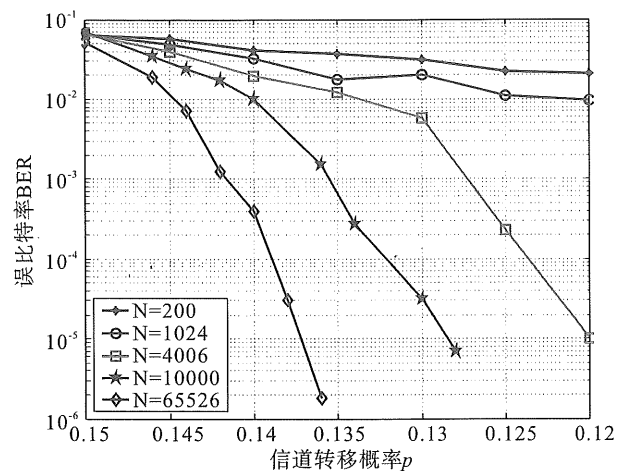


图 5 码率 1/2 时交织长度对 Turbo 码性能的影响
Fig. 5 Effects of different interleaving lengths on the performance of Turbo codes with coding rate 1/2

3.3 与 BSC 信道的比较

设 BSC 信道的转移概率为 p , 图 6 给出了 (37, 21) RSC 码组成的码率为 1/2 的 Turbo 码在 Z 信道和 BSC 信道上的性能。由图 6 可以看出, Turbo 码的误比特率性能曲线也是随着信道转移概率的减小而下降^[16] (其中 $p = Q(\sqrt{2R E_b/N_0})$)。同时可以看出, 在 $BER = 10^{-5}$ 、迭代 6 次时, Z 信道的转移概率 $p = 0.138$, 而 BSC 信道的转移概率小至 $p = 0.07$, 可见, Turbo 码 Z 信道的性能优于在 BSC 信道的性能。因此, 如果将 Turbo 码应用到

以 BSC 信道为主的通信系统中, 则要采取相应的措施 (如使用无删除码、分集传输、附加交织器和动态译码体系等方法) 以提高 Turbo 码在 BSC 信道的纠错性能。

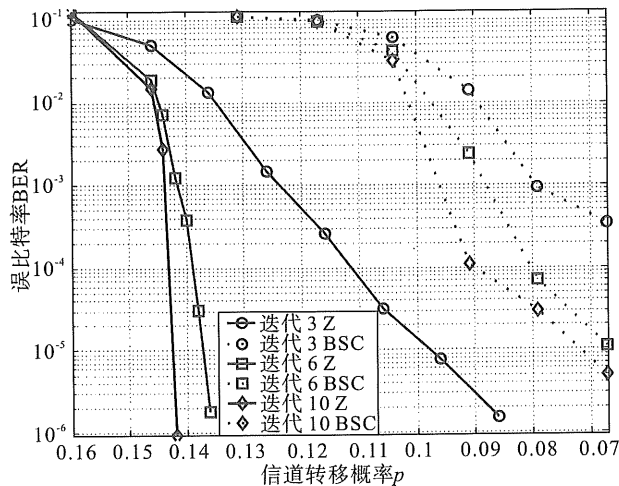


图 6 Z 信道与 BSC 信道上 Turbo 码的性能^[17]

Fig. 6 Performance of Turbo codes over Z-channel and BSC channel^[17]

4 结 论

本文结合非对称 Z 信道的特点, 对 Turbo 码编译码器的结构进行了分析和探讨, 首次对非对称 Z 信道中的 Turbo 码 MAP 译码算法进行了分析。通过 VC++6.0 仿真了 Turbo 码在 Z 信道上的性能, 并进一步对信道特性、码率、交织长度和迭代次数等参数变化引起的性能变化作了细致的研究。结果表明, 本文提出的 Z 信道的 Turbo 码译码算法可以获得很好的 BER 性能。

参考文献:

- [1] BERROU C, GLAVIEUX A, THITIMAJSHIMA P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes [C]. ICC'93, Geneva, Switzerland, 1993: 1064 - 1070.
- [2] HANZO L, WOODARD J P, ROBERTSON P, Turbo decoding and detection for wireless applications [J]. Proc. of the IEEE, 2007, 95(6): 1178 - 1200.
- [3] BENEDETTO S, MONTORSI G. Unveiling turbo-codes: Some results on parallel concatenated coding schemes [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1996, 42(2): 409 - 428.
- [4] BERROU C. The ten-year-old turbo codes are entering into service [J]. IEEE Communications Magazine, 2003, 41(8): 110 - 116.
- [5] QIN Z, TEH Kah Chan. Iterative reduced-complexity multiuser detection based on chase decoding for synchronous turbo-coded CDMA system [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(1): 200 - 208.
- [6] WU G, MA N, ZHU J. Spatial temporal turbo channel coding for 3GPP evaluation [C]. IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), 2007: 88 - 93.
- [7] ZHU G, ALAJAJI F. Joint source-channel turbo coding for binary Markov sources [J]. IEEE Trans. on Wireless Communications, 2006, 5(5): 1065 - 1075.
- [8] SUN J, VALENTI M C, Joint synchronization and SNR estimation for turbo codes in AWGN channels [J]. IEEE Trans. on Communications, 2005, 53(7): 1136 - 1144.
- [9] BOUZEKRI H, MILLER S L. An upper bound on turbo codes performance over quasi-static fading channels [J]. IEEE Communications Letters, 2003, 7(7): 302 - 304.
- [10] ROSNES E, YTREHUS O. Turbo decoding on the binary erasure channel: Finite-length analysis and turbo stopping sets [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 2007, 53(11): 4059 - 4075.
- [11] KLOVE T, OPRISAN P, BOSE B. Diversity combining for the Z-channel [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 2005, 51(3): 1174 - 1178.
- [12] GOLOMB S W. The limiting behavior of the Z-channel [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1980, 26(3): 372.
- [13] MOSKOWITZ I S, GREENWALD S J, KANG M H. An analysis of the timed Z-channel [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1998, 44(7): 3162 - 3168.
- [14] 刘东华. Turbo 码原理与应用技术 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2004: 119 - 123.
- [15] TALAKOUB S, SABETI L, SHAHRAVA B, et al. An improved Max-Log-MAP algorithm for turbo decoding and turbo equalization [J]. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(3): 1058 - 1063.
- [16] POPOVSKI P, KOCAREV L, RISTESKI A. Design of flexible-length S-random interleaver for turbo codes [J]. IEEE Communications Letters, 2004, 8(7): 461 - 463.
- [17] LIU X, HU Y, ZHANG L. Design of a deterministic interleaver for turbo codes and its applications in self-similar traffic streams [J]. Chinese Journal of Electronics, 2004, 13(2): 342 - 345.