第49卷 第4期 中山大学学报（自然科学版） Vol. 49 No. 4
2010年 7月 ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI Jul. 2010

基于CL多小波变换的图像编码*

柳 薇
（华南师范大学计算机学院，广东 广州 510631）

摘 要：图像的压缩编码是存储、处理和传输大容量的图像信息的基础，提高图像的压缩效率一直是人们不断追求的目标。对图像进行压缩编码，目前成熟的做法都是在变换域进行。在研究图像的多小波变换的基础上，提出了一种面向传输的图像编码方法：基于CL多小波变换的图像精细可分级编码。实验结果表明，该编码方法是对多小波应用于图像编码很有价值的研究。

关键词：多小波变换；图像编码；CL多小波
中图分类号：TN911.7 **文献标志码**：A **文章编号**：0529-6579（2010）04-0049-04

A Image Coding Method Based on CL Multiwavelet Transform

LIU Wei
（School of Computer, South China Normal University, Guangzhou 510631, China）

Abstract: Image compression is the foundation for image storage, processing and transmission. Most researches are done in transform domain. A deep research on the application of multiwavelets transform in scalable coding is made, and then a new image coding method, which is Fine Granularity Scalable image coding method based on CL multiwavelet transform, is proposed. The experimental results show that the proposed coding method is effective. It is a valuable work on the application of multiwavelet transform in image coding.

Key words: multiwavelet transform; image coding; CL multiwavelet

对图像进行压缩编码，成熟的做法都是在变换域进行。目前研究得比较广泛的是DCT、DWT等，而多小波则相对较少。小波变换具有能量汇聚特性，而且适应人的视觉系统的特点，从而在主观和客观上都优于其他变换域的压缩方法。多小波变换包括了传统小波的全部优点，而且同时集紧支性、对称性、正交性于一身，这些特性很适合应用于图像处理领域，大量的文献都对此做了很有价值的探讨[1-12]。

一幅图像经过多小波变换，不但分解为若干个不同空间方向和不同分辨率的子图像，而且每个子图像又进一步分解为若干个分量。图像经CL多小波变换以后，各个子图像以及各个方向分量系数具有不同特性，利用最佳截断嵌入码块编码（embedded block coding with optimized truncation，EBCOT）和多路量化（Multiple Quantization，MQ）自适应算术编码技术，对每个方向分量的多小波系数分别进行压缩编码；然后再根据率失真曲线对各方向分量分配不同的比特，可以得到具有良好的压缩效率的嵌入式码流。

2 图像的多小波变换

图像 $A_{N\times N}$ 进行多小波变换的步骤如下：

对 $A_{N\times N}$ 的行向量逐行进行前置滤波，产生一个 $N\times(N/2)$ 的向量矩阵，这个向量矩阵由二个分量矩阵 $A^{(1)}_{N\times(N/2)}$ 和 $A^{(2)}_{N\times(N/2)}$ 组成，把它们前后排列，有：

* 收稿日期：2009-11-20
基金项目：广东省工业攻关资助项目（2009B010900027）
作者简介：柳薇（1976年生），女，讲师，博士；E-mail：buzzingbee@163.com

$$A_{N\times N} \underset{PrefilteringRows}{\Rightarrow} \left(A^{(1)}_{N\times(N/2)} \quad A^{(2)}_{N\times(N/2)} \right)$$

对 $A^{(1)}_{N\times(N/2)}$ 的列向量逐列进行前置滤波，产生一个（$N/2$）×（$N/2$）的向量矩阵，这个向量矩阵由二个分量矩阵 $A^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/2)}$ 和 $A^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/2)}$ 组成。同样地，对 $A^{(2)}_{N\times(N/2)}$ 的列向量逐列进行前置滤波，也产生一个（$N/2$）×（$N/2$）的向量矩阵，这个向量矩阵也由二个分量矩阵 $A^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/2)}$ 和 $A^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/2)}$ 组成。把这四个分量矩阵上下前后排列，有：

$$\left(A^{(1)}_{N\times(N/2)} \right) \underset{\text{Prefiltering Columns}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} A^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/2)} \\ A^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/2)} \end{pmatrix}$$

$$\left(A^{(2)}_{N\times(N/2)} \right) \underset{\text{Prefiltering Columns}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} A^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/2)} \\ A^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/2)} \end{pmatrix}$$

于是有

$$\left(A^{(1)}_{N\times(N/2)} \quad A^{(2)}_{N\times(N/2)} \right) \underset{\text{Prefiltering Columns}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} A^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/2)} & A^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/2)} \\ A^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/2)} & A^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/2)} \end{pmatrix}$$

把 $A^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/2)}$ 的行和 $A^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/2)}$ 的行逐行组成长度为（$N/2$）的向量，然后进行多小波分解，得到二个（$N/2$）×（$N/4$）的向量矩阵，每个向量矩阵都由二个分量矩阵组成：$L^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)}$、$L^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/4)}$、$H^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)}$ 和 $H^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/4)}$，把它们前后排列，有：

$$\left(A^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/2)} \quad A^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/2)} \right) \underset{\text{Multiwavelet Decomposition of Rows}}{\Rightarrow} \left(L^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)} \quad L^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/4)} \quad H^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)} \quad H^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/4)} \right)$$

同样地，有

$$\left(A^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/2)} \quad A^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/2)} \right) \underset{\text{Multiwavelet Decomposition of Rows}}{\Rightarrow} \left(L^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/4)} \quad L^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/4)} \quad H^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/4)} \quad H^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/4)} \right)$$

因而有

$$\begin{pmatrix} A^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/2)} & A^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/2)} \\ A^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/2)} & A^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/2)} \end{pmatrix} \underset{\text{Multiwavelet Decomposition of Rows}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} L^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)} & L^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/4)} & H^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)} & H^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/4)} \\ L^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/4)} & L^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/4)} & H^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/4)} & H^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/4)} \end{pmatrix}$$

把 $L^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)}$ 的列和 $L^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/4)}$ 的列逐列组成长度为（$N/2$）的向量信号，进行多小波分解，得到二个（$N/4$）×（$N/4$）的向量矩阵，每个向量矩阵都由二个分量矩阵组成，把它们从上往下排列，有：

$$\begin{pmatrix} L^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)} \\ L^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/4)} \end{pmatrix} \underset{\text{Multiwavelet Decompositon of Columns}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} LL^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ LL^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ HL^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ HL^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} \end{pmatrix}$$

其它矩阵同此处理，就有：

$$\begin{pmatrix} L^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)} & L^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/4)} & H^{(1,1)}_{(N/2)\times(N/4)} & H^{(1,2)}_{(N/2)\times(N/4)} \\ L^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/4)} & L^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/4)} & H^{(2,1)}_{(N/2)\times(N/4)} & H^{(2,2)}_{(N/2)\times(N/4)} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} LL^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & LL^{(1,2)}_{(N/4)\times(N/4)} & LH^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & LH^{(1,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ LL^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & LL^{(2,2)}_{(N/4)\times(N/4)} & LH^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & LH^{(2,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ HL^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & HL^{(1,2)}_{(N/4)\times(N/4)} & HH^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & HH^{(1,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ HL^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & HL^{(2,2)}_{(N/4)\times(N/4)} & HH^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & HH^{(2,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} LL_{(N/2)\times(N/2)} & LH_{(N/2)\times(N/2)} \\ HL_{(N/2)\times(N/2)} & HH_{(N/2)\times(N/2)} \end{pmatrix}$$

其中

$$LL_{(N/2)\times(N/2)} = \begin{pmatrix} LL^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & LL^{(1,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ LL^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & LL^{(2,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \end{pmatrix}$$

$$LH_{(N/2)\times(N/2)} = \begin{pmatrix} LH^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & LH^{(1,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ LH^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & LH^{(2,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \end{pmatrix}$$

$$HL_{(N/2)\times(N/2)} = \begin{pmatrix} HL^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & HL^{(1,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ HL^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & HL^{(2,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \end{pmatrix}$$

$$HH_{(N/2)\times(N/2)} = \begin{pmatrix} HH^{(1,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & HH^{(1,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \\ HH^{(2,1)}_{(N/4)\times(N/4)} & HH^{(2,2)}_{(N/4)\times(N/4)} \end{pmatrix}$$

在图像编码的应用中，往往要对图像进行多次多小波变换，这时只需对每次变换后的 LL 子图像重复步骤（3）和（4），再次进行多小波变换即可。

对于 CL 多小波，前置滤波器为：

$$P_{re}(0) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{1+\sqrt{7}} & -\frac{1}{1+\sqrt{7}} \end{bmatrix}$$

CL 多小波 $L[k]$ 和 $H[k]$ 的参数如下：

$$L(0) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\times\sqrt{2}} & -\frac{1}{2\times\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{7}}{4\times\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{7}}{4\times\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$L(1) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\times\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$L(2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\times\sqrt{2}} & \frac{1}{2\times\sqrt{2}} \\ -\frac{\sqrt{7}}{4\times\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{7}}{4\times\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$H(0)=\begin{bmatrix}\frac{1}{2\times\sqrt{2}} & -\frac{1}{2\times\sqrt{2}}\\ -\frac{1}{4\times\sqrt{2}} & \frac{1}{4\times\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

$$H(1)=\begin{bmatrix}-\frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & \frac{\sqrt{7}}{2\times\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

$$H(2)=\begin{bmatrix}\frac{1}{2\times\sqrt{2}} & \frac{1}{2\times\sqrt{2}}\\ \frac{1}{4\times\sqrt{2}} & \frac{1}{4\times\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

2　CL 多小波应用于图像嵌入式编码

图像经过 CL 多小波图像编码后，原图像的绝大部分能量都集中在最低分辨率子图像的第一个分量上，其它三个分量所包含的能量，与第一个分量所包含的能量相比，微乎其微（见表 1）。因此，在图像编码时，对最低分辨率子图像的第一个分量分配最多比特数。这是利用 CL 多小波变换进行编码所要注意的特性。

表 1　图像 CL 多小波变换后的能量统计特性

Table 1　Energy characteristic of CL multiwavelet transform

LL1 子图像能量占图像总能量的百分比/%	LL1 子图像各个分量的能量之比 /%			
	$LL_1^{(1)}$	$LL_1^{(2)}$	$LL_1^{(3)}$	$LL_1^{(4)}$
97.36	96.53	2.51	0.62	0.34

将 JPEG2000 中的最佳截断嵌入码块编码 EBCOT和多路量化 MQ 技术应用到多小波系数的压缩编码，重新组织码流，可以得到压缩效率很好的嵌入式码流，具体编码步骤如下：

1）对原图（分辨率 512 ×512）进行 4 级 CL 多小波变换，得到 13 个子带，每个子带又分别有 4 个向量组成，共 52 个向量。

2）对得到的多小波系数根据子带和向量的不同，进行量化（可以取量化步长为 1）。

3）将各个向量划分成 32 ×32 大小的码块，利用 JPEG2000 的 EBCOT 和 MQ 技术依次对每个码块按照位平面的次序进行熵编码。

4）按照对图像失真的影响程度，对码流进行裁剪，重新组织，得到嵌入式的码流。

3　实验结果

分别以 3 种不同的编码方法对 512 ×512 的标准灰度图进行编码。这三种编码方法分别为本文提出的编码方法，文献 3 提出的一种利用 CL 多小波进行嵌入式的图像编码方法，以及 Jpeg2000 图像编码方法。表 2 分别给出了对比的实验结果。

表 2　实验结果

Table 2　Experimental Results

码率/bpp	1	0. 5	0. 25
Lena 512 ×512，8bpp			
本文方法 /dB	39. 67	37. 18	34. 07
文献［3］方法 /dB	39. 30	36. 94	34. 03
JPEG2000 /dB	40. 35	37. 28	34. 14
Barbara 512 ×512，8bpp			
本文方法 /dB	37. 15	32. 29	28. 41
文献［3］方法 /dB	36. 13	31. 08	27. 47
JPEG2000 /dB	37. 17	32. 29	28. 39
Goldhill 512 ×512，8bpp			
本文方法 /dB	36. 39	33. 17	30. 41
文献［3］方法 /dB	36. 13	32. 88	30. 22
JPEG2000 /dB	36. 59	33. 25	30. 54

理论上，对比单小波，多小波是更有利的变换工具，多小波拥有单小波不可能同时拥有的适用于图像编码的优良特性。纵观图像编码的发展历程，JPEG2000 标准中用到的 D9 –7 单小波是经过反复筛选后得到的。在此之前，主流的图像编码技术应用的是 DCT 变换。虽然大家已经从理论上肯定了单小波相对于 DCT 更适用于图像压缩编码，但一直苦于找不到理想的单小波基和针对小波系数的编码方案。学者们在小波应用潜力的鼓舞下，一直不懈努力，终于找到了适应于图像压缩编码的 D9 –7 单小波，并研究出了 EZW、SPIHT、EBCOT 这一系列针对小波系数的编码技术，使基于离散小波变换的图像编码方案终于超越了 DCT 变换，从而令图像的压缩编码效率上了新的台阶。同样，从理论而言，对比单小波，多小波是更有利的变换工具。这一点，已经得到了学术界的公认。多小波比单小波具有更大的自由度，因此，设计出比 D9 –7 单小波更适合于图像编码的多小波是有可能的[13 –15]。多小波拥有单小波不可能同时拥有的适用于图像编码优良特性，因此，在编码过程中，发挥多小波的特性，应该能得到更好的结果。

从实验结果可以看出，本文提出的基于 CL 多

小波变换的图像压缩编码算法虽然仍略逊于JPEG2000的压缩编码效率，但明显优于文献3提出的基于CL多小波变换的图像编码算法。实验结果显示了，本文提出的算法是多小波应用于图像编码的很有价值的尝试。同时，希望本文的研究能够启发其他学者的思维！

参考文献：

[1] ZHAO Chun, ZHAO Ping. Sampling theorem and irregular sampling theorem for multiwavelet subspaces [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(2): 705 – 713.

[2] LIU Wei, WANG Xinjie. Scalable image coding method based on multiwavelet transform[C]//Proceeding of CESA2006, 2006: 231 – 237.

[3] COTRONEI M, LAZZARO D, MONTEFUSCO L B, et al. Image compression through embedded multiwavelet transform coding [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 9(2): 184 – 189.

[4] 唐笑年，王树勋，王丹. Balanced opt-rec 多小波域内信息分层隐藏的分析与实现[J]. 电子学报，2009，(6): 1206 – 1211.

[5] HSUNG Tai-chiu, LUN D P K, HO K C. Optimizing the multiwavelet shrinkage denoising[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(1): 240 – 251.

[6] ZHAO Jiying, LIU Zheng, Laganiere, R.. Digital watermarking by using a feature-based multiwavelet fusion approach[C]// IEEE International Conference on Electrical and Computer Engineering 2004, Canadian, 2004, 1: 563 – 566.

[7] HSUNG T C, LUN D P K. On optimal threshold selection for multiwavelet shrinkage[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing 2004, Proceedings(ICASSP 04), 2004, 2: 957 – 960.

[8] LIN K K, GRAY R M. Wavelet video coding with dependent optimization[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2004, 14(4): 542 – 553.

[9] GAO Zhigang, ZHENG Y F. Motion optimized spatial-temporal video coding based on wavelet transform[C]// IEEE Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2004, 2: 1718 – 1722.

[10] TSAI C Y, HSA H K, HUANG H C, et al. Enhanced motion estimation for interframe wavelet video coding[C]// ICIP '04. 2004 International Conference on Image Processing, 2004, 4: 2275 – 2278.

[11] 孙朝晖，唐功友. 基于小波变换的图像和视频编码的研究 [D]. 中国海洋学院，2004.

[12] 毛玉星，杨士中. 小波域图像与视频压缩算法及应用研究 [D]. 重庆大学，2003.

[13] JIANG Q T. Design of multifilter banks and orthonormal multiwavelet bases [J]. IEEE Trans SP, 2008, 46(12): 3292 – 3304.

[14] LEBRUN J, VETTERLI M. Balanced multiwavelets theory and design [J]. IEEE Trans SP, 1998, 46(4): 1119 – 1125.

[15] 陈志新，徐金梧，杨德斌. 互为 Hilbert 变换对的正交小波构造及其应用[J]. 北京科技大学学报，2008(4): 245 – 255.