

# 基于振动响应的耦合杆系统损伤识别\*

吕中荣, 王文洁, 徐伟华, 刘济科  
(中山大学力学系, 广东 广州 510275)

**摘要:** 基于响应灵敏度分析法对两跨耦合杆系统的损伤识别问题进行了研究。建立了耦合杆系统的有限元运动方程, 利用状态空间法计算系统在外激励下的响应。将系统的局部损伤模拟为杆单元抗拉刚度的减少, 推导了响应对单元抗拉刚度的灵敏度。并利用此响应灵敏度进行系统的局部损伤识别。数值算例表明, 文中方法能快速准确地识别出耦合杆的局部损伤, 并且对模拟的人工噪声不敏感。说明该方法具有一定的工程应用前景。

**关键词:** 耦合杆; 损伤识别; 振动响应; 响应灵敏度

中图分类号: TB122 文献标志码: A 文章编号: 0529-6579(2012)05-0031-05

## Damage Identification in a Coupled Rod System from Measured Dynamic Responses

LÜ Zhongrong, WANG Wenjie, XU Weihua, LIU Jike

(Department of Applied Mechanics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract:** A new damage identification method for a coupled rod system with close and repeated natural frequencies is presented. The equation of motion for the coupled system is established from finite element analysis. The dynamic responses of the system are obtained from state-space method. And the dynamic responses of the system are used for damage detection. The local damage of the system is modeled by a reduction in the elemental tensile stiffness. The dynamic response sensitivity with respect to the damage parameter (elemental tensile stiffness) is then derived. In the inverse analysis, the local damages in the system are identified from dynamic response sensitivity-based finite element model updating method. It is found that the local damage(s) can be identified successfully from several dynamic response measurements. The effect of artificial measurement noise on the identified results is also discussed. Numerical simulation shows that the proposed method is insensitive to the measurement noise and with very good accuracy. This shows that the proposed method has the potential for real application.

**Key words:** coupled rod system; damage identification; dynamic response; response sensitivity

近年来, 利用测量的振动响应进行结构损伤识别是国内外研究的热点之一。理论上讲, 结构局部损伤的产生使得在该区域的结构刚度有所下降, 结构的振动响应及模态参数等(模态频率、模态振型、模态阻尼等)也将随之而改变。因此, 通过研

究结构的振动响应或振动特性的改变, 就能判断结构发生损伤与否, 并进一步确定损伤的位置和程度。一般来说, 工程结构的损伤识别可以分为以下4个步骤<sup>[1]</sup>: ①判断结构是否发生损伤; ②确定损伤的位置; ③确定损伤程度; 以及④结构发生损伤

\* 收稿日期: 2012-04-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11172333, 10972241); 广东省自然科学基金资助项目(9151027501000014); 广东省科技计划资助项目(2010A030200008, 2011A030200012); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(09lgpy08)

作者简介: 吕中荣(1975年生)男, 副教授; 通讯作者: 刘济科; E-mail: liujike@mail.sysu.edu.cn

后的寿命预估。基于振动的结构损伤识别法具有非破坏性、方便、快速和廉价的优点,已经广泛应用到梁类、板类等结构的损伤识别中<sup>[2-11]</sup>。

本文对具有相近频率的强耦合杆和相重频率的弱耦合杆系统的损伤识别问题进行研究。首先建立了强耦合杆和弱耦合杆系统的有限元运动方程。利用状态空间法计算系统在外激励下的响应。将杆的局部损伤模拟为单元抗拉刚度的减少。推导了响应杆单元抗拉刚度的灵敏度。并利用此响应灵敏度进行杆的局部损伤识别。对耦合杆系统单一和多个局部损伤进行了识别,研究了人工噪声对识别精度的影响。算例表明,本文方法能够有效地识别出耦合杆的局部损伤。

## 1 正问题

如图 1 所示的两跨连续杆系统在跨中通过弹簧耦合在一起,当弹簧常数  $k_i$  较大时,系统为弱耦合系统,当弹簧常数  $k_i$  较小时,系统为强耦合系统。通过有限元法离散,系统的强迫振动方程可以写成如下形式:

$$\mathbf{M}\{\ddot{d}\} + \mathbf{C}\{\dot{d}\} + \mathbf{K}\{d\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

其中,  $\{d\}$ ,  $\{\dot{d}\}$  和  $\{\ddot{d}\}$  分别为节点位移向量,速度向量和加速度向量,  $\mathbf{K}$  为系统刚度矩阵,  $\mathbf{M}$  为系统质量矩阵,  $\mathbf{C}$  为系统阻尼矩阵,本文采用瑞利阻尼模型<sup>[12]</sup>,即  $\mathbf{C} = a_1\mathbf{M} + a_2\mathbf{K}$ ,  $a_1$  和  $a_2$  为两常数,它们可由模态阻尼比和模态频率求得,  $\{F(t)\}$  为节点力向量。

应用状态空间法,式 (1) 改写为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{K}^* \mathbf{X} + \bar{\mathbf{F}} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \end{bmatrix}_{2n \times 1}$  为状态变量,它包含节点的位移

和速度信息,  $\mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$ ,  $\bar{\mathbf{F}} =$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}(t) \end{bmatrix}_{2n \times 1}$$

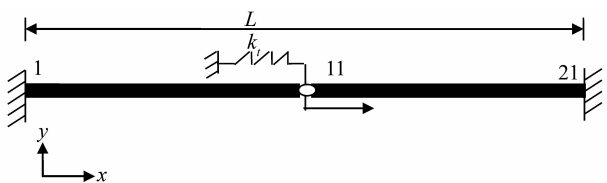


图 1 两端固支耦合杆系统 (1, 11, 21 为有限元节点编号)

Fig. 1 Coupled rod system fixed at both ends

利用指数矩阵法,微分方程 (2) 转化为如下离散的形式

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{X}_k + \bar{\mathbf{D}}\bar{\mathbf{F}}_k \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{A} = e^{\mathbf{K}^*\Delta t}$ , 为指数矩阵,  $\Delta t$  计算时取的时间步长,  $\bar{\mathbf{D}} = \mathbf{K}^{*-1}(\mathbf{A} - \mathbf{I})$ ,  $\mathbf{I}$  表示与  $\mathbf{A}$  同阶的单位矩阵。

给定外激励  $\{F(t)\}$ , 系统的振动响应可以由式 (2) 计算得到。

## 2 反问题

### 2.1 振动响应对损伤参数的灵敏度

在反问题中,利用基于时域响应灵敏度的有限元模型修正法来进行杆的局部损伤识别。在本文中,将杆局部损伤模拟为单元抗拉刚度的减少,并忽略损伤引起结构质量的改变。对式 (2) 中结构的损伤参数,如第  $i$  个单元的抗拉刚度  $EA^i$  求偏导数,可得

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{X}}}{\partial EA^i} = \mathbf{K}^* \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial EA^i} + \frac{\partial \mathbf{K}^*}{\partial EA^i} \mathbf{X} =$$

$$\mathbf{K}^* \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial EA^i} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial EA^i} \mathbf{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\alpha_2 \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial EA^i} \dot{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

$$\text{令 } \mathbf{Y} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial EA^i}, \bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial \alpha_i} \mathbf{d} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\alpha_2 \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial \alpha_i} \dot{\mathbf{d}} \end{bmatrix},$$

则式 (4) 可以写为

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{K}^* \mathbf{Y} + \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{G}} \quad (5)$$

式 (5) 的离散形式为

$$\mathbf{Y}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{Y}_k + \bar{\mathbf{D}}\bar{\mathbf{P}}_k + \bar{\mathbf{D}}\bar{\mathbf{G}}_k \quad (6)$$

位移和速度响应对抗拉刚度的灵敏度可直接从式 (5) 求得,加速度响应灵敏度可以由速度响应灵敏度微分一次获得,进一步便可形成响应灵敏度矩阵。

### 2.2 结构损伤参数的识别

识别问题可以表达为:寻求抗拉刚度向量  $\{EA\}$ ,使得计算出来的响应,如加速度响应与测量的响应最好地匹配,也就是

$$\mathbf{Q}\{R_{cal}\} = \{\hat{R}\} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{Q}$  为选择矩阵,其元素为 0 或 1,它与对应的测量响应分量的自由度相吻合;  $R_{cal}$  为计算的响应,  $\hat{R}$  为测量的响应。

识别方程可以表示为,

$$\{\delta z\} = \mathbf{S}\{\delta EA\} \quad (8)$$

$\{\delta R\} = \{\delta \hat{R}\} - \{\delta R_{cal}\}$  是测量和计算响应的差值,  $S$  是响应灵敏度矩阵, 其元素为动态响应对系统参数的偏导数, 可以从 (5) 式获得。

抗拉刚度增量向量  $\delta\{EA\}$  可以从阻尼最小平方法获得<sup>[13]</sup>

$$\delta\{EA\} = (S^T S + \lambda I)^{-1} S^T \delta\{z\} \quad (9)$$

其中  $\lambda$  是正则化参数, 本文应用  $L$  曲线方法获得最优的正则化参数  $\lambda$ <sup>[14]</sup>。

修正后的抗拉刚度向量为

$$\{EA\} = \{EA_0\} + \{\delta EA\} \quad (10)$$

其中  $\{EA_0\}$  为没有损伤时系统的抗拉刚度向量。

### 3 数值计算

如图 1 所示的耦合悬臂杆系统, 经有限元离散为 20 个均匀杆单元。假定系统参数为: 杆的杨氏模量  $E_0 = 200 \text{ GPa}$ , 密度  $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$ , 杆的总长  $L$  为 10 m, 横截面面积为  $0.0001 \text{ m}^2$ 。系统为强耦合系统时取  $k_t = 10^8 \text{ N/m}$ , 系统为弱耦合系统时取  $k_t = 10^{10} \text{ N/m}$ , 假定外激励为一个三角形冲击力, 其大小为

$$\begin{cases} F(t) = 10^3(t - 0.02)N & (0.02 \text{ s} < t \leq 0.04 \text{ s}) \\ F(t) = 10^3(0.06 - t)N & (0.04 \text{ s} < t \leq 0.06 \text{ s}) \end{cases}$$

该力从初始时刻  $t = 0.02 \text{ s}$  开始, 到  $0.06 \text{ s}$  结束, 沿轴正方向作用在杆第 11 号节点上。假定系统前 2 阶模态的阻尼系数均为 0.01, 计算响应时, 时间步长取为  $0.0002 \text{ s}$ 。

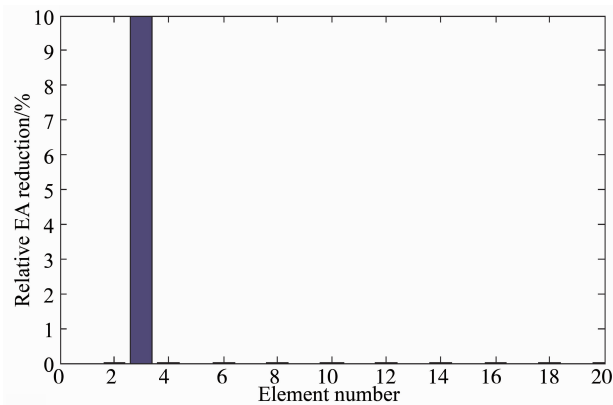


图 2 强耦合杆系统单一损伤的识别 (无噪声)  
Fig. 2 A single damage identification for strongly coupled rod system (noise free)

#### 3.1 强耦合系统损伤识别

工况 1: 单一损伤的识别。

首先研究单一损伤的识别, 假定系统的第 3 个单元的抗拉刚度减少 10% 来模拟局部损伤。损伤

识别中, 利用位于第 5、10 和 15 个节点上的 3 组加速度响应  $1.0 \text{ s}$  的数据来进行识别。在这个工况中, 不考虑测量噪声的影响。经过 17 次迭代后, 识别结果如图 2 所示。该图表明, 第 3 个单元上的局部损伤成功地识别出来了, 并且在其他单元上没有出现误判的情况。表明本文方法能够成功地识别出强耦合杆系统的单一局部损伤。

工况 2: 多损伤的识别。

假定强耦合杆系统第 3 号和第 15 号单元的抗拉刚度分别减少 10%、5% 来模拟局部损伤。用于识别损伤的加速度响应同工况 1。在这个工况中也不考虑测量噪声。经过 19 次迭代后, 识别结果如图 3 所示。该图表明, 第 3 和第 15 号单元上的局部损伤成功地识别出来了, 该算例表明本文方法能够有效识别出强耦合杆系统的多个局部损伤。

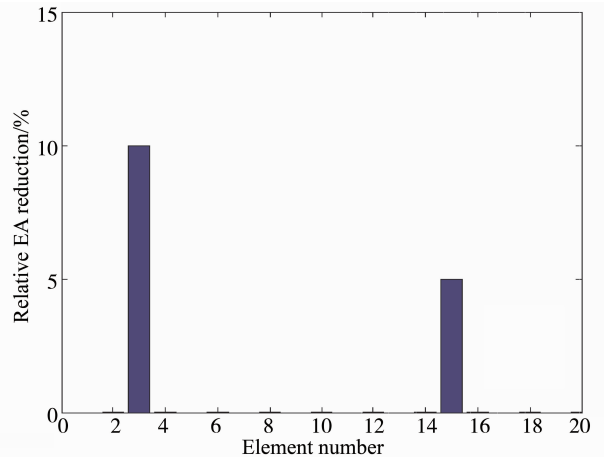


图 3 强耦合杆系统多损伤识别 (无噪声)  
Fig. 3 Multiple damages identification for strongly coupled rod system (noise free)

工况 3: 测量噪声的影响。

这个工况中研究测量噪声对损伤识别结果的影响, 重新考虑工况 2。有人工模拟噪声的加速度响应可表示如下

$$\hat{\ddot{d}} = \ddot{d}_{cal} + E_p * N_{oise} * \text{var}(\ddot{d}_{cal}) \quad (12)$$

其中,  $\hat{\ddot{d}}$  为带噪声的加速度响应,  $E_p$  为噪声水平,  $N_{oise}$  表示噪声服从标准正态分布,  $\text{var}(\cdot)$  具有 0 均值和单位标准差,  $\text{var}(\cdot)$  是加速度响应时程的均方差。仿真计算中, 在计算响应中增加 10% 人工噪声来模拟实际的测量噪声对识别结果的影响。经过 22 步迭代计算后, 识别结果如图 4。该图表明, 即使在 10% 的噪声水平下, 2 个局部损伤也被成功地识别出来, 最大误差不到 0.3%, 这表

明本文方法对测量噪声不敏感, 具有工程应用潜力。

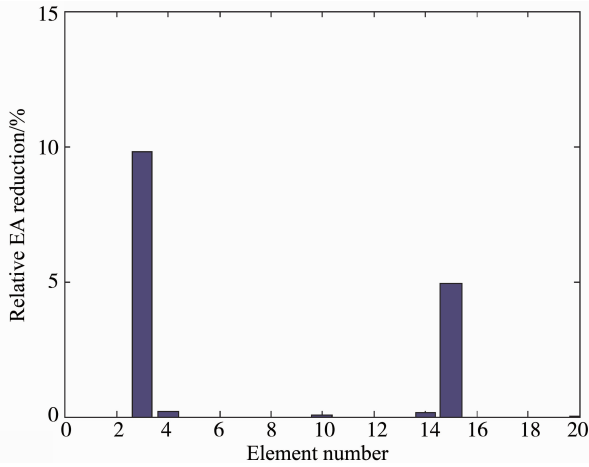


图 4 强耦合杆系统多损伤识别 (10% 噪声水平)

Fig. 4 Multiple damages identification for strongly coupled rod system (10% noise level)

### 3.2 强耦合系统损伤识别

工况 4: 多损伤的识别。

这里研究弱耦合杆系统的多损伤识别, 假定系统第 3、15 号单元的抗拉刚度分别减少 10%、5% 来模拟局部损伤。用于识别损伤的加速度响应同上一个工况。在这个工况中也不考虑测量噪声。经过 19 次迭代后, 识别结果如图 5 所示。该图表明, 第 3 和第 15 号单元上的局部损伤成功地识别出来了, 识别的最大误差约为 0.1%, 表明本文方法能够成功地识别出弱耦合系统的多个局部损伤。

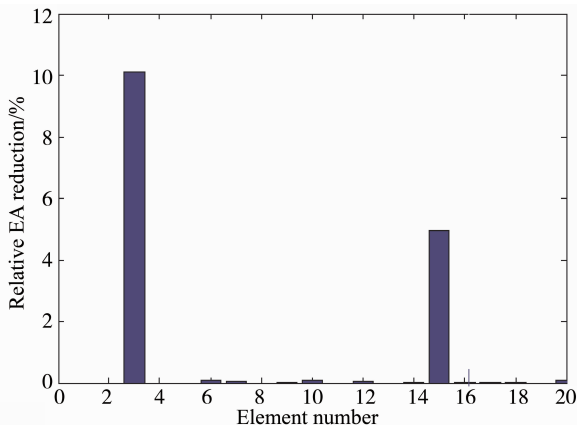


图 5 弱耦合杆系统多损伤识别

Fig. 5 Multiple damages identification for weakly coupled rod system (noise free)

工况 5: 测量噪声的影响。

这个工况中研究测量噪声对损伤识别结果的影

响, 重新考虑工况 4。同样在计算响应中增加 10% 人工噪声来模拟实际的测量噪声对识别结果的影响。经过 24 步迭代计算后, 识别结果图 6 所示。该图表明, 在 10% 的噪声水平下, 2 个局部损伤也被成功地识别出来, 最大误差不到 0.5%, 这进一步表明本文方法对测量噪声不敏感。

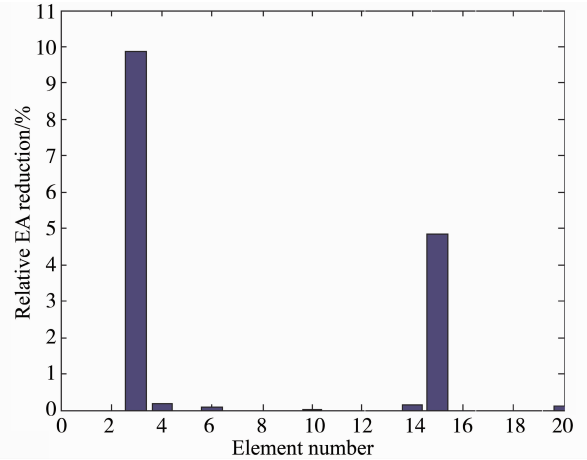


图 6 弱耦合杆系统多损伤识别 (10% 噪声水平)

Fig. 6 Multiple damages identification for weakly coupled rod system (10% noise level)

## 4 结 论

提出了基于时域响应的有限元模型修正法的损伤识别方法对耦合杆系统的局部损伤进行识别。本文方法能有效识别具有相近频率和相重频率特征的耦合杆系统的局部损伤。主要结论如下:

1) 需要利用加速度测点的数目较少, 本文中只需要利用三个测点上的加速度响应就能成功地识别出耦合杆系统的局部损伤。

2) 损伤的定位和损伤程度的识别可以达到较好的精度要求, 且计算量小, 识别速度快。

3) 对测量噪声不敏感的, 具有一定的工程应用潜力。

参考文献:

- [1] RYTTER A. Vibration based inspection of civil engineering structures [D]. Department of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg. 1993.
- [2] WAHAB M M A, ROECK G D. Damage detection in bridges using modal curvatures; application to real damage scenario[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 226(2): 217-235.
- [3] YANG Q W, LIU J K. A coupled method for structural

- damage detection [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 296: 401 - 405.
- [4] 朱宏平, 张源. 基于自适应神经网络的结构损伤检测 [J]. *力学学报*, 2003, 35(1): 110 - 116.
- [5] LAW S S, LI X Y, LU Z R. Structural damage detection from wavelet coefficient sensitivity with model errors [J]. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 2006, 132(10): 1077 - 1087.
- [6] 杨秋伟, 刘济科. 结构损伤识别的柔度灵敏度方法 [J]. *中山大学学报: 自然科学版*, 2010, 49(1): 16 - 19.
- [7] 宋雨, 项贻强, 徐兴. 基于结构振动的桥梁损伤检测 [J]. *振动、测试与诊断*, 2005, 25(3): 222 - 226.
- [8] 刘济科, 汤凯. 基于振动特性的损伤识别方法的研究进展 [J]. *中山大学学报: 自然科学版*, 2004, 43(6): 57 - 61.
- [9] 孙宗光, 高赞明, 倪一清. 基于神经网络的桥梁损伤位置检测 [J]. *工程力学*, 2004, 21(1): 43 - 47.
- [10] WU D, LAW S S. Damage localization in plate structures from uniform load surface curvature [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 276(1/2): 227 - 244.
- [11] 刘济科, 杨秋伟, 邹铁方. 结构损伤识别中的模型团聚问题 [J]. *中山大学学报: 自然科学版*, 2006, 45(1): 1 - 4, 8.
- [12] BATHE K J. *Finite element procedures in engineering analysis* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1982.
- [13] TIKHONOV A M. On the solution of ill-posed problems and the method of regularization [J]. *Soviet Mathematics*, 1963, 4: 1035 - 1038.
- [14] HANSEN P C. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve [J]. *SIAM Review*, 1992, 34(4): 561 - 580.

(上接第 25 页)

- [4] 王建国, 刘青, 陈必清, 等. 低温熔盐中 Tb、Fe 和 Co 的电化学行为及 Tb-Fe-Co 合金膜的诱导共沉积 [J]. *昆明理工大学学报*, 2007, 32(3A): 9 - 14.
- [5] KOZA Jakub Adam, UHLEMANN Margitta. The effect of magnetic fields on the electrodeposition of Co-Fe alloys [J]. *Electrochimica Acta*, 2009, 45(2): 259 - 266.
- [6] KOZA Jakub Adam, UHLEMANN Margitta, MICKEL Christine, et al. The effect of magnetic field on the electrodeposition of CoFe alloys [J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2009, 321(14): 2265 - 2268.
- [7] 黄云霞, 曹全喜, 李智敏, 等. 空心微球表面化学镀 Co/Co, Fe 薄膜制备及其微波吸收性能 [J]. *稀有金属材料与工程*, 2007, 36(6): 1096 - 1099.
- [8] KIM T H, JEONG Y H, et al. Structural and magnetic properties of Co-Fe alloy films [J]. *Journal of Applied Physics*, 1997, 81(8): 4764 - 4766.
- [9] 马云庆, 江惠芳, 杨水源, 等. 铁磁性 Co-Fe 记忆合金的马氏体相变特性及形状记忆效应 [J]. *稀有金属材料与工程*, 2009, 38(3): 409 - 413.
- [10] 宣天鹏, 章磊, 黄芹华. 稀土 La 对化学镀 Co-Fe-B 合金层晶体结构的影响 [J]. *材料热处理学报*, 2003, 24(4): 66 - 69.
- [11] KIM T H, JEONG Y H. Structural and magnetic properties of Co-Fe alloy films [J]. *Chemical Papers*, 2011, 65(4): 460 - 468.
- [12] KIM Sung Soo, KIM Seon Tae. Magnetic and microwave absorbing properties of Co-Fe thin films plated on hollow ceramic microspheres of low density [J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2004, 271(1): 39 - 45.
- [13] BERENBAUM A, GINZBURG-MARGAU M, COOMBS N, et al. Ceramics containing magnetic Co-Fe alloy nanoparticles from the pyrolysis of a highly metallized organometallic polymer precursor [J]. *Inorganic Materials*, 2005, 41(10): 1017 - 1032.
- [14] LIU Xiaomin, EVANS P. Electrodeposited Co-Fe and Co-Fe-Ni alloy films for magnetic recording write heads [J]. *Magnetics*, 2000, 36(5): 3479 - 3481.
- [15] PFEIFER F, RADELOFF C. Soft magnetic Ni-Fe and Co-Fe alloys-some physical and metallurgical aspects [J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 1980, 19(1/3): 190 - 207.