

# 基于分数阶 PD 速度控制器的永磁同步电动机控制研究\*

王瑞萍<sup>1,2</sup>, 皮佑国<sup>2</sup>

(1. 广州民航职业技术学院, 广东 广州 510403;

2. 华南理工大学自动化科学与工程学院//自主系统与网络控制教育部重点实验室, 广东 广州 510641)

**摘要:** 为了实现交流永磁同步电机的高性能速度控制, 提出一种能满足系统稳定性和鲁棒性要求的分数阶比例微分控制器。为评价该控制器的性能, 将该控制器和采用最优化设计的整数阶比例积分控制器分别应用于同一系统进行了仿真和原型实验。结果表明: 采用文中提出的分数阶比例微分控制器的系统响应速度、跟随性能和节能效果均优于采用整数阶比例积分控制器的系统。

**关键词:** 分数阶比例微分控制器; 整数阶比例积分控制器; 交流永磁同步电动机; 跟随性能; 节能效果

**中图分类号:** TP214 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579(2013)03-0034-06

## Research on Fractional-order PD Speed Controller for PMSM

WANG Ruiping<sup>1,2</sup>, PI Youguo<sup>2</sup>

(1. Guangzhou Civil Aviation College, Guangzhou 510403, China;

2. Key Laboratory of Autonomous Systems and Networked Control of the Ministry of Education//School of Automation

Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

**Abstract:** In order to implement the high-efficiency velocity control of AC permanent magnet synchronous motors, a fractional-order PD controller satisfying the system stability and robustness is proposed. Then, for the purpose of evaluating the performance of the controller, a comparison between the designed controller and the conventional optimal integer-order PI controller is made via simulations and prototype experiments. The results show that the designed fractional-order PD controller outperforms the optimal integer-order PI controller in response speed and tracking performance, and energy-saving efficiency.

**Key words:** fractional order PD controller; integer order PI controller; PMSM; tracking performance; Energy-saving efficiency

PID 作为一种最佳控制律在工业控制中一直占有主导地位。但如果要实现系统的高性能控制, 经典的 PID 控制就难以达到要求的控制效果, 因而高性能控制策略引起了广泛的兴趣。为提高它的控制品质, 近年来, 分数阶控制器的应用吸引了越来越多的关注<sup>[1-4]</sup>。在控制领域, 考虑用分数阶控制器设计整数阶对象<sup>[5]</sup>。这是基于这一事实, 即对象模型可能已经作为一个传统意义上的整数阶模型

被获得, 想利用分数阶控制器来达到提高系统控制性能的目的。文献 [3] 提出的  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  控制器, 比经典的 PID 控制器具有较好的控制性能, 这是因为引入了另外的两个参数  $\mu$  和  $\lambda$  对调节系统性能起到了重要的作用。

本文的思路是: 利用  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  控制器具有多于传统 PID 控制器两个自由度  $\mu$  和  $\lambda$ , 可以通过调节  $\mu$  和  $\lambda$  来提高系统的性能; 其次, 利用微分提高跟随

\* 收稿日期: 2012-04-01

基金项目: 广东省产学研结合资助项目 (2009B090300269)

作者简介: 王瑞萍 (1980 年生), 女, 博士; E-mail: wangrp2007@yahoo.com.cn

性,同时利用分数阶微分的记忆功能来实现无静差控制<sup>[6]</sup>,由此提出一种分数阶比例微分(FO-PD)控制器。

运动控制系统是以速度、加速度等运动学物理量为被控制量的控制系统。在实际中,运动控制系统可分为随动控制系统和恒值控制系统。本文主要针对随动系统研究系统的跟随性能。随动系统的特点是系统的给定值变化规律完全取决于事先不能确定的时间函数,追求被控制量快速跟随设定值变化,评价指标为调节时间、上升时间和超调量等指标<sup>[7]</sup>。本文以三相交流永磁同步电动机作为控制对象,研究 FO-PD 速度控制策略。将电流环校正后的对象作为等效对象,专注 FO-PD 速度控制,研究该系统的速度跟随性能,并从能量消耗的角度研究分数阶控制器的节能效果。为了公平地评价 FO-PD 速度控制器的控制性能,与按照目前应用最为广泛的整数阶比例积分(IO-PI)速度控制器的控制性能进行比较。

## 1 控制对象、控制器和设计准则

### 1.1 控制对象

本文采用的交流永磁同步电动机的参数如下:相电枢电阻为  $R=0.29\ \Omega$ ,转矩常数  $K_t=1.83\ \text{N}\cdot\text{m}/\text{Arms}$ ,电气时间常数  $t=19\ \text{ms}$ ,转动惯量  $J=0.00341\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$ 。采用矢量控制策略,令  $i_d=0$ 后,转速-转矩控制为一典型的电流、转速双闭环控制。电流环采用 PI 调节器,参数整定后,得到电流闭环等效的惯性环节的时间常数为  $T=0.00112\ \text{s}$ 。进而得到控制对象的等效模型为:

$$P(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)} \quad (1)$$

由于式(1)中的系统增益  $k$  可以转移到控制器的  $K_p$  中去,而不影响整个控制系统的系统增益,所以,不失一般性,将对象(1)中的系统增益规范化为 1。

### 1.2 分数阶控制器与整数阶控制器

分数阶比例微分控制器具有如下形式:

$$C(s) = K_p(1 + K_d s^\mu) \quad (2)$$

式中,  $\mu \in (0, 1]$ 。显然,这是通用的包含积分阶次  $\lambda$  和微分阶次的  $\mu$  的分数阶  $\text{PI}^\lambda \text{D}^\mu$  控制的一种特殊形式( $\lambda=0$ )。

整数阶比例积分控制器具有如下形式:

$$C_1(s) = K_{p1}(1 + \frac{K_{i1}}{s}) \quad (3)$$

式中  $K_{p1}$  和  $K_{i1}$  分别为比例和积分增益。

### 1.3 设计准则

假定截止频率  $\omega_c$  和相位裕度  $\varphi_m$  已知。为了满足系统稳定性和鲁棒性的要求,由截止频率和相位裕度的基本定理得到如下的 3 个关于开环传递函数  $G(s)$  的相位和幅值的准则<sup>[8-11]</sup>:

(i) 相位裕度准则

$$\text{Arg}[G(j\omega_c)] = \text{Arg}[C(j\omega_c)P(j\omega_c)] = -\pi + \varphi_m \quad (4)$$

(ii) 系统增益变化的鲁棒性准则

$$\left(\frac{d(\text{Arg}(C(j\omega)P(j\omega)))}{d\omega}\right)_{\omega=\omega_c} = 0 \quad (5)$$

在给定截止频率处,相位的导数为零。也就是说,相位伯德图在对应截止频率处是平的。即,系统对开环增益变化的鲁棒性好以及对于阶跃响应的超调量应几乎不变。

(iii) 幅值准则

$$|G(j\omega_c)| = |C(j\omega_c)P(j\omega_c)| = 1 \quad (6)$$

## 2 分数阶比例微分控制器的设计

由式(1)知,控制对象的幅值和相位的频率表示为:

$$\text{Arg}[P(j\omega)] = -\tan^{-1}(\omega T) - \frac{\pi}{2} \quad (7)$$

$$|P(j\omega)| = \frac{1}{\omega \sqrt{1 + (\omega T)^2}} \quad (8)$$

FO-PD 控制器可写为:

$$C(j\omega) = K_p(1 + K_d(j\omega)^\mu) = K_p[(1 + K_d\omega^\mu \cos \frac{\mu\pi}{2}) + jK_d\omega^\mu \sin \frac{\mu\pi}{2}] \quad (9)$$

其幅值和相位的频率表示为:

$$\text{Arg}[C(j\omega)] = \tan^{-1} \frac{\sin \frac{(1-\mu)\pi}{2} + K_d\omega^\mu}{\cos \frac{(1-\mu)\pi}{2}} - \frac{(1-\mu)\pi}{2} \quad (10)$$

$$|C(j\omega)| = K_p \sqrt{(1 + K_d\omega^\mu \cos(\mu\pi/2))^2 + (K_d\omega^\mu \sin(\mu\pi/2))^2} \quad (11)$$

开环传递函数为:

$$G(s) = C(s)P(s) \quad (12)$$

由式(7)和(10),根据准则(i), $G(s)$ 的相位可以表示为:

$$\begin{aligned} & (\text{Arg}[G(j\omega)])_{\omega=\omega_c} = \\ & \tan^{-1} \frac{\sin((1-\mu)\pi/2) + K_d\omega_c^\mu}{\cos((1-\mu)\pi/2)} + \frac{\mu\pi}{2} - \pi - \\ & \tan^{-1}(\omega_c T) = -\pi + \varphi_m \end{aligned} \quad (13)$$

由上式可得  $K_d$  和  $\mu$  之间的关系:

$$K_d = \frac{1}{\omega_c^\mu} \tan[\tan^{-1}(\omega_c T) + \varphi_m - \frac{\mu\pi}{2}] \cdot \cos\left(\frac{(1-\mu)\pi}{2}\right) - \frac{1}{\omega_c^\mu} \sin\left(\frac{(1-\mu)\pi}{2}\right) \quad (14)$$

根据准则 (ii),

$$\left(\frac{d(\text{Arg}(C(j\omega)P(j\omega)))}{d\omega}\right)_{\omega=\omega_c} = \frac{\mu K_d \omega_c^{\mu-1} \cos((1-\mu)\pi/2)}{\cos^2((1-\mu)\pi/2) + (\sin((1-\mu)\pi/2) + K_d \omega_c^\mu)^2} - \frac{T}{1 + (T\omega_c)^2} - \tau = 0 \quad (15)$$

由公式 (15) 可得到

$$K_d = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4A^2 \omega_c^{2\mu}}}{2A\omega_c^{2\mu}} \quad (16)$$

式中,  $A = \frac{T}{1 + (T\omega_c)^2}$

$$B = 2A\omega_c^\mu \sin\left(\frac{(1-\mu)\pi}{2}\right) - \mu\omega_c^{\mu-1} \cos\left(\frac{(1-\mu)\pi}{2}\right) \quad (17)$$

根据准则 (iii), 可得到关于  $K_p$  的方程:

$$|G(j\omega_c)| =$$

$$K_p \sqrt{(1 + K_d \omega_c^\mu \cos(\mu\pi/2))^2 + (K_d \omega_c^\mu \sin(\mu\pi/2))^2} / (\omega_c \sqrt{1 + (\omega_c T)^2}) = 1 \quad (18)$$

显然, 由式 (14)、(16) 和 (18) 三个方程, 可以得到三个参数  $K_d$ 、 $\mu$  和  $K_p$  的解。

本文中采用作图的方法来求解  $K_d$  和  $\mu$  这两个参数。具体步骤如下:

(i) 给定系统截止频率  $\omega_c = 5000$  (rad/s);

(ii) 给定期望的相位裕度  $\varphi_m = 70^\circ$ ;

(iii) 根据式 (14)、(16) 画出  $K_d$  关于  $\mu$  的曲线。得到  $K_d = 0.0034$ ,  $\mu = 0.824$ 。

(iv) 通过式 (18) 计算  $K_p = 6801.2$ 。

说明: 这里  $K_p$  的值是控制器和控制对象两部分比例系数的乘积, 在按实际模型仿真和原型实验时, 应该将对象的比例系数除去。经过一定的计算得到控制器的  $K_p = 12.6733$ 。

### 3 仿真和实验研究

本文采用脉冲响应不变离散化的数字实现算法在时域内实现设计的 FO-PD 控制器中的分数阶算

$s^\mu$ <sup>[12]</sup>。采样周期为 0.000625 s。得到 FO-PD 控制器的离散传递函数为:

$$C_{FO-PD} = (0.06909z^4 - 0.161z^3 + 0.1285z^2 - 0.0397z + 0.003561) / (0.002051z^4 - 0.003527z^3 + 0.001539z^2 + 3.106 \times 10^{-5}z - 6.1 \times 10^{-5})$$

本文选择时间乘以误差绝对值积分 (ITAE) 性能指标来设计整数阶 PI 控制器, 因为该指标可设计具有高负载扰动抑制的控制器, 最大限度地减少系统超调的同时保持系统的鲁棒性<sup>[13]</sup>。参考文献 [5], 得到 IO-PI 控制器的参数为  $K_{p3} = 2.1$  和  $K_{i3} = 5.02$ 。因此, 最优 ITAE 整数阶控制器的传递函数为

$$c_{IO-PI} = 2.1 \left(1 + \frac{5.02}{s}\right)$$

#### 3.1 仿真研究

在 MATLAB/SIMULINK 环境下, 按照实际的永磁同步电机模型建模与仿真, 采用相同的电流内环, 用阶跃信号作为输入, 如图 1 所示。为了更加直观的比较整数阶控制器和分数阶控制器的跟随性能, 表 1 列出了其主要性能指标: 上升时间  $t_r$ 、超调量  $\sigma$  和调节时间  $t_s$  (稳态值  $\pm 2\%$ )。图 2 是分别采用两种控制器的控制信号的对比。控制信号绝对值的积分, 即采用 FO-PD 控制器和最优的 IO-PI 控制器的能量消耗分别为 0.0233 和 0.029。图 3 为用正弦波和三角波作为输入信号的系统速度输出响应和跟随误差。

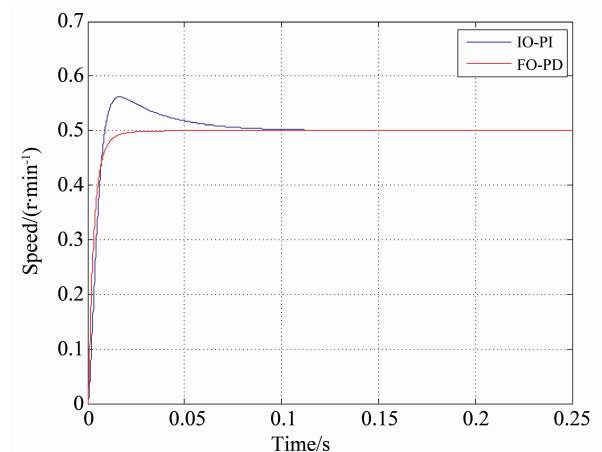


图 1 阶跃响应曲线

Fig. 1 Step responses

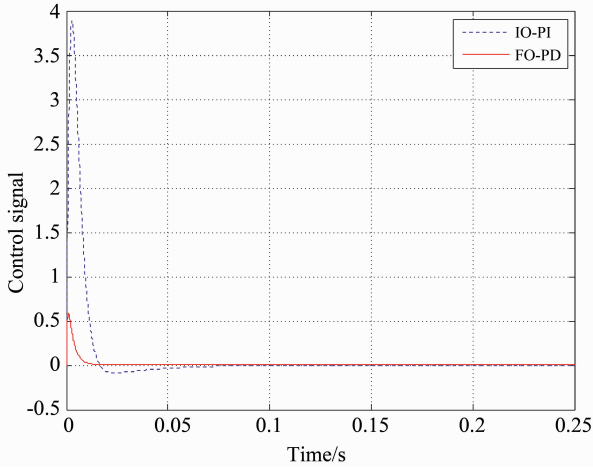


图 2 控制信号  
Fig. 2 Control signals

表 1 跟随性能指标

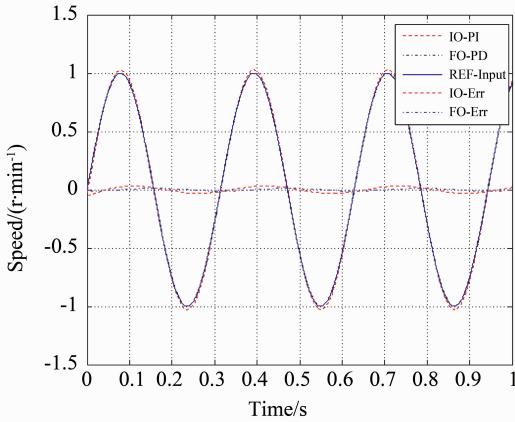
Table 1 Tracking performance index

控制器	$t_r/s$	$\delta\%$	$t_s/s$
IO-PI	0.007 5	12.3	0.064 5
FO-PD	0.007 0	0	0.013 7

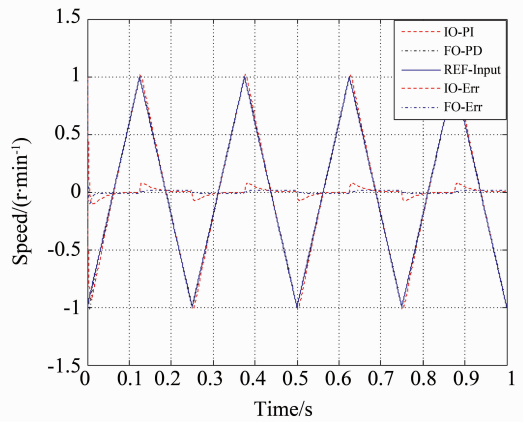
从仿真结果可见，采用 FO-PD 控制器的系统动态响应速度和跟随性能优于采用 IO-PI 控制器的系统，并且具有更少的能耗。

### 3.2 原型实验研究

实验方案如图 4 所示，控制对象为日本三洋公司的永磁同步电动机。伺服驱动装置为实验室自制，其中同步电机采用 SVPWM 控制策略，控制器采用 DSP2812 芯片。实验用 Ti Code Composer Studio (CCS) 软件在 PC 机上执行。



(a) 正弦波及其误差曲线



(b) 三角波及其误差曲线

图 3 采用分数阶和整数阶控制器的速度响应

Fig. 3 Speed responses with FO-PD and IO-PI controller



图 4 实验装置  
Fig. 4 Experimental setup

实验中电动机转速采用标幺值 (PU 值)，即将速度的实际值除以其同单位的基值。本实验中  $PU = 1$ ，表示转速为  $1\ 500\ r/min$ 。在阶跃信号作用

下的速度响应和控制信号，如图 5 所示，其中图 5 (a) 和图 5 (b) 为实时采集到的图形 (上部分图形为控制信号，下部分图形表示速度响应)，图 5 (c) 和图 5 (d) 为采用两种控制器的速度响应和控制信号的直观比较。采用  $\pm 2\%$  作为稳态误差限，可得跟随性能指标如表 2 所示。采用 FO-PD 控制器和最优的 IO-PI 控制器的能量消耗分别为  $1.091\ 0$  和  $1.137\ 9$ 。图 6 (a) 和图 6 (b) 为实时采集到的分别采用两种控制器的三角波速度响应，其中上部分的波形为给定输入，下部分的波形为速度响应。图 6 (c) 和图 6 (d) 为两种控制器的直观比较。其中图 6 (c) 和图 6 (d) 分别为采用正弦波和三角波输入时的速度响应及其对应的误差曲线。

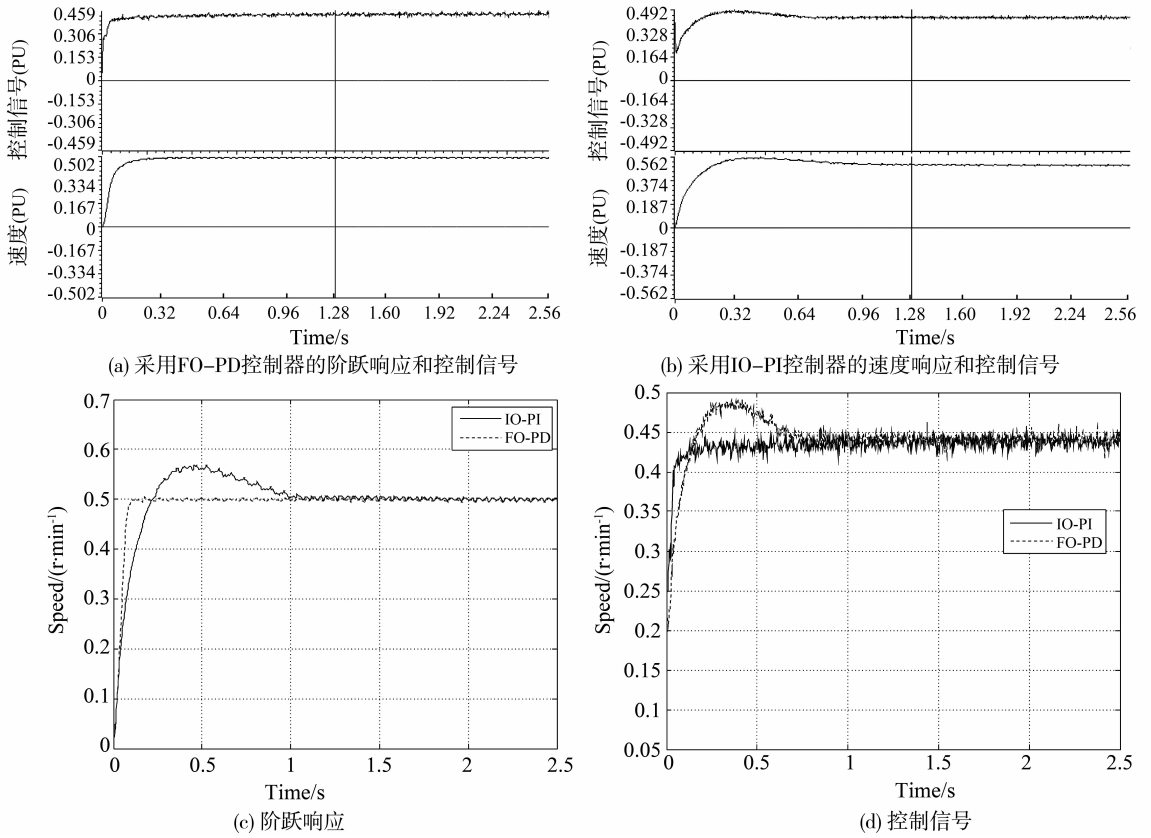


图 5 阶跃响应曲线

Fig. 5 Step responses

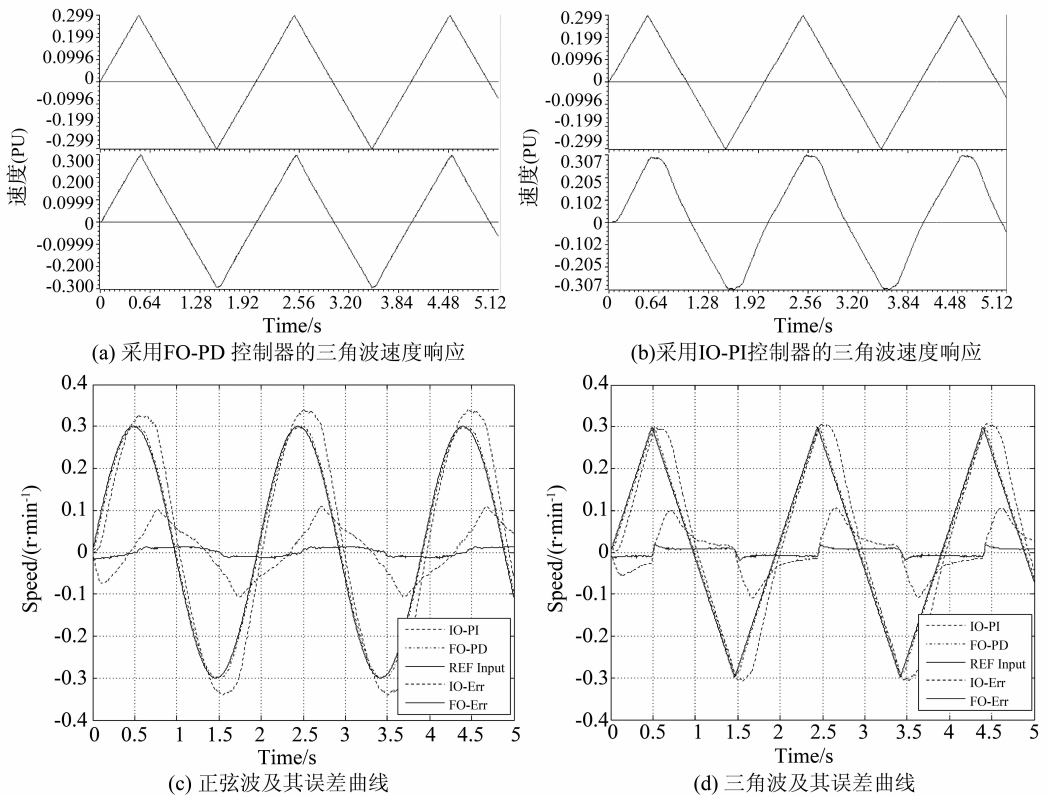


图 6 采用 FO-PD 和 IO-PI 控制器的速度响应

Fig. 6 Speed responses with FO-PD and IO-PI controllers

表 2 跟随性能指标

Table 2 Tracking performance index

控制器	$t_r/s$	$\delta\%$	$t_s/s$
IO-PI	0.172 5	13.681 5	1
FO-PD	0.077 5	0.007 3	0.1

从表 2 和图 5 及图 6 可以看出, 采用分数阶速度控制器的运动控制系统的速度响应时间要明显快于采用整数阶速度控制器的运动控制系统, 且 FO-PD 控制器比 IO-PI 控制器有更好的节能效果。在参考输入波形的转折处, 采用 IO-PI 速度控制器的系统跟随误差要远远大于采用 FO-PD 速度控制器的误差。所以, 采用 FO-PD 速度控制器的系统动态跟随性能和节能效果均要优于采用 IO-PI 速度控制器的系统。

## 4 结 论

本文研究交流永磁同步电动机的分数阶速度控制, 在同等实验条件下, 分别采用阶跃输入、三角波输入和正弦波输入, 对采用 FO-PD 控制器的速度控制系统与采用 IO-PI 控制器的速度控制系统的跟随性能进行了仿真研究和实验室原型实验研究。仿真和实验研究结果表明: 采用 FO-PD 速度控制器的系统比采用 IO-PI 速度控制器的系统具有更好的控制性能和节能效果, 适用于对控制性能要求更高或高能耗的控制系统中作为速度控制器。

本文的主要贡献在于: ① 提出 FO-PD 速度控制器并应用到三相交流永磁同步电动机控制系统中; ② 用仿真和实验的方法, 研究设计的 FO-PD 控制器的跟随性能以及达到的相关性能指标; ③ 从能量消耗的角度, 比较设计的 FO-PD 控制器和最优的 IO-PI 控制器的节能效果。

## 参考文献:

[1] TORVIK P J, BAGLEY R L. On the appearance of the fractional derivative in the behavior of real material[J]. *J of Applied Mechanics*, Transaction of the ASM F, 1984, 51(2): 294 - 298.

[2] BAGLEY R L, CALICO R A. Fractional-order state equations for the control of viscoelastic damped structures[J]. *Guidance, Control and Dynamics*, 1991, 14(2): 304 - 311.

[3] PODLUBNY I. Fractional-order systems and controllers [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(1): 208 - 214.

[4] OUSTALOUP A, MORESU X, NOUILLANT M. The CRONE suspension[J]. *Control Eng Pract*, 1996, 4(8): 1101 - 1108.

[5] XUE D, ZHAO C N, CHEN Y Q. Fractional order pid control of a dc-motor with an elastic shaft: a case study [C] // *Proceedings of American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, USA, 2006: 3182 - 3187.

[6] 薛定宇, 陈阳泉. 高等应用数学问题的 Matlab 求解 [M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2008.

[7] 陈伯时. 电力拖动自动控制系统—运动控制系统 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.

[8] 王瑞萍, 史步海, 皮佑国. 基于分数阶控制器的 PMSM 恒速控制 [J]. *华南理工大学学报: 自然科学版*, 2012, 40(3): 119 - 125.

[9] WANG Ruiping, PI Youguo. Fractional order proportional and derivative controller design for second-order systems with pure time-delay [C] // *Proceedings of Mechatronic Science, Electric Engineering and Computer*, Jilin, China; IEEE, 2011: 1321 - 1325.

[10] LUO Ying, LI Hongsheng, CHEN Yangquan. Fractional order proportional and derivative controller synthesis for a class of fractional order systems: Tuning rule and hardware-in-the-loop experiment [C] // *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, Shanghai; IEEE, 2009: 5460 - 5465.

[11] LI Hongsheng, LUO Ying, CHEN Yangquan. A fractional order proportional and derivative (FOPD) motion controller: tuning rule and experiments [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(2): 516 - 520.

[12] CHEN Yangquan. Impulse response invariant discretization of fractional order integrators/differentiators compute a discrete-time finite dimensional(z) transfer function to approximate  $s^r$  with r a real number [DB/OL]. *Category: Filter Design and Analysis*, MATLAB Central, <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/loadFile.do?objectId=21342&objectType=FILE>, 2008.

[13] AWOUDA A E A, BIN M R. Refine PID tuning rule using ITAE criteria [C] // *Proceedings of Computer and Automation Engineering the 2nd International Conference*. Singapore: IEEE, 2010: 171 - 176.