

股指期货波动率的半参数预测模型及其 MCS 检验*

杨科¹, 田凤平²

(1. 华南农业大学经济管理学院, 广东 广州 510642;
2. 中山大学国际商学院, 广东 广州 510275)

摘要: 股指期货在资本市场价格发现和风险防范过程中扮演重要角色, 科学准确的预测其收益波动率对充分实现股指期货的市场功能具有重要的理论和现实价值。将线性非负模型扩展为半参数的预测模型, 用来预测股指期货市场的已实现波动率, 并探讨了该模型估计方法的渐进性质。此外, 以沪深 300 股指期货的 5 min 高频交易数据为例, 运用滚动时间窗的样本外预测和最新发展起来的具有 Bootstrap 特性的 MCS 检验, 在多种稳健损失函数下, 实证评价和比较新构建的半参数预测模型与其他 7 类波动率预测模型对沪深 300 股指期货已实现波动率的预测能力。实证结果表明, 在多种稳健损失函数的评价标准下, 新构建的半参数预测模型是预测性能最好的模型。

关键词: 半参数预测模型; 股指期货; 已实现波动率; MCS 检验

中图分类号: O212; F830 文献标志码: A 文章编号: 0529-6579 (2013) 04-0014-11

A Semiparametric Forecasting Model for Volatility of Stock Index Futures and Its MCS Test

YANG Ke¹, TIAN Fengping²

(1. College of Economics & Management, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China;
2. International Business School, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: Stock index futures plays an important role in the process of price discovery and risk prevention of capital market. The prediction of its return volatility is significantly important to achieve the risk aversion function of stock index futures. A semiparametric forecasting model based on the linear nonnegative autoregressive model is proposed to forecast the realized volatility of stock index futures, and the asymptotic properties of estimation method for this model are analyzed. In addition, taking 5 min high-frequency trading data of CSI300 index futures as example, the out-of-sample daily volatility predictions calculated by using rolling predicting method, and a bootstrap MCS test is used to evaluate the predicting accuracy for the proposed model and other 7 models. The empirical results show that, under various robust loss functions, the proposed model is the best model for volatility predictions of stock index futures among the 8 models.

Key words: semiparametric forecasting model; stock index futures; realized volatility; MCS test

股指期货作为以股票指数为标的资产的特殊金融衍生品, 具有价格发现、套期保值和市场调节等

多重市场功能, 现已发展为国际资本市场上最为活跃的金融衍生品。作为我国唯一上市的金融期货产

* 收稿日期: 2013-01-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (71203067); 广东省高校优秀青年创新人才培养计划资助项目 (育苗项目) (2012WYM_0033, wym_11004); 广东省哲学社会科学规划资助项目 (GD11YLJ01); 中央高校基本科研业务费专项资金中山大学青年教师培育资助项目 (13wkpy21); 广东省高等学校高层次人才资助项目; 中山大学 985 工程三期建设资助项目

作者简介: 杨科 (1983 年生), 男; **通讯作者:** 田凤平; E-mail: tfengp@mail.sysu.edu.cn

品——沪深 300 股指期货的正式上市交易，进一步完善了我国的资本市场结构，增加了我国资本市场的流动性和有效性，在我国资本市场价格发现和风险防范过程中扮演着越来越重要的角色。然而，股指期货是一柄“双刃剑”，在为资本市场提供风险管理工具的同时亦难以摆脱衍生产品固有的高风险特性。由于采用的是保证金交易、逐日盯市以及强行平仓制度等，期货价格的波动会造成投资者获利和损失成倍放大，其市场风险远远高于股票现货交易，使用不当极易诱发资本市场风险乃至金融危机。因此，准确刻画和预测股指期货市场波动率对投资者有效规避投资风险以及管理层科学合理发挥股指期货的市场调节功能，最终促进资本市场平稳较快发展具有重要的理论价值和现实意义。

自从 Engle 的 ARCH 模型^[1]、Bollerslev 的 GARCH 模型^[2]以及 Taylor 的随机波动率模型^[3]开创以来，GARCH 类模型和随机波动率类模型在股指期货等各类金融资产收益的波动率估计和预测中的主导地位逐渐得到广泛的认可，这两类模型至今仍然不断获得扩展和改进。但是，这些模型都是利用低频收益率数据来估计和预测金融资产波动率，损失了大量的日内交易信息，对波动率的估计和预测存在较大的偏差，并且这些模型在处理多维问题和矩估计有效性方面存在着难以克服的缺陷。近年来，随着电子化交易的普及和信息存储技术的发展，以高精度时间“分”、“秒”为刻度来存储信息的高频环境逐步建立，并开始成为股指期货等各类金融资产价格波动度量以及预测研究的重点和热点。高频数据可以迅速有效地捕捉市场信息，比低频数据更能反映金融市场的真实状况。以 Anderson 等^[4-8]为代表的一些国外学者提出基于金融资产高频数据的已实现波动率（Realized Volatility, RV）的方法。该方法可以获得更加准确的波动率估计值，并且不需要建立模型，也不需要进行复杂的参数估计，而且还可以将已实现波动率看成一个已观测到的时间序列（在 GARCH 类模型和随机波动率类模型中波动率都是潜在的，无法直接观察到），以此为基础，金融资产收益波动率的估计、建模和预测研究大为拓展。

在高频数据的已实现波动率预测建模方面，最为经典的两类模型是 Andersen 等^[8]构建的对数已实现波动率的 ARFIMA 模型和 Corsi^[9]基于异质市场假说和 HARCH 模型的思想构建的 HAR 模型。Andersen 等^[8]研究发现，基于高频数据的 ARFIMA 模型的样本外预测能力比基于低频数据的长记忆参

数模型 FIGARCH 模型、FIEGARCH 模型以及其他相关的方法的样本外预测能力好。Corsi^[9]通过 Monte Carlo 模拟和实证检验发现，HAR 模型对已实现波动率的样本外预测能力与 ARFIMA 模型极为相近，并且该模型估计方法更为简便。在 ARFIMA 模型的基础上，国内学者对基于高频数据的已实现波动率预测建模方面，也做了一些研究，例如，郭名媛等^[10]基于赋权已实现波动率建立的 ARFIMA 模型进一步提高了波动率的预测精度。魏宇等^[11]实证比较了对数已实现波动率的 ARFIMA 模型与随机波动率模型、GARCH 模型对中国股市波动率的预测精度，他们的研究发现，对数已实现波动率的 ARFIMA 模型对我国股市波动率的预测精度要明显高于随机波动率模型和 GARCH 模型。魏宇^[12]基于多分形波动率（Multifractal Volatility），构建了多分形波动率的 ARFIMA 模型，并运用 SPA 检验法，实证比较了多分形波动率模型与现有的如已实现波动率模型、GARCH 模型以及随机波动率模型对市场波动率预测能力的优劣。在股指期货波动率研究方面，Areal 等^[13]以及 Xie 等^[14]分别采用已实现波动率和传统历史波动率方法对美国等地股指期货波动率进行了刻画，国内魏宇^[15]以沪深 300 股指期货仿真交易的 5 分钟高频数据为例，运用滚动时间窗的样本外预测和 SPA 检验，比较了基于日收益数据的历史波动率模型和基于高频数据的已实现波动率模型对波动率的刻画和预测能力。

然而，ARFIMA 模型和 HAR 模型及其扩展模型一般是建立在扰动必须服从正态分布且不存在条件异方差的假设下。通过对沪深 300 股指期货日已实现波动率的分析，笔者发现尽管对数已实现波动率的分布比 RV 本身更加近似于正态分布，但在所有标准的显著水平上都拒绝为正态，虽然已实现波动率的对数转换能够部分消除条件异方差，但仍然存在条件异方差的证据。因此，用 ARFIMA 模型和 HAR 模型来预测股指期货市场的波动率是不精确的，可以通过不设定扰动项的具体分布形式以及去异方差的转换等方式得到进一步改善。

鉴于此，为了克服现有文献存在的缺陷，本文在 Barndorff-Nielsen 等^[16-17]的线性非负模型的基础上，运用 Yu 等^[18]的建模思想，首先对已实现波动率进行幂转换，然后不设定非负扰动部分的相关结构以及扰动项的具体分布形式，构建了一个股指期货市场波动率的半参数预测模型。该模型采用基于极值估计量的两阶段估计法进行估计，本文中进

一步探讨了模型参数估计量的渐进性质并设计两个 Monte Carlo 模拟实验考察模型参数估计方法的效果。最后, 本文还运用最新发展起来的 MCS (Model Confidence Set) 检验, 在多种稳健损失函数下, 评价和比较了新建的半参数预测模型和其他波动率预测模型对沪深 300 股指期货已实现波动率的预测能力。

1 模型与研究方法

1.1 股指期货波动率的高频估计

假设在一个给定的交易日 t , 股指期货每笔交易的对数价格都能观测到, 假定 $p_{t,i}, i = 1, \dots, n_t$ 表示在交易日 t 的第 i 个对数价格观测值, 其中 n_t 表示交易日 t 内所有观测值的总数。令 $r_{t,i} = p_{t,i} - p_{t,i-1}$ 表示股指期货在交易日 t 内第 i 个时间段上的高频收益率, 则股指期货的日收益率可以通过加总日内的所有高频收益率得到, 即 $R_t = \sum_{i=1}^{n_t} r_{t,i}$ 。按照 Andersen 等^[19]的定义, 股指期货在交易日 t 的已实现波动率可以表示为第 t 天内所有高频收益率的平方和, 即为

$$RV_t = \sum_{i=1}^{n_t} r_{t,i}^2 \quad (1)$$

由于股指期货市场不是 24 小时连续交易, 能观察到和记录的高频交易数据只能反映有交易时段的市场波动状况, 而无法包含无交易时段的市场波动信息, 因此, 式 (1) 所述的已实现波动率估计量是市场真实波动率的有偏估计量。为了考虑股指期货市场休市期间的波动状况, 本文采用 Martens^[20]的尺度参数 δ 对式 (1) 所述的估计量进行偏差修正, 修正后的已实现波动率估计量可以表述为

$$RV_t^\delta = \delta \sum_{i=1}^{n_t} r_{t,i}^2, \delta = \frac{\hat{\sigma}_{oc}^2 + \hat{\sigma}_{co}^2}{\hat{\sigma}_{oc}^2} \quad (2)$$

其中, $\hat{\sigma}_{oc}^2 = (1/T) \sum_{t=1}^T (p_{t,n_t} - p_{t,0})$ 为当天开盘至当天收盘这段时间的样本方差 (Open-to-closed sample variance), $\hat{\sigma}_{co}^2 = (1/T) \sum_{t=1}^T (p_{t,0} - p_{t-1,n_t})$ 为收盘至第二天开盘这段时间的样本方差 (Closed-to-open sample variance), $p_{0,t}$ 和 p_{t,n_t} 分别表示在交易日 t 的股指期货对数价格的第一个观测值和最后一个观测值。

1.2 半参数预测模型

Barndorff-Nielsen 等^[16]基于波动率的连续时间模型构建的线性非负模型和 Yu 等^[18]通过 Box-Cox

转换代替对数转换扩展 Taylor^[3]的随机波动率模型而得到的 Box-Cox 模型对波动率建模很有用, 但尚未有文献讨论其在已实现波动率预测方面的用处。此外, 这两个模型各自都存在缺陷: 线性非负模型需假设扰动项是独立同分布序列, 因此该模型不容许有条件异方差, 而 Box-Cox 模型则面临“截取问题”。

本文首先将 Yu 等^[18]的 Box-Cox 模型转换为已实现波动率 RV_t 的形式

$$h(RV_t, \lambda) = \alpha + \beta h(RV_{t-1}, \lambda) + \varepsilon_t, t = 2, \dots, T \quad (3)$$

其中 $h(x, \lambda) = \begin{cases} (x^\lambda - 1)/\lambda, \lambda \neq 0 \\ \ln x, \lambda = 0 \end{cases}$, $\{\varepsilon_t\}$ 为高斯白噪声序列, 当 $\lambda \neq 0$ 时, 模型 (3) 可以进一步表述为

$$RV_t^\lambda = (\lambda\alpha + 1) + \beta(RV_{t-1}^\lambda - 1) + \lambda\varepsilon_t \quad (4)$$

其中 RV_t^λ 是已实现波动率的幂转换。当 $\lambda = 1$ 时, 模型 (4) 为线性高斯 AR (1) 模型 (后文记为 RV-LinAR 模型)

$$RV_t = (\alpha + 1) + \beta(RV_{t-1} - 1) + \varepsilon_t \quad (5)$$

当 $\lambda = 0$ 时模型 (4) 常见的对数 - 线性高斯 AR (1) 模型 (后文记为 lnRV-LinAR 模型)

$$\ln RV_t = \alpha + \beta \ln RV_{t-1} + \varepsilon_t \quad (6)$$

与 lnRV-LinAR 模型相比, 模型 (4) 更具有一般性, 但存在两个缺陷: ① 该模型的右边必须为非负数, 与正态分布的支撑是整个实数域相矛盾; ② 该模型对已实现波动率的幂转换强加了一个 AR (1) 结构, 而 Andersen 和 Bollerslev 等^[8]的研究发现波动率的真实动态特征比 AR (1) 结构更复杂, 例如, AR (1) 结构无法捕获波动率的长记忆性。

鉴于模型 (4) 的缺陷, 本文结合 Barndorff-Nielsen 等^[16]线性非负模型的思想, 构建了下面形式的半参数模型

$$RV_t^\lambda = \rho RV_{t-1}^\lambda + V_t, t = 2, \dots, T \quad (7)$$

其中, $\lambda \neq 0, \rho > 0$, 初始值 RV_0 大于 0。假定 $\{V_t\}$ 是 m 相依的同分布的连续随机变量序列, 且具有非负支撑 $[\gamma, \infty)$ ($\gamma \geq 0$, 未知)。由于 $m \in \mathbf{N}$ 未知, V_t 的相关性结构和具体的分布形式都没有设定。因此, 半参数模型 (7) 由关于持久性的参数组成部分 ρRV_{t-1}^λ 和关于扰动项的非参数部分 V_t 组成。模型 (7) 中假定扰动项分布具有非负支撑能保证已实现波动率的幂转换为正, 故半参数模型 (7) 不会遇到“截取问题”。此外, 当扰动项 V_t 存在序列相关时, 已实现波动率的幂转换的动态相关结构比 AR (1) 模型复杂, 由于没有设定 V_t 的

具体分布形式，使得模型能允许一些较灵活的尾部特征，并且已实现波动率的幂转化可以进一步减少异方差。

1.3 模型的估计及预测

若 λ 已知，可以采用极值估计量 (Extreme Value Estimator) 来估计半参数模型 (7) 的参数 ρ

$$\hat{\rho}(\lambda) = \min \left\{ \left(\frac{RV_t}{RV_{t-1}} \right)^\lambda \right\}_{t=2}^T \quad (8)$$

文献中已经证明，当模型 (7) 的扰动项为独立同指数分布的随机变量时，式 (8) 所示的极值估计量也是参数 ρ 的极大似然估计量^[21]。类似于 OLS 估计量，极值估计量的一致性也不需要假定扰动项服从一个具体分布，但极值估计量在 $\rho < 1$ 时的收敛速度比 OLS 估计量快，并且极值估计量的一致性的存在条件不涉及任何高阶矩的存在性。

由于在实证研究中，参数 λ 是未知的，因此本文运用基于极值估计量的两阶段估计法来同时估计模型 (7) 的参数 ρ 和 λ 。具体步骤如下：

第一步，通过最小化向前一步预测误差的平方和来选择 $\hat{\lambda}_T$

$$\hat{\lambda}_T = \arg \min_{\lambda \in \Lambda} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T [RV_i - \widehat{RV}_i(\lambda)]^2 \quad (9)$$

其中， $\widehat{RV}_i(\lambda) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T [\hat{\rho}(\lambda)RV_{i-1}^\lambda + \hat{V}_i(\lambda)]^{1/\lambda}$ ，

$\hat{\rho}_T(\lambda) = \min \left\{ \left(\frac{RV_t}{RV_{t-1}} \right)^\lambda \right\}_{t=2}^T$ 和 $\hat{V}_i(\lambda) = RV_i^\lambda -$

$\hat{\rho}_T(\lambda)RV_{i-1}^\lambda$ 。

第二步，运用极值估计法来估计参数 ρ

$$\hat{\rho}_T = \hat{\rho}(\hat{\lambda}_T) = \min \left\{ \left(\frac{RV_t}{RV_{t-1}} \right)^{\hat{\lambda}_T} \right\}_{t=2}^T \quad (10)$$

式 (9) 所示的估计方法与标准的非线性最小方差估计相似，本质区别在于 $E(RV_i | RV_{i-1})$ 的精确表达式不能得到。由模型 (7) 可知 $RV_i = (\rho RV_{i-1}^\lambda + V_i)^{1/\lambda}$ ，从而有 $E(RV_i | RV_{i-1}) = E[(\rho RV_{i-1}^\lambda + V_i)^{1/\lambda} | RV_{i-1}]$ ，故当 T 较大时， $\widehat{RV}_i(\hat{\lambda}_T)$ 非常接近 $E(RV_i | RV_{i-1})$ 。

本文估计参数 λ 采用的是最小化向前一步预测误差的平方和，也可采用最小化向前一步预测误差的绝对值和，但通过模拟实验以及大量的实证研究，发现采用最小化向前一步预测误差平方和对股指期货市场已实现波动率的样本外预测精度最高。

第三步，运用估计的 λ 和 ρ ，可以得到模型 (7) 的半参数向前一步预测的表达式

$$RV_{T+1}^f = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T [\hat{\rho}_T RV_T^{\lambda_T} + \hat{V}_i]^{1/\lambda_T} \quad (11)$$

其中 $\hat{V}_i = RV_i^{\lambda_T} - \hat{\rho}_T RV_{i-1}^{\lambda_T}$ 是在 i 时的残差。

1.4 估计方法的渐进性质

本文构建的股指期货市场波动率的半参数预测模型采用基于极值估计量的两阶段估计法进行估计，得到的参数估计值在一定的假设条件下是一致的，这些假设条件如下：

假设 1 假设在模型 (7) 中，参数 $\lambda \neq 0$ ， $\rho > 0$ ，初始值 RV_1 大于 0；扰动项 $\{V_i\}$ 是独立同分布且非负连续随机变量；对于所有 $0 < c_1 < c_2 < \infty$ ，扰动项 $\{V_i\}$ 满足 $P(c_1 < V_i < c_2) < 1$ 。

假设 2 假设式 (9) 中的 Λ 是紧集，即 $\Lambda = [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ ，其中 $-\infty < \lambda_{\min} < \lambda < \lambda_{\max} < 0$ 。

假设 3 假设对于任意的 $\lambda' \neq \lambda$ 以及任意的 i ，有

$$E((\rho^{\lambda'/\lambda} RV_{i-1}^{\lambda'} + RV_i^{\lambda'} - \rho^{\lambda/\lambda} RV_{i-1}^{\lambda})^{1/\lambda'} | RV_{i-1}) \neq E(RV_i | RV_{i-1})$$

假设 4 假设 $E(V_i) < \infty$

值得注意的是，上述的假设条件都是基本的假设条件，并且容易检验。假设 1 能保证扰动项 V_i 是平稳和遍历的，从而可以推断已实现波动率序列 RV_i 也是平稳和遍历的。假设 2 是标准的紧条件，假设 3 与非线性最小方差估计的识别条件密切相关，而假设 4 可以看成一个简单的矩条件。在假设 1 - 假设 4 的条件下，本文得到如下命题：

命题 1 半参数模型 (7) 的参数 λ 和 ρ 的基于极值估计量的两阶段估计法得到的参数估计值 $\hat{\lambda}$ 和 $\hat{\rho}$ (见式 (9) 和 (10))，在假设 1 - 假设 4 以及 $T \rightarrow \infty$ 的条件下，有 $\hat{\lambda} \xrightarrow{a.s.} \lambda$ ， $\hat{\rho} \xrightarrow{a.s.} \rho$ 。

为了获得参数 λ 的估计值 $\hat{\lambda}$ 的渐进分布，本文还需要以下几个假设条件

假设 5 $\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \{ (RV_i - E(RV_i | RV_{i-1})) \}^2 \cdot$

$$\left(\frac{\sum_{i=r}^T f_i(\lambda)^{1/\lambda} \ln f_i(\lambda) \frac{\partial f_i(\lambda)}{\partial \lambda}}{T} \right)^2 \Bigg\} \xrightarrow{P} \Omega,$$

其中， $f_i(\lambda) = \hat{\rho}_T(\lambda)RV_{i-1}^\lambda + RV_i^\lambda - \hat{\rho}_T(\lambda)RV_{i-1}^\lambda$ 。

假设 6 存在 $r > 2$ ，满足下式

$$E | (RV_i - E(RV_i | RV_{i-1})) \cdot$$

$$\frac{1}{T} \sum_{i=r}^T f_i(\lambda)^{1/\lambda} \ln f_i(\lambda) \frac{\partial f_i(\lambda)}{\partial \lambda} |^r < \infty$$

假设 7 $\frac{1}{T} \sum_{i=r}^T f_i(\lambda)^{1/\lambda} \ln f_i(\lambda) \frac{\partial f_i(\lambda)}{\partial \lambda} = O_p(1)$ 。

假设 8 假设当 $g(\lambda) > 0$ 时，有 $g_T(\lambda') \xrightarrow{P}$

$g(\lambda')$, 其中,

$$g_T(\lambda') = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left\{ - \left(\frac{\sum_{i=1}^T f_i(\lambda)^{1/\lambda'} \ln f_i(\lambda') \frac{\partial f_i(\lambda')}{\partial \lambda'}}{T} \right)^2 + \left(RV_i - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T f_i(\lambda')^{1/\lambda'} \right) \times \left[\left(\frac{\sum_{i=1}^T f_i(\lambda)^{1/\lambda'} \ln f_i(\lambda') \frac{\partial f_i(\lambda')}{\partial \lambda'}}{T} \right)^2 + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T f_i(\lambda')^{1/\lambda'-1} \left(\frac{\partial f_i(\lambda')}{\partial \lambda'} \right)^2 + \frac{\sum_{i=1}^T f_i(\lambda)^{1/\lambda'} \ln f_i(\lambda') \frac{\partial f_i(\lambda')}{\partial \lambda'}}{T} \right] \right\}$$

从上述的假设 1 - 假设 8, 可以推导出参数估计值 $\hat{\lambda}$ 的渐进分布。

命题 2 半参数模型 (7) 的参数 λ 和 ρ 的基于极值估计量的两阶段估计法得到的参数估计值 $\hat{\lambda}$ 和 $\hat{\rho}$ (见式 (9) 和 (10)), 在假设 1 - 假设 8 的条件下有

$$\sqrt{T}(\hat{\lambda}_T - \lambda) \xrightarrow{d} N(0, g^{-1} \Omega g^{-1})$$

值得注意的是, 命题 2 中只给出了参数 λ 估计值的渐进分布。Barndorff-Nielsen 等^[21]的研究表明, 非负 AR (1) 模型中的扰动项若具有指数分布, 则模型参数的极值估计量为非对称和非标准的指数分布, 而半参数模型 (7) 中参数 ρ 是采用基于极值估计量的两阶段估计法得到, 其渐进分布的具体形式应更难获得, 因此命题 2 中没有给出参数 ρ 的估计量渐进分布, 但在下文中, 采用 Monte Carlo 模拟来考察参数 ρ 和 λ 的估计值的渐近性质。

2 Monte Carlo 模拟实验及结果

为了考察半参数预测模型 (7) 参数 ρ 和 λ 的估计值的渐近性质, 本文设计了两个 Monte Carlo 模拟实验, 采用由下式所示的非负模型产生实验数据

$$Y_t^\lambda = \rho Y_{t-1}^\lambda + \xi_t + \delta \xi_{t-1}, t = 2, \dots, T$$

其中, 本文采用独立同分布的标准指数分布生成扰动项 ξ_t 。参数 λ 和 ρ 采用 1.3 节阐述的基于极值估计量的两阶段估计法进行估计。

两个 Monte Carlo 模拟实验中, 参数的真实值分别设定为 $\lambda = -0.42, \rho = 0.68$ 和 $\delta = 0.05$ 以及 $\lambda = -0.28, \rho = 0.54$ 和 $\delta = 0.15$, 生成的样本数目 T 为 200、400、800 和 1 200, T 的选取与本文实证研究的数据样本数目较接近。Monte Carlo 模拟 5 000 次的结果由表 1 和表 2 给出。由表 1 和表 2 的模拟结果可知: 模型参数的估计值 $\hat{\lambda}_T$ 和 $\hat{\rho}_T$ 与真实值之间的样本偏差及其标准差与样本数目大小 T 负相关, 即样本数目大小 T 越小, 估计值 $\hat{\lambda}_T$ 和 $\hat{\rho}_T$ 的样本偏差和标准差越大, 而 T 越大, 估计量 $\hat{\lambda}_T$ 和 $\hat{\rho}_T$ 的样本偏差和标准差减小。模拟结果中还显示估计量 $\hat{\rho}_T$ 的偏差有可能为负, 其原因是参数 λ 并不是事先给定, 而是由 $\hat{\lambda}_T$ 估计得到。图 1 和图 2 分别给出了样本大小为 1 200, 模拟 5 000 次得到的 $\hat{\lambda}_T$ 和 $\hat{\rho}_T$ 的柱状图。由表 1、表 2、图 1 以及图 2 可知, 总体来说, 采用基于极值估计量的两阶段估计法来估计新构建的半参数模型 (7) 得到的参数估计值的渐近性质较好。

表 1 模拟结果 1

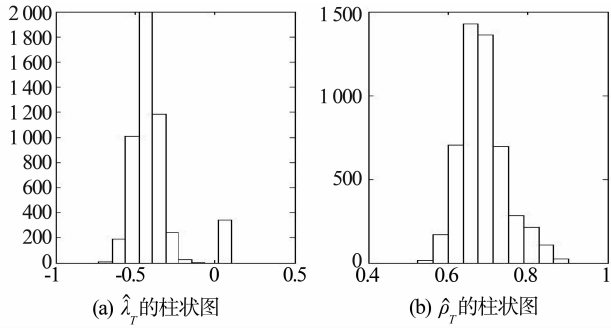
Table 1 Simulation results 1

	$T = 200$		$T = 400$		$T = 800$		$T = 1\ 200$	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
$\hat{\lambda}_T$	-0.516 8	0.234 1	-0.464 6	0.170 2	-0.415 0	0.153 1	-0.420 1	0.143 2
$\hat{\rho}_T$	0.626 2	0.099 3	0.653 9	0.076 0	0.678 3	0.063 4	0.680 8	0.057 5

表 2 模拟结果 2

Table 2 Simulation results 2

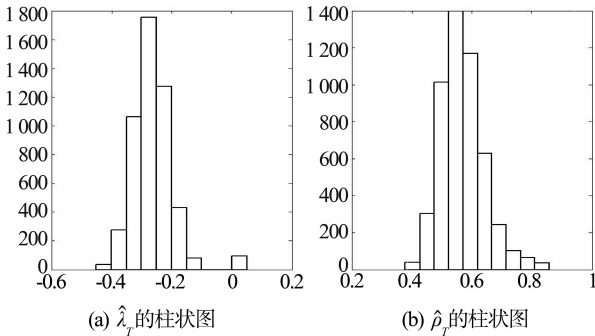
	$T = 200$		$T = 400$		$T = 800$		$T = 1\ 200$	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
$\hat{\lambda}_T$	-0.381 3	0.148 8	-0.320 5	0.095 0	-0.269 9	0.074 3	-0.281 2	0.067 8
$\hat{\rho}_T$	0.460 5	0.115 1	0.514 1	0.092 1	0.552 7	0.078 8	0.542 2	0.072 9



说明：参数 λ 和 ρ 的真实值分别为 -0.42 和 0.68 ，模拟结果是通过 5 000 次的 Monte Carlo 模拟得到，样本大小均为 $T = 1\ 200$

图 1 $\hat{\lambda}_T$ 和 $\hat{\rho}_T$ 的柱状图

Fig. 1 Histograms of $\hat{\lambda}_T$ and $\hat{\rho}_T$



说明：参数 λ 和 ρ 的真实值分别为 -0.28 和 0.54 ，模拟结果是通过 5 000 次的 Monte Carlo 模拟得到，样本大小均为 $T = 1\ 200$

图 2 $\hat{\lambda}_T$ 和 $\hat{\rho}_T$ 的柱状图

Fig. 2 Histograms of $\hat{\lambda}_T$ and $\hat{\rho}_T$

3 实证分析

3.1 数据以及描述性分析

本文实证研究的数据样本为沪深 300 股指期货交易的 5 min 高频数据。沪深 300 股指期货于 2010 年 4 月 16 日正式交易，当月合约通常在每月第 3 个星期五（15 日附近）进行交割。为了保证交易数据的完整性，本文选择 2010 年 5 月 14 日至 2010 年 12 月 22 日（总共 146 个交易日）沪深 300 股指期货当月连续合约的 5 min 高频交易数据作为研究样本。由于沪深 300 股指期货交易每天有 4 h 30 min 交易时间，因此每个交易日可以记录 54 个 5 min 高频数据，全部样本合计 7 884 个 5 min 高频数据。本文数据来源于中国金融期货交易所

(<http://www.cffex.com.cn>) 和 Wind 资讯金融终端 8.2 提供的高频行情数据终端 (TAQEXP)

图 3 给出了沪深 300 股指期货的日对数收益率和已实现波动率序列图（由式 (2) 估计得到）。从图中可以看到，沪深 300 股指期货在 2010 年的 4 月 - 6 月以及 10 月 - 12 月波动幅度要大于 7 月 - 9 月，并且对数收益率在大幅波动后往往会跟随一个大的波动，小幅波动后往往有更多的小幅波动，具有较为明显的波动聚集效应，表明沪深 300 股指期货收益变化的线性趋势不明显。

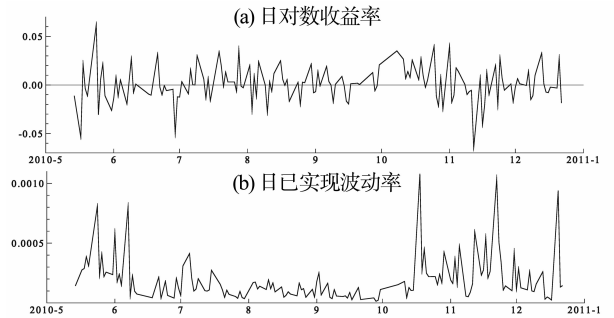


图 3 日对数收益率序列和已实现波动率序列

Fig. 3 Daily logarithmic returns and realized volatilities

从表 3 的描述性统计结果可以看到，日收益率序列及其平方，已实现波动率序列都表现出明显的“尖峰厚尾”特征，这说明沪深 300 股指期货的波动幅度较为剧烈，远远超出了正态分布假定的范围 (J-B 统计量都很显著)，只有对数已实现波动率序列和已实现波动率的幂（这里的幂取值为 -0.139 ）非常接近于正态分布 (J-B 统计量在 5% 水平上不显著)，但对数已实现波动率更加接近于正态分布，说明对已实现波动率进行幂转换导出正态分布比取对数更加有效，因此，本文构建的股指期货市场波动率的半参数预测模型采用已实现波动率的幂转换是合理的。此外，收益率序列之间不具有显著的自相关，而已实现波动率、收益率平方、对数已实现波动率以及已实现波动率的幂转换在很长的时间范围内都展现出非常显著的自相关特征 (Q 统计量都很显著)，这从一方面说明了沪深 300 股指期货的波动率存在较为显著的长记忆性。进一步，ADF 单位根检验和 Phillips-Perron 单位根检验结果显示各个序列都是平稳的。

表 3 日收益率序列和已实现波动率序列的描述性统计
Table 3 Summary statistics for daily logarithmic returns and realized volatilities

	日对数收益率相关序列		已实现波动率相关序列		
	R_t	R_t^2	RV_t	$\ln RV_t$	RV_t 的幂
Mean	$0.772 * 10^{-3}$	$0.188 * 10^{-3}$	$0.188 * 10^{-3}$	-8.937	6.059
Standard deviation	0.018	$0.629 * 10^{-3}$	$0.186 * 10^{-3}$	0.840	1.018
Skewness	-0.124	3.790***	2.603***	0.374	0.246
Excess Kurtosis	1.548***	17.027***	7.951***	-0.151	-0.117
J-B	14.957***	2113.100***	549.400***	2.271	1.550
$Q(5)$	11.455	30.603***	25.900***	81.747***	84.056***
$Q(10)$	16.214	36.395***	36.979***	103.567***	103.761***
$Q(20)$	24.247	37.352**	47.744***	109.099***	108.507***
ADF	-5.834***	-5.200***	-3.466***	-4.724***	-5.904***
P-P	-5.970***	-5.667***	-5.045***	-4.903***	-5.671***

说明: ** 和 *** 分别代表在 5% 和 1% 水平下显著, J-B 为 Jarque-Bera 统计量, $Q(n)$ 为滞后 n 期的 Ljung-Box Q 统计量, ADF 和 P-P 分别表示以最小 AIC 准则确定最优检验滞后阶数后得到的 Augmented Dickey-Fuller 单位根检验以及 Phillips-Perron 单位根检验结果。

3.2 其他已实现波动率预测模型

文献中关于已实现波动率预测建模的研究最早开始于指数平滑模型 (Exponential Smoothing, ES), 其表述形式如下

$$RV_{T+1}^d = (1 - \alpha)RV_T + \alpha RV_T^d = (1 - \alpha) \sum_{i=0}^{T-1} \alpha^i RV_{T-i} \quad (12)$$

其中, $0 < \alpha < 1$, 在本文实证研究中, 本文设定 $\alpha = 0.94$ ①。

Andersen 等^[8]的研究发现, ARFIMA (p, d, q) 模型能较好的捕获对数已实现波动率的长期记忆性, 并且该模型对波动率的样本外预测效果要比 GARCH (1, 1) 和 RiskMetrics 等一些基于收益平方的预测模型好。该模型 (后文记为 $\ln RV$ -ARFIMA) 可以表述为

$$\Phi(L)(1-L)^d(\ln RV_t - \mu) = \Theta(L)\varepsilon_t \quad (13)$$

其中, $\{\varepsilon_t\}$ 是独立同正态分布 $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 的随机变量, $\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$, $\Theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q$ 分别表示自回归滞后 p 阶算子和移动平均滞后 q 阶算子, L 为滞后算子, $(1-L)^d$ 为分数差分算子, μ 表示 $\ln RV_t$ 的均值。

最近, Corsi^[9]基于异质市场假说的思想和 HARCH 模型构建了一个简单的已实现波动率近似长记忆模型——异质性自回归已实现波动率模型 (Heterogeneous Autoregressive Realized Volatility model), 后面记为 HAR 模型。该模型可表述为

$$\ln RV_t^d = a_0 + a_d \ln RV_{t-1}^d + a_w \ln RV_{t-1}^w + a_m \ln RV_{t-1}^m + u_t \quad (14)$$

其中 $\ln RV_t^h = (\ln RV_t + \ln RV_{t-1} + \ln RV_{t-2} + \dots + \ln RV_{t-h+1})/h$, $h = d = 1$ 、 $h = w = 5$ 和 $h = m = 22$ 分别表示每日、每周和每月的波动率成分, 由于 $\ln RV_t^d$ 是近似正态的^[8], 故扰动项 u_t 也服从正态分布 $N(0, \sigma_u^2)$ 。这个模型嵌入的长滞后结构等价于有限制条件的 AR (22), 能很好的捕获已实现波动率的长记忆性特征, 而且仅用 OLS 就能估计该模型的参数。

3.3 滚动时间窗的样本外预测方法

由于本文新构建的半参数预测模型仅考虑扰动项的分布形式、已实现波动率序列的相关关系以及异方差, 而并没有考虑已实现波动率的其他特征, 如不对称性等, 因此在本文的实证研究中只评价和比较新构建的半参数预测模型与 4 种不考虑波动率其他特征的 ARFIMA 模型 (ARFIMA (1, d , 0)、ARFIMA (0, d , 1)、ARFIMA (1, d , 1)) 和 HAR 模型的滚动时间窗的样本外预测精度, 旨在研究通过幂转换以及不设定扰动项的具体相关结构和分布形式构建的半参数模型与经典模型相比确实进一步提高了波动率的预测精度。同时, 本文实证研究还评价和比较半参数预测模型与 RV -LinAR 模型 (式 (5)) 和 $\ln RV$ -LinAR 模型 (式 (6)) 的滚动时间窗的样本外预测精度, 旨在研究幂转换以

① 指数平滑方程 (12) 可以理解为已实现波动率形式的 RiskMetrics, 即用 RV_T 代替 R_T^2 (收益平方)。在收益的条件分布为正态假设下, R_T^2 是 σ_t^2 瞬时点波动率的无偏估计量, RiskMetrics 方法推荐对于日数据使用 $\alpha = 0.94$, 对于月数据使用 $\alpha = 0.97$ 。

及不设定扰动项的具体相关结构和分布形式确实进一步改善的 RV-LinAR 模型和 lnRV-LinAR 模型对已实现波动率的预测能力。本文的滚动时间窗的样本外预测方法如下：

首先将数据样本总体 ($t = 1, 2, \dots, N$) 划分为“估计样本” (Sample for Estimation) 和“预测样本” (Sample for Predicting) 两部分。其中估计样本包含 H 个交易日数据, 而预测样本包含最后 M 个交易日数据, 本文将沪深 300 股指期货在 2010 年 5 月 14 日到 2010 年 9 月 9 日共 80 个交易日的已实现波动率序列设定为估计样本用来预测 2010 年 9 月 10 日到 2010 年 12 月 22 日共 66 个交易日的股指期货市场波动率。然后将估计窗口固定为 H , 利用观察值 $[1 + t : (H + t)]_{t=0}^{M-1}$ 重新估计模型, 并进一步得到 M 个样本外预测值。不同的已实现波动率模型, 都获得了 M 个未来的日市场波动率预测, 记为 $RV_m^f, m = H + 1, H + 2, \dots, H + M$ 。将式 (2) 得到的在预测样本区间的已实现波动率估计记为 $RV_m, m = H + 1, H + 2, \dots, H + M$, 并以此作为真实市场波动率的代理 (Proxy), 用以评价各类波动率模型的样本外预测精度。图 4 是本文构建的已实现波动率半参数预测模型在预测样本区间 (2010 年 9 月 10 日到 2010 年 12 月 22 日, 共 66 个) 的已实现波动率预测结果与式 (2) 得到的在预测样本区间上已实现波动率的估计值的对比图。

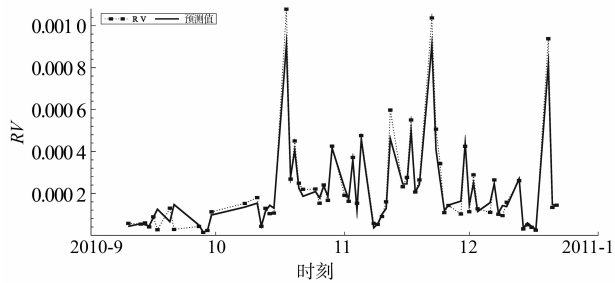


图 4 已实现波动率半参数模型在预测样本区间的预测结果

Fig. 4 Forecasting results for semiparametric model during forecasting sample

3.4 基于 Bootstrap 模拟的 MCS 检验

当得到波动率的预测值后, 就可以比较其与真实市场波动率的代理变量偏差大小。然而, 学术界对于用哪种损失函数来衡量预测误差尚未达成共识。按照 Hansen 等^[23]的建议, 本文采用多种不同形式的损失函数来衡量预测误差。假设 $RV_m^f, m = H + 1, H + 2, \dots, H + M$ 表示模型 k 在预测区间 m 对

已实现波动率的预测值, 定义 $e_{k,m} = RV_m - RV_m^f$ 为相应的预测误差。文献中在计算波动率预测误差时, 一般都简单假设 RV_m 是在预测区间 m 上的真实市场波动率, 但在现实中, 市场波动率的代理 RV_m 并不是真实的潜在波动率, 与真实的波动率存在偏差。Patton^[24]的研究指出当运用条件无偏但不完备的波动率代理代替真实波动率比较评价各类波动率模型预测精度时, 可能会导致错误的评价与比较结果, 因此, Patton^[24]构建了一类对存在噪声的波动率代理变量同质 (Homogeneous) 且稳健的损失函数用来评价和比较波动率预测模型的预测精度, 其形式为

$$L_b : L(RV_m, RV_{km}^f, b) = \begin{cases} \frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} \left[\frac{1}{(b+1)(b+2)} (RV_m^{(b+2)} - (RV_{km}^f)^{b+2}) - \frac{1}{(b+1)} (RV_{km}^f)^{b+1} (RV_m - RV_{km}^f) \right], & b \neq -1, -2 \\ \frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} (RV_{km}^f - RV_m + RV_m \ln \frac{RV_m}{RV_{km}^f}), & b = -1 \\ \frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} (\frac{RV_m}{RV_{km}^f} - \ln \frac{RV_m}{RV_{km}^f} - 1), & b = -2 \end{cases} \quad (15)$$

本文选取当 $b = 1, -1, 2, -2, 3, -3$ 时的 6 类稳健损失函数来评价和比较半参数预测模型、ARFIMA (1, d , 0) 模型、ARFIMA (0, d , 1) 模型、ARFIMA (1, d , 1) 模型、HAR 模型、ES 模型、RV-LinAR 模型以及 lnRV-LinAR 模型的样本外预测精度。

在波动率预测评价和比较中还存在一个特别值得关注的问题, 即在某一特定的数据或者某一种损失函数下, 得到的预测模型预测能力优劣的结论, 可能无法推广到其他的损失函数或者其他类似的数据样本中。Hansen 等^[23]基于 Bootstrap 提出的 SPA 检验法 (Test for Superior Predictive Ability), 较好地解决这一问题, 但 SPA 检验需要选择基础模型。为了克服这个缺陷, 本文采用 SPA 检验的修正形式——MCS 检验 (参见文献 [25]) 来评价和比较各类股指期货市场波动率预测模型的预测精度。

MCS 检验的实现过程如下: 首先, 假设存在 m_0 个候选模型, 记为 $M_0 = \{1, \dots, m_0\}$, 每个波动率预测模型 k 都可以得到 M 个未来一天的波动率预测, 记为 RV_m^f , 其中 $m = H + 1, H + 2, \dots, H + M$ 。对每一个预测值, 可以按照公式 (15) 计算相对应的损失函数值, 记为 $L_{b,k,m}$ 。因此, 对于 M_0 中任意两个候选模型 $i < j$, 可以计算相对应的波动率预测值的相对损失函数值, 表述如下

$$d_{ij,m} = L_{b,i,m} - L_{b,j,m} \quad (16)$$

MCS 检验的过程是从候选模型 M_0 中序贯的剔除一些预测能力较差的模型。因此, 在每一步中, 零假设条件是任意两个候选模型具有相同的预测能力 (Equal Predictive Ability, EPA), 可以表述如下:

$$H_0: E(d_{ij,m}) = 0, \forall i > j \in M'_0 \subset M_0 \quad (17)$$

在 MCS 检验的第一步中取 $M'_0 = M_0$ 。如果在显著水平 α 下拒绝零假设 H_0 , 则表现最差的模型被剔除, 这一过程一直持续到不再出现拒绝零假设 H_0 的情况, 最后得到 MCS 检验的最后幸存模型集合, 记为 \hat{M}_α^* 。若所有检验过程中固定显著水平为 α , 则 \hat{M}_α^* 包含了 M_0 在 $1 - \alpha$ 的置信水平下的最优预测模型。然而, 上述的序贯剔除检验存在一个缺陷, 即在检验的每一步中都需要检验任意两个预测模型的预测能力, 每检验一次都需要计算一次检验统计量。为了克服这个缺陷, 本文按照 Hansen 等^[25] 的建议, 采用范围统计量 (Range Statistic) 和半二次方统计量 (Semi-quadratic Statistic) 这两个检验统计量来检验 EPA

$$T_R = \max_{i > j \in M'_0} \frac{|\bar{d}_{ij}|}{\sqrt{\text{var}(\bar{d}_{ij})}}, T_{SQ} = \sum_{\substack{i > j \in M'_0 \\ i < j}} \frac{(\bar{d}_{ij})^2}{\text{var}(\bar{d}_{ij})} \quad (18)$$

其中 $\bar{d}_{ij} = \frac{1}{M} \sum d_{ij,m}$ 表示模型 i 和 j 获得波动率预测值的相对损失函数值的平均值。这两个检验统计量的值越大, 意味着拒绝 EPA 假设。它们的真实分布非常复杂, 依赖于 M'_0 中各个预测模型得到的预测值之间的协方差结构。因此, 本文采用 Bootstrap 来获得这两个统计量的 p 值。当 EPA 假设被拒绝时, 表现最差的模型将从 M'_0 剔除, 将这些模型记为 M_i , 其中 $i = \arg \max_{i \in M'_0} \frac{\bar{d}_{ij}}{\sqrt{\text{var}(\bar{d}_{ij})}}$ 。对于剩余的模型, 继续进行 EPA 假设检验, 直至 EPA 零假设条件不再被拒绝。

3.5 MCS 检验评价比较结果

表 4 给出了 10 000 次 Bootstrap 模拟得到的 MCS 检验结果, 表中第一列表示当 $b = 1, -1, 2, -2, 3, -3$ 时的 6 类稳健损失函数 (见式 (15)), 表中数字表示 MCS 检验的 p 值, p 值越大, 表明越拒绝零假设。小写字母 m 加下标表示不同的波动率预测模型。其中, m_1 表示 ES 模型, m_2 表示 RV - LinAR 模型, m_3 表示 lnRV - LinAR 模型, m_4 表示 ARFIMA (1, d , 0) 模型, m_5 表

示 ARFIMA (0, d , 1) 模型, m_6 表示 ARFIMA (1, d , 1) 模型, m_7 表示 HAR 模型, m_8 表示半参数模型。按照 Hansen 等^[25] 的建议, 本文设定 $p = 0.1$ 为基准 p 值, p 值小于 0.1 的波动率预测模型是样本外预测能力差的模型, 将在 MCS 检验过程中被剔除, 而 p 值大于 0.1 的波动率预测模型是样本外预测能力较好的模型, 在 MCS 检验中能幸存下来。

从表 4 可以看出, 当稳健损失函数取 $b = 1, b = -1, b = 3$ 时, ES 模型、RV - LinAR 模型、lnRV - LinAR 模型、ARFIMA (1, d , 0) 模型、ARFIMA (0, d , 1) 模型、ARFIMA (1, d , 1) 模型以及 HAR 模型不管是基于 T_R 统计量还是 T_{SQ} 统计量得到的 MCS 检验的 p 值都小于 0.1, 意味着这 7 类波动率预测模型将在 MCS 检验过程中被剔除, 唯一幸存下来的模型是半参数预测模型, 因此, 在稳健损失函数取 $b = 1, b = -1, b = 3$ 时, 相对于其他 7 类预测模型, 半参数预测模型是样本外预测能力最好的模型。当稳健损失函数取 $b = -2, b = -3$ 时, ES 模型、RV - LinAR 模型、lnRV - LinAR 模型、ARFIMA (1, d , 0) 模型、ARFIMA (0, d , 1) 模型、ARFIMA (1, d , 1) 模型的 MCS 检验 p 值不管是基于 T_R 统计量还是 T_{SQ} 统计量都小于 0.1, 在 MCS 检验过程中将被剔除, HAR 模型和半参数预测模型的 MCS 检验 p 值都大于 0.1, 两者在 MCS 检验中最终都能幸存下来, 但在 $p = 0.1$ 的基准 p 值下, 无法判断 HAR 模型和半参数预测模型孰好孰坏, 因此, 在稳健损失函数取 $b = -2, b = -3$ 时, 相对于其他 6 类预测模型, HAR 模型和半参数预测模型是样本外预测能力最好的模型, 两者对股指期货市场波动率的预测能力相当。然而, 当稳健损失函数取 $b = 2$ 时, 只有 ES 模型的 MCS 检验 p 值小于 0.1, 其他预测模型的 p 值都大于 0.1, 因此, 当稳健损失函数取 $b = 2$ 时, 除 ES 模型外, 其他预测模型都能幸存下来, 它们的预测能力相当, 这也说明稳健损失函数取 $b = 2$ 时, 对波动率预测精度不敏感, 在 MCS 检验中无法区分各预测模型预测能力的好坏。

总而言之, 本文新构建的股指期货市场波动率的半参数预测模型, 在绝大多数的稳健损失函数下, 相对于其他模型来说, 是预测精度最高的模型。

表 4 不同已实现波动率模型的 MCS 检验结果
Table 4 MCS test results of realized volatility models

		m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_7	m_6	m_8
$b = 1$	T_R	0.041	0.041	0.047	0.051	0.051	0.051	0.060	1.000
	T_{SQ}	0.044	0.059	0.059	0.061	0.061	0.077	0.077	1.000
		m_1	m_2	m_4	m_3	m_5	m_6	m_7	m_8
$b = -1$	T_R	0.000	0.000	0.001	0.002	0.010	0.010	0.029	1.000
	T_{SQ}	0.001	0.002	0.004	0.004	0.009	0.010	0.029	1.000
		m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_8	m_7
$b = 2$	T_R	0.070	0.633	0.633	0.679	0.679	0.679	0.679	1.000
	T_{SQ}	0.067	0.546	0.566	0.566	0.580	0.580	0.580	1.000
		m_1	m_2	m_4	m_5	m_3	m_7	m_6	m_8
$b = -2$	T_R	0.060	0.060	0.063	0.063	0.065	0.065	0.480	1.000
	T_{SQ}	0.025	0.025	0.025	0.028	0.028	0.028	0.480	1.000
		m_1	m_2	m_3	m_5	m_5	m_6	m_7	m_8
$b = 3$	T_R	0.002	0.002	0.054	0.054	0.057	0.057	0.060	1.000
	T_{SQ}	0.001	0.002	0.032	0.032	0.032	0.042	0.042	1.000
		m_1	m_2	m_4	m_3	m_5	m_6	m_8	m_7
$b = -3$	T_R	0.000	0.000	0.004	0.004	0.020	0.062	0.884	1.000
	T_{SQ}	0.000	0.000	0.004	0.004	0.020	0.062	0.765	1.000

4 结 论

本文在线性非负模型的基础上，通过对高频环境下股指期货市场的已实现波动率进行幂转换，同时不设定模型非负扰动部分的相关结构以及具体分布形式，构建了一个股指期货市场波动率的半参数预测模型，用来预测股指期货市场的波动率。该模型同时克服了经典的 Box-Cox 模型的“截取问题”和 ARFIMA 模型需要设定扰动项具体结构以及不能存在异方差的缺陷。模型采用基于极值估计量的两阶段估计法进行估计，通过 Monte Carlo 模拟实验发现该估计方法的渐进性质表现良好。最后，以沪深 300 股指期货的 5 min 高频数据为例，运用滚动时间窗的样本外预测和最新发展起来的具有 Bootstrap 特性的 MCS 检验，在多种稳健损失函数下，实证评价和比较了新构建的半参数预测模型与指数平滑模型（ES 模型）、线性高斯模型、对数-线性高斯模型以及 HAR 模型对高频环境下沪深 300 股指期货波动率的预测能力。实证结果表明：在多种稳健损失函数的评价标准下，本文构建的股指期货波动率的半参数预测模型是预测预测能力最好的模型。

这项研究具有多重现实意义：首先，有利于股指期货投资者预先作出合理的投资决策。合理预测股指期货市场波动率能使投资者更早地认识到股指期货市场未来价格波动率的变动规律，在特定的投

资目标下作出更为合理的投资决策；其次，有利于提高机构和个人投资者的风险管理水平。股指期货是一柄“双刃剑”，在为资本市场提供风险管理工具的同时亦难以摆脱衍生产品固有的高风险特性。其价格的急剧性波动往往是机构投资者破产的最大原因，因此准确地预测股指期货市场波动率将有利于投资者合理控制投资风险；最后，有利于监管部门制定相关政策以及提高监管水平。

参考文献：

- [1] ENGLE R F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance for U. K. inflation [J]. *Econometrica*, 1982, 50(3):987-1007.
- [2] BOLLERSLEV T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity [J]. *Journal of Econometrics*, 1986, 31(2):307-327.
- [3] TAYLOR S J. Modelling stochastic volatility [J]. *Mathematica Finance*, 1994, 4(2):183-204.
- [4] ANDERSEN T G, BOLLERSLEV T. Answering the critics: yes, ARCH models do provide good volatility forecasts [C]//National Bureau of Economic Research, 1997:1-37.
- [5] ANDERSEN T G, BOLLERSLEV T, DIEBOL F X, et al. Exchange rate returns standardized by realized volatility are (nearly) Gaussian [J]. *Multinational Finance Journal*, 2000, 4(3):159-179.
- [6] ANDERSEN T G, BOLLERSLEV T, DIEBOL F X, et al. The Distribution of realized exchange rate volatility

- [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 2001, 96(3):42–55.
- [7] ANDERSEN T G, BOLLERSLEV T, DIEBOL F X, et al. The Distribution of realized stock return volatility [J]. *Journal of Financial Economics*, 2001, 61(5):43–76.
- [8] ANDERSEN T G, BOLLERSLEV T, DIEBOL F X, et al. Modelling and forecasting realized volatility [J]. *Econometrica*, 2003, 71(2):579–625.
- [9] CORSI F. A simple approximate long memory model of realized volatility [J]. *Journal of Financial Econometrics*, 2009, 7:174–196
- [10] 郭名媛,张世英. 赋权已实现波动及其长记忆、最优抽样频率选择[J]. *系统工程学报*,2006, 21(6):568–573.
- [11] 魏宇,余怒涛. 中国股票市场的波动率预测模型及其 SPA 检验[J]. *金融研究*,2007, 7:138–150.
- [12] 魏宇. 金融市场的多分形波动率测度、模型及其 SPA 检验[J]. *管理科学学报*,2009, 12(5):88–99.
- [13] AREAL N M, TAYLOR S J. The realized volatility of FTSE–100 futures prices [J]. *Journal of Futures Markets*, 2002, 22(7):627–648.
- [14] XIE H, LI J. Intraday volatility analysis on S&P 500 stock index future [J]. *International Journal of Economics and Finance*, 2010, 2(2):26–34.
- [15] 魏宇. 沪深 300 股指期货的波动率预测模型研究 [J]. *管理科学学报*,2010, 13(2):66–76.
- [16] BARNDORFF-NIELSEN O E, SHEPHARD N. Non Gaussian Ornstein-uhlenbeck-based models and some of their uses in financial economics [J]. *Journal of the Royal Statistical Society:Series B*,2001, 63(2):167–241.
- [17] BARNDORFF-NIELSEN O E, SHEPHARD N. Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models [J]. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 2002, 64(2):253–280.
- [18] YU J, YANG Z. A class of nonlinear stochastic volatility models [C]//Singapore Management University, 2006:1–24.
- [19] ANDERSEN T G, BOLLERSLEV T. Answering the skeptics:Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts [J]. *International Economic Review*, 1998, 39(4):885–905.
- [20] MARTENS M. Measuring and forecasting S&P 500 index - futures volatility using high - frequency data [J]. *Journal of Futures Markets*, 2002, 22(6):497–518.
- [21] BARNDORFF-NIELSEN O E, SHEPHARD N. Likelihood analysis of a first-order autoregressive model with exponential innovations [J]. *Journal of Time Series Analysis*, 2003, 24(3):337–344.
- [22] PHILLIPS P C B. Time series regression with a unit root [J]. *Econometrica*, 1987, 55(2):277–301.
- [23] HANSEN P R, LUNDE A. A test for superior predictive ability [J]. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2005, 23(4):365–380.
- [24] POTTON A J. Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies [J]. *Journal of Econometrics*, 2011, 160(1):246–256.
- [25] HANSEN P R, LUNDE A, JAMES M N. The model confidence set [J]. *Econometrica*, 2011, 79(2):453–497.